La impresión 3D en la didáctica y enseñanza de las matemáticas

Ing. Edgar Cárdenas Escamilla
Instituto Tecnológico de Morelia, México
cardenas@itmorelia.edu.mx
Ing. Cynthia Elizabeth Alva Rangel
Centro Bachillerato Tecnológico Agropecuario Número 7, México
cynthia.alva.cbta7@gmail.com

Resumen: Las matemáticas constantemente se relacionan en las escuelas como unas materias difíciles, que por ser abstractas no generan el interés del alumnado y causan aburrimiento. Una forma lúdica de enseñanza despierta el gran potencial que tienen realmente las matemáticas en la ingeniería, la ciencia y en lo cotidiano, permitiendo que teoremas, modelos, principios, leyes, ecuaciones y sus fundamentos generen un aprendizaje integral más significativo y perdurable. La impresión aditiva o 3D nos permite que muchas ideas se transformen en material didáctico de gran valía para dicho fin, acercando lo abstracto a las manos de los educandos

Palabras claves: Impresión 3D, matemáticas, material didáctico, educación.

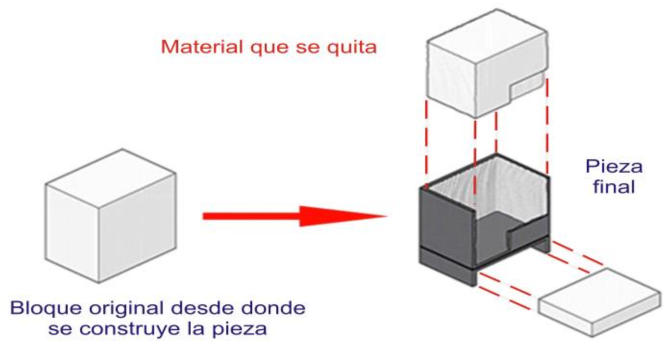
Introducción a la manufactura aditiva.

La elaboración de material didáctico que se utiliza para generar mayor impacto en la divulgación, difusión y enseñanza del conocimiento de la ciencia se ha visto enormemente beneficiada mediante la manufactura individual y personalizada de la impresión en 3D, también conocida como manufactura aditiva, al generar piezas tridimensionales con requerimientos específicos.

Al utilizar modelos y objetos en 3D se puede transmitir una idea o concepto de una forma que ha podido superar a la simulación virtual o incluso el entorno generado por la realidad aumentada permitiendo tener un objeto físico que responde a las leyes y principios que se pretenden enseñar, con la ventaja de poderlo tocar y mover.

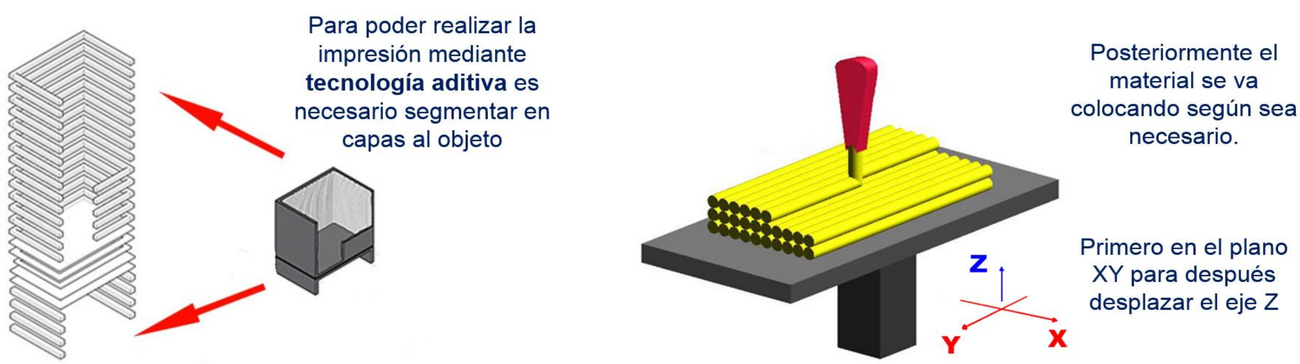
La impresión en 3D ha venido a cambiar la forma en el cómo se manufacturan y fabrican un sin número de objetos en todo el mundo, incluso, se realizan piezas que anteriormente eran imposibles de fabricar por sus geometrías complejas, es lamentable, sin embargo, que en México e incluso a nivel Latinoamérica se ha presentado un muy lento camino respecto a sus aplicaciones didácticas.

