El análisis dimensional y el manejo algebraico en el contexto de la solución de ejercicios de física general 1

M. Esteban Corrales Quesada
Instituto Tecnológico de CR.
escorrales@itcr.ac.cr
esteban15cr@gmail.com

Marco V. López Gamboa
NeuroAula/I.S. Corporación
mlopez@iscr.com
mviniciopcn@gmail.com

Resumen: En el presente trabajo, se detallarán aspectos relevantes al análisis dimensional y el SI (Sistema Internacional de Unidades) que, junto con el manejo algebraico, son herramientas usadas para la resolución y verificación de problemas de física, en este caso, ejemplificados en ejercicios del curso de física general 1, realizados por estudiantes de diversas ingenierías, donde se muestran errores tanto de análisis dimensional, como de manejo algebraico y por supuesto conceptuales.

Palabras clave: análisis dimensional, manejo algebraico, ecuación, formulas, aprendizaje mecánico, aprendizaje significativo

Introducción

En general en la enseñanza de la Física se abordan fórmulas y ecuaciones para resolver diferentes situaciones, desde el cálculo de la duración del recorrido de una partícula, en un movimiento rectilíneo hasta la determinación de un campo magnético por un solenoide, solo por mencionar un par de casos. Y para todo lo anterior, es sumamente importante conocer y comprender las herramientas matemáticas, sino, también las unidades de las magnitudes físicas con las que se está trabajando, además de los conceptos principales de las magnitudes físicas, que son representadas por las variables, en las diferentes ecuaciones de cualquier tópico de física.

Interpretación de conceptos y aprendizaje mecánico

Es fundamental para el desarrollo del aprendizaje de la Física, el dominio de las unidades de todas las cantidades físicas del respectivo tópico en cuestión no solo para comprenderlo, sino para que tenga coherencia dimensional; ya que la Física depende de las mediciones que se hagan y por ende de las respectivas unidades; sin dejar de lado a la Matemática, específicamente al Álgebra y a la Aritmética las cuales son herramientas fundamentales de la Física Básica y de secundaria; mientras que el Cálculo Diferencial e Integral, Métodos Numéricos y Ecuaciones Diferenciales para Física más compleja y avanzada, pero que no abordaremos en este caso.

Lamentablemente muchos estudiantes ven en los cursos de física introductorios; la simple aplicación de ecuaciones; sin entender su significado físico, como lo plantea Misner en el prólogo para Mazur (s.f):"La ecuación es fácil de memorizar, difícil de usar y más difícil de entender".

Para muchos de los estudiantes, el valor esencial de un curso de física introductoria no radica en el aprendizaje, digamos, de esta ley de mecánica, sino en la adquisición de destrezas que los físicos usan al trabajar con estas leyes. Destrezas importantes que son transferibles a otras áreas y que incluyen la simplificación, idealización, aproximación, representación pictórica, gráfica y matemática de fenómenos y más generalmente, modelaje matemático/conceptual. Pero la idea de que la física consiste toda en ecuaciones y matemática es un mito tan arraigado entre los estudiantes, que muchos de ellos se rehúsan a pensar, si como alternativa pueden encontrar una ecuación para memorizarla.

De ahí que los estudiantes, al interpretar a la Física como el simple uso de ecuaciones, pues conlleva a los errores más usuales en las mismas; como errores de despeje; como de factorización, de exponentes, etc; los cuales podrían detectarse fácilmente si los estudiantes considerarán a las unidades de las magnitudes físicas con las que trabajan en las ecuaciones; pero que lamentablemente no es así. Por otro lado; estudiantes tienden a mecanizar la manera de resolver los ejercicios con la simple aplicación de ecuaciones, basados en problemas de contenidos anteriores, sin analizar lo que significan las nuevas magnitudes físicas y variables con las que están trabajando, sin mencionar la responsabilidad de los docentes en estos casos, ya que usualmente caen en la costumbre de enseñar la resolución de ejercicios de Física, con simples despejes de ecuaciones sin su respectivo análisis conceptual, dimensional, etc. Como lo mencionan Jiménez y Segarra (s.f),