Las tecnologías de fabricación tradicional se basan en las técnicas de manufactura sustractivas, se comienza con una pieza que será siempre más grande que la pieza final y mediante varias herramientas se va retirando material donde no se requiere, generando recortes, virutas, limaduras, sobrantes, etc. lo que representa desperdicio de material.



En estas tecnologías sustractivas no existe una herramienta universal para realizar el retiro de material, para realizar perforaciones redondas se requiere del taladrado o perforado, si el orificio debe ser cuadrado o de geometría más compleja se utiliza el suajado o troquelado, si se requiere maquinar de forma cilíndrica se utiliza el torno, algunas piezas se pueden manufacturar con formas más elaboradas mediante un router CNC, desbastando mediante distintas puntas o brocas el material para lograr la pieza solicitada.

En la tecnología aditiva, contrario a lo que sucede en la tecnología sustractiva, se utiliza el adicionar el material bajo el requisito que va dictaminando un archivo digital de CAD (Diseño Asistido por Computadora): una pieza u objeto 3D diseñado mediante software especializado se analiza para seccionarse en múltiples capas que se irán fabricando una a una.



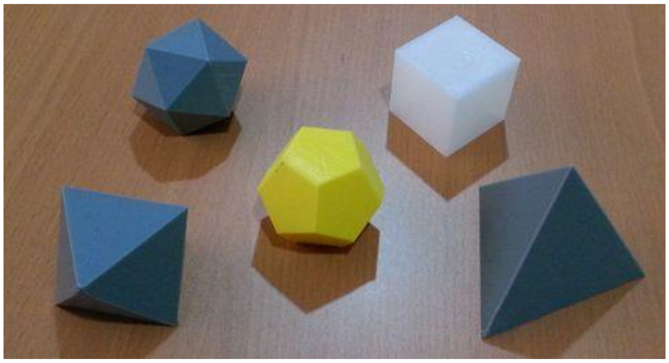
Cada diseño de capa independiente se irá imprimiendo en los ejes X y Y hasta formar un plano, posteriormente el eje Z es movido para colocar una siguiente capa y así continuará hasta terminar la totalidad de la pieza diseñada.

Una gran ventaja de la tecnología aditiva es que con una sola máquina se pueden hacer engranes, perforaciones cuadradas, redondas u ovaladas, cilindros, cubos y muchas más formas diversas, que se pueden emplear como modelos matemáticos complejos.

Modelos impresos en 3d y ejemplos de sus usos en las matemáticas.

Para que el alumno pueda tener una mejor comprensión del volumen real de un objeto, se ayuda de la impresión 3D de los Sólidos Platónicos, en cada uno de los cinco sólidos se le pide calcular la longitud de la arista que correspondería a un volumen de 100 Cm^3 y una vez que los tiene en sus manos resulta interesante el que observen como, a pesar de tener el mismo volumen, los cinco modelos se pueden percibir unos más grandes que los otros.

		Caras	Aristas	Vértices	Formula del volumen	Longitud arista
Tetraedro		4	6	4	$\frac{a^3}{12}\sqrt{2}$	9.47
Hexaedro (Cubo)		6	12	8	a^3	4.64
Octaedro		8	12	6	$\frac{a^3}{3}\sqrt{2}$	5.96
Dodecaedro		12	30	20	$\frac{5a^3}{2}\sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{10}}$	2.35
Icosaedro		20	30	12	$\frac{5a^3}{6}\sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$	3.58



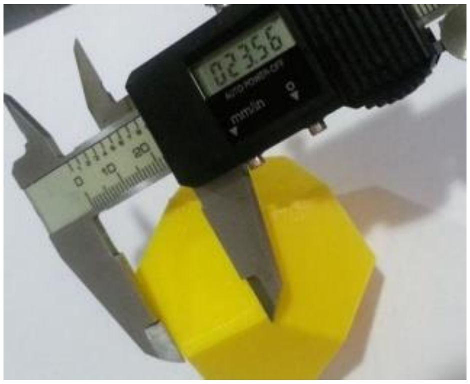
Por sus características, la forma del Tetraedro aparenta contener un volumen mucho mayor que los demás, razón por la cual en algunos productos comerciales se usa dicha forma para que el comprador sienta que es mayor el contenido.

Estos Poliedros regulares permiten demostrar la validez del Teorema de Euler de los Poliedros y las fórmulas que postuló en 1750, dos de ellas, por ejemplo mencionan que:

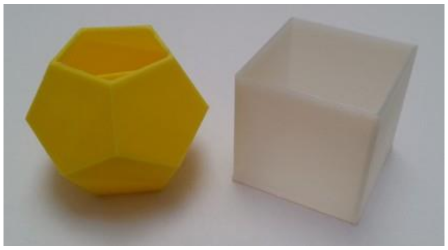
El número de caras más el número de vértices menos el número de aristas es igual siempre a dos.

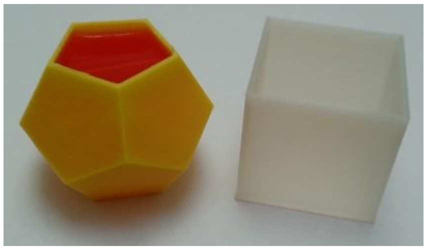
El número de lados del polígono regular por el número de caras es igual a dos veces el número de aristas.

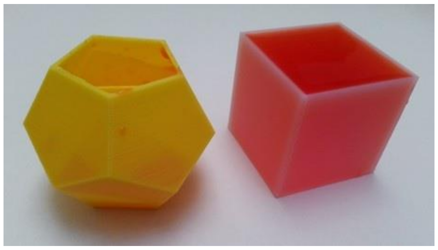
Aprovechando el Principio de Arquímedes, donde “Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo, experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de la masa del volumen del fluido que desaloja”, se utilizan estos modelos para demostrar que el volumen de un objeto cualquiera puede ser determinado al medir el volumen del líquido desalojado, en estos casos en agua 100 Cm^3 desalojan 100 ml.



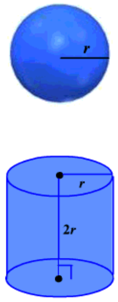
La gran ventaja de usar modelos que se imprimen mediante tecnología 3D, es que estos “sólidos” se pueden imprimir tambien de forma “hueca”, semejantes a recipientes que permiten demostrar fácilmente que la capacidad contenida en cada uno de ellos es la misma.

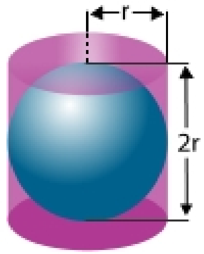


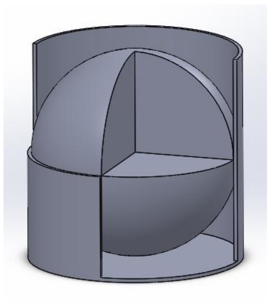


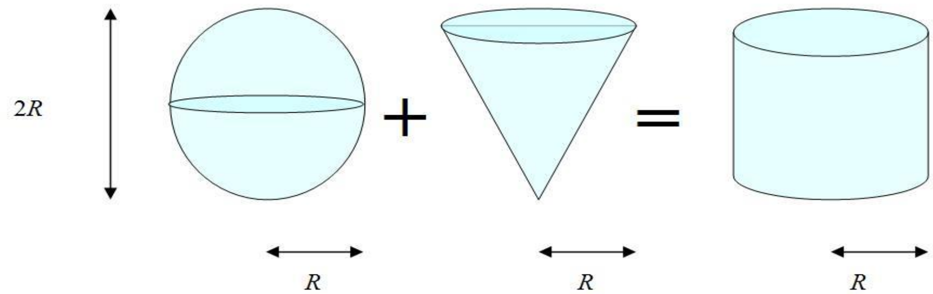


Mediante este mismo principio, se puede demostrar el postulado de Arquímedes para determinar que el volumen que ocupa una esfera inscrita dentro de un cilindro corresponde a dos terceras partes del volumen total del cilindro, mientras que el tercio restante es igual al volumen de un cono de semejantes dimensiones.