> Las experiencias de los docentes, así como los usos, costumbres y valores de nuestro entorno hacen que los profesores conciban ideas sobre la solución de problemas que llevan consigo y ponen en juego cuando les corresponde enseñar física". Y, al igual que sucede con los alumnos estas ideas 'parecen funcionar' satisfactoriamente. Por ejemplo: un profesor de física en un curso con estudiantes de 13 a 14 años aplicó como parte de un proyecto de investigación un cuestionario en el que pretendía indagar qué sabían sus estudiantes sobre la ley de Ohm antes de que él abordara este tema. Este profesor, evidentemente incluyó problemas como parte del cuestionario. Uno en especial requería el uso de la fórmula $I = V/R$. Como este tema no la había tratado, el profesor proporcionó la fórmula (y unidades) a los estudiantes. Sorpresivamente cerca del 60% resolvieron correctamente el problema al emplear la técnica tradicional de: datos, fórmula, sustitución y operaciones, Así, en un primer momento pareciera que esta técnica sí es útil ya que permite la solución de problemas 'nuevos' de temas que antes no se habían tratado. Por supuesto, habría que repensar si se trata verdaderamente de problemas y qué tan 'nuevos' son éstos. Este profesor sí se enfrentó a un problema cuando otro compañero preguntó: si propones a tus estudiantes en el examen de fin de tema, problemas como el que incluiste en el examen diagnóstico, ¿cómo podrías diferenciar si tus estudiantes aprendieron la ley de Ohm o solo aplican de manera mecánica una técnica?
>
> Ahora este joven profesor procura diseñar problemas que se alejen de los enunciados tradicionales y que impliquen formas de solución que no se reduzcan a la aplicación irreflexiva de pasos preestablecidos."

Lo anterior muestra la responsabilidad que tienen los docentes a la hora de enseñar los diversos tópicos en cualquier curso de Física, sobre todo a nivel básico y no solo recetar soluciones "mecánicas", ya que así no se llegaría a un aprendizaje significativo; y los estudiantes quizás obtengan notas buenas o aprueben los cursos, pero en ocasiones no saben o desconocen la razón y el significado físico de sus soluciones.

Otro aspecto por mencionar son los errores conceptuales posean los estudiantes en los diversos contenidos que se desarrollen en general para cualquier curso de Física. Según Romanos (2014), para él los errores conceptuales son también llamados ideas previas, estructuras conceptuales, preconceptos, conocimientos previos, concepciones, ideas espontáneas, concepciones erróneas, ciencia intuitiva, ciencia de los alumnos, teorías implícitas o teorías en acción. Además, plantea que los orígenes o las causas de estos errores conceptuales son diversos pero el estudio de los mismos ha permitido conocer que el origen está en la experiencia cotidiana y son reforzados por el lenguaje común, más impreciso, que refuerza ideas inadecuadas y aprendizajes inapropiados generalmente

influenciados por el entorno social y los medios de comunicación. Otras causas que también influyen son la utilización de analogías en los libros de texto o por parte de los docentes, la observación y extrapolación de forma "acrítica" de la naturaleza que rodea, el exceso de superficialidad, una enseñanza inadecuada bien porque no se tiene en cuenta lo que los alumnos saben con anterioridad bien porque los propios profesores tienen interiorizados los errores o errores en los propios libros de texto o en el material utilizado.

Lo anterior incide en las bases previas que los estudiantes posean por ejemplo de lo que será la base de este estudio de las unidades de medida de las magnitudes físicas, sistemas de conversión por mencionar algunos en Física y en el caso de Matemática de las herramientas algebraicas elementales como métodos de factorización, leyes de potencias, etc; que son fundamentales para que los estudiantes resuelvan de manera exitosa los diversos ejercicios que se les presenten.

Jiménez y Segarra (s.f), se refieren a los profesores que consideran a los problemas de físicas como la aplicación mecánica de una ecuación para obtener un número.

> A grandes rasgos, para estos profesores un problema es una situación acotada en la que se precisan los datos, números principalmente, y la incógnita; que no requiere de especificar supuestos; que se resuelve mediante la aplicación de una fórmula; y cuya respuesta es un número.

También mencionan que para enseñar este tipo de situaciones en el aula:

- Se explica el tema y se introduce la fórmula matemática correspondiente, se resuelven algunos problemas ilustrativos, los cuales son explicados con orden y claridad, y finalmente se dejan problemas de tarea a sus estudiantes.
- Existe un método correcto para la solución que es el que el profesor revisó en el aula y que consiste generalmente en obtener los datos, identificar la fórmula y aplicarla.
- La articulación de varios temas en un problema no es pertinente ya que confunde a los estudiantes, quienes se abocan sólo al tema que se trata en esos momentos.
- Los problemas cualitativos dudosamente logran que el estudiante aprenda física.
- El profesor no requiere diseñar problemas, éstos se encuentran en los libros a fin de cada capítulo. Y pueden ser resueltos por un buen estudiante.
- Los problemas son un ingrediente esencial de la evaluación.
- La solución de problemas por parte de los estudiantes permite saber cuándo un estudiante sabe física.

Lo anterior junto con la mecanización que los estudiantes desarrollan a la hora de resolver ejercicios de Física, puede repercutir tanto en su desempeño académico como también en su aprendizaje significativo, ya que estos dos factores promueven una resolución de ejercicios de Física a manera de una “receta general” dejando de lados los análisis de conceptos y por supuesto dimensionales.

Sistema Internacional de Unidades (SI):

Según Hidalgo, Murillo, Amador & Gutiérrez (2013):

> El SI es un sistema coherente de unidades, lo cual implica que todas las unidades se pueden expresar como productos de potencias de las unidades base, en las que solo se incluye un valor numérico igual a 1, por lo que no requieren factores numéricos, diferentes a la unidad para relacionar las unidades (por ejemplo: 1 N = 1 $kg^{1}\cdot m^{-1}\cdot s^{-2}$ corresponde a la unidad derivada newton). En este sentido, el Sistema Internacional está mejor estructurado y es mucho más simple; además, se basa en un sistema decimal.

Hidalgo et al. (2013) también plantean lo siguiente:

> El Sistema Internacional de Unidades (SI) tuvo su origen durante la X Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) en 1954; sin embargo, no fue establecido hasta 1960, durante la XI Conferencia General para unificar mundialmente su uso en la ciencia, la tecnología, la industria y el comercio. Su nombre deriva del francees Le Systeme Internacional d’Unitees.

En nuestro país el uso del SI está regido por la “Ley del Sistema Internacional de Unidades, Ley N° 5292 del 9 de agosto de 1973”, según la Gaceta N°56 del mes de marzo de 2011.

Lo que le da un carácter sumamente importante al uso del SI y por ende usarlo de manera correcta.

Las magnitudes físicas y unidades fundamentales según el SI son las siguientes:

Tabla 1: Magnitudes físicas y unidades fundamentales del SI

Magnitud básica	Símbolo de la magnitud	Unidad básica	Símbolo de la unidad
longitud	l, x, r, entre otras	metro	m
masa	m	kilogramo	kg
tiempo, duración	t	segundo	s
intensidad de corriente eléctrica	I, i	ampêre	A
temperatura termodinámica	T	kelvin	K
cantidad de sustancia	n	mol	mol
intensidad luminosa	I_{v}	candela	cd

Fuente: Hidalgo et al. (2013)

Y algunas de las magnitudes derivadas son las expuestas en la siguiente tabla.

Tabla 2: Algunas magnitudes derivadas y sus unidades según el SI

Magnitud derivada	Nombre	Símbolo de la unidad
área (superficie)	metro cuadrado	m^2
volumen	metro cúbico	m^3
velocidad	metro por segundo	$\mathrm{m/s} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
aceleración	metro por segundo cuadrado	$\mathrm{m/s}^2 = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
densidad (volumétrica)	kilogramo por metro cúbico	$\mathrm{kg/m}^3 = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$
fuerza	newton	$\mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
presión, esfuerzo	pascal	$\mathrm{Pa} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
energía, trabajo, cantidad de calor	joule (julio)	$\mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
potencia	watt (vatio)	$\mathrm{W} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3}$

Fuente: Hidalgo et al. (2013)

Análisis dimensional

Para comenzar a puntualizar a lo que es el análisis dimensional, Resnick, Halliday & Krane (2003), indican algo muy importante:

> Toda cantidad medida o calculada tiene una dimensión. Por ejemplo, la absorción del sonido por un lugar cerrado y la probabilidad de que produzcan reacciones nucleares presentan la dimensión la dimensión de un área. Las unidades en que expresen las magnitudes no afectan a su dimensión: una superficie seguirá siendo tal sin importar si se expresa en m^2 o ft^2, acres, sabines (absorción del sonido) o barnes (reacciones nucleares).

Indicando así, que independiente del sistema de unidades que se utilice, la magnitud física siempre esta conformada por su respectiva dimensión y por ende está tendrá un símbolo que la representa.

Además, Resnick et al. (2003), indican algo que describe lo que este estudio quiere dar a entender con respecto al manejo algebraico y análisis, y que además es básico para el desarrollo en cualquier ejercicio de Física: "Toda ecuación ha de ser consistente desde el punto de vista dimensional, es decir, las dimensiones en ambos lados han de ser las mismas. Si las observamos con detenimiento, no cometeremos errores al escribir las ecuaciones."

Ellos describen lo anterior de la siguiente forma: La distancia "*x*" que en el tiempo "*t*" recorre un objeto que parte del reposo y se desplaza con una aceleración constante "*a*" es, como veremos en el siguiente capítulo, $x = 0.5at^2$

La aceleración se mide en unidades como $\mathrm{m{=}s}^2$. Con los corchetes [ ] denotamos "la dimensión de" así que $[x] = L$ o $[t] = T$.

De ello se deduce que $[a] = L / T^2$ o LT^{-2}. Así pues, teniendo presentes las unidades y por ende la aceleración, nunca estaremos tentados a escribir $x = 0.5at$ o $x = 0.5at^3$".

Para una mejor comprensión del ejemplo anterior, la siguiente tabla puede ser muy útil:

$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{s}^2 \qquad \mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^0$$

$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{s}^2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot 1$$

$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2+2} \qquad \mathrm{m} = \mathrm{m}$$

El siguiente ejemplo, ayudará a la comprensión de lo anteriormente expuesto:

Ejemplo 1:

La distancia “x*”* que en el tiempo *”t”* recorre un objeto que parte del reposo y se desplaza con una aceleración constante *”a”* es, como veremos en el siguiente capítulo, $x = 0.5at^2$

Solución:

Teniendo en cuenta que $[x]$ = m, $[t]$ = s y $[a]$ = m / s^2, se procede a determinar que la coherencia en las unidades a ambos lados de la ecuación dada en el enunciado:

Se omite el 0.5 en el desarrollo del análisis dimensional, al ser una entidad adimensional, es decir carente de unidades.
Con lo anterior, se comprueba que la ecuación dada es dimensionalmente correcta, un procedimiento similar, es el que hace, para comprobar la dimensionalidad en cualquier ejercicio de física. Cabe mencionar, que este análisis, se realiza de forma mental en algunos casos.

Manejo algebraico

En lo referente a este apartado es importante que la Matemática es una gran herramienta para

Física, además de que el estudiante domine los principios básicos como las leyes de potencias, métodos de factorización y por supuesto las cuatro operaciones básicas. También, de saber el principio elemental de que cuando se despejan ecuaciones, el cual es que “las variables cuando se pasan al otro lado del igual se pasan a realizar la operación contraria a que estaban haciendo previamente”. Y en particular para el curso de Física General I y posteriores, se requiere de las herramientas del Cálculo Diferencial e Integral.

El Álgebra es muy importante tanto para la Matemática como para la Física, ya que esta herramienta es el aprendizaje de ambas ramas del conocimiento, como lo plantea González (2012):

> Buscar la naturaleza y significación del lenguaje matemático en nociones, conceptos y la evolución de los mismos, ha permitido encontrar en la historia de las matemáticas razones para la enseñanza de las mismas. Conceptos que trascienden, fundamentan y transforman el desarrollo del álgebra, dan cuenta de la importancia de la simbolización o el uso del lenguaje simbólico en matemáticas a lo largo de la evolución de las ciencias y al buscar en esa naturaleza propia del conocimiento su desarrollo, aparecen dificultades intrínsecas que posiblemente la historia nos revele.

Tanto en el Álgebra, como en la Física, el significado de las variables es importante, sobre todo en la Física, ya que cada variable representa a una magnitud Física, aunque en general para

determinadas áreas del conocimiento que utilizan al Álgebra como herramienta, cada variable o letra tiene un significado según su campo de estudio. Como lo menciona Gonzalez (2012):

> Además el lenguaje algebraico busca no sólo el manejo de los símbolos de tipo operacional