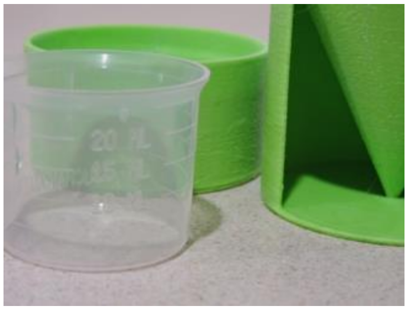


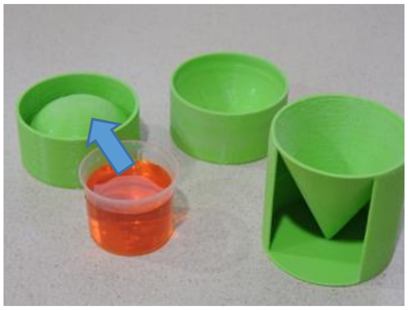


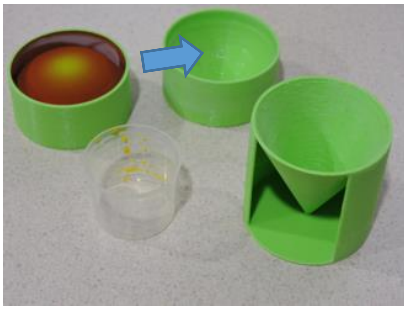


2/3 + 1/3 = 1

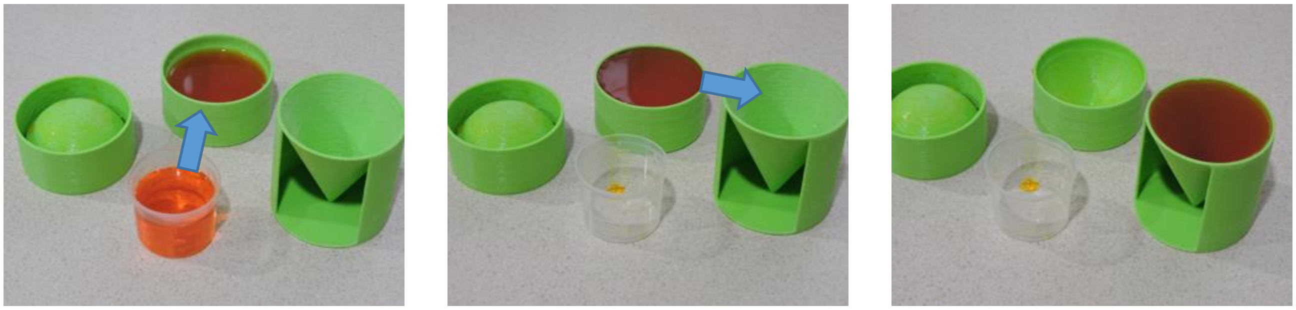
Se realiza la demostración mediante recipientes impresos en 3D para tal fin, comenzando con una cantidad de líquido de 20 ml. la cual se vierte en el recipiente superior donde se tiene el “volumen” que deja libre una media esfera dentro del correspondiente cilindro.







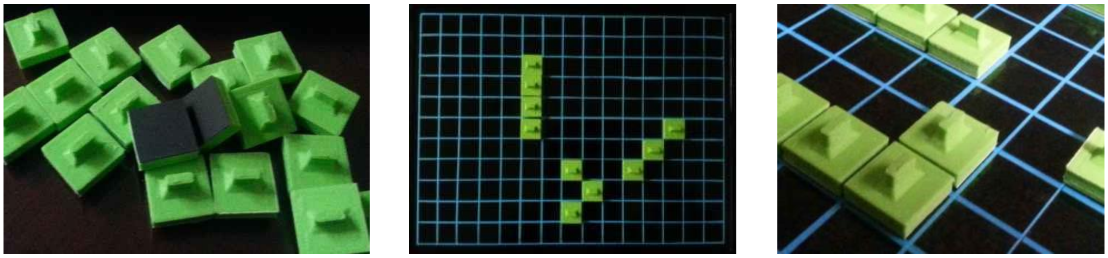
Esta cantidad de líquido es vertida ahora al recipiente inferior, observando que no abarca la totalidad del volumen de la media esfera, sino que para poder llenar completamente la media esfera se requiere de otros 20 ml.



La cantidad que está contenida en la “media esfera” es ahora vertida al recipiente que tiene un cono, llenando la totalidad de éste, demostrando que el volumen de la mitad esfera es el mismo que el del cono, que a su vez corresponde exactamente a la tercera parte del cilindro que los contiene.

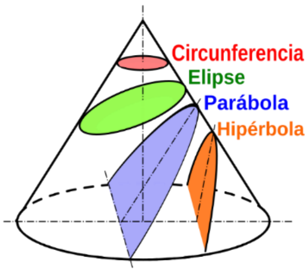
Aplicaciones en el ámbito didáctico.

Actualmente existe la posibilidad de mezclar distintos materiales generando productos terminados con texturas, colores y acabados muy diversos, desde partes flexibles a partes rígidas, con partes transparentes o traslucidas, incluyendo elementos móviles y deslizables, todo en el mismo equipo y en una sola pieza impresa, generando modelos didácticos que aún no son comerciales o que no existen debido a que los conceptos y teorías son novedosas, por ejemplo, se fabricaron piezas para un tablero basado en las teorías del Universo Determinista que plantea Stephen Hawking en su libro “El Gran Diseño” (Hawking, 2010).



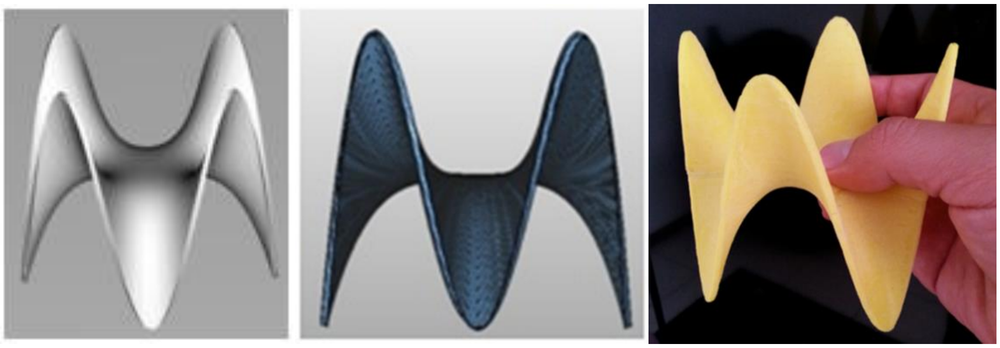
Tablero lúdico del “Juego de la vida” con piezas impresas en 3D

También se pueden manufacturar piezas que se ensamblan para formar artefactos o herramientas, como en el caso del Elipsógrafo o Compás de Arquímedes que permite generar elipses de una sencilla manera, así como demostrar que un cilindro que es cortado genera elipses en sus caras resultantes o que un cono genera las Superficies Cónicas de acuerdo a las características específicas del corte en el Cono de Apolonio.

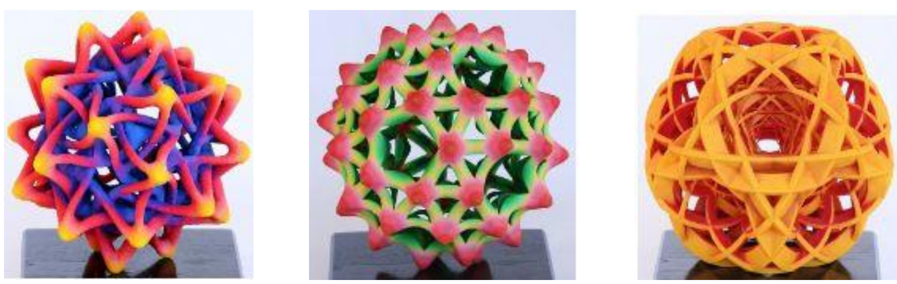


Fuente: Tomado de https://es.wikipedia.org/wiki/Sección_cónica

Resulta una extraordinaria experiencia didáctica cuando las ecuaciones y superficies hiperbólicas, sólidos en revolución y demás objetos matemáticos pueden ser impresas en sus tres dimensiones y se le entregan en las manos a los estudiantes como objetos palpables que puede visualizar en todas sus dimensiones.



No por nada existen actualmente museos de gran prestigio dedicados a mostrar las obras de arte que se pueden imprimir en 3D de modelos y fractales generados gracias a las matemáticas y sus bellas armonías, recordando que la impresión en tercera dimensión ya no es una moda, sino un recurso tecnológico de gran utilidad y aplicación hoy en día en múltiples campos del saber.



Fuente: Museo de las matemáticas de Nueva York.

Referencias bibliográficas

3DprintshowNewYork. (Abril de 2015). *New York, 3Dprintshow 2015*. Obtenido de sitio web de 3dprintshow.com: http://3dprintshow.com/new-york-2015/

Hawking, S. (2010). *Libro El Gran Diseño*. Obtenido de Sitio Web de Hawking.org: http://www.hawking.org.uk/the-grand-design.html

Imprimalia3D. (Agosto de 2015). *Portal español lider de la impresión 3D en español*. Obtenido de sitio web de imprimalia3d.com: http://www.imprimalia3d.com/tags/moda

Museo de las matemáticas en New York. (2012). *impresiones 3D de funciones matemáticas en el museo de Nueva York*. Obtenido de sitio web del museo de las matemáticas en Nueva York: http://www.accendi.es/museo-de-las-matematicas-en-nueva-york/

Wolfram Demonstrations Project. (2015). *Demos de interaccion 3D por computadora*. Obtenido de sitio web de Wolfram Demonstrations Project: http://demonstrations.wolfram.com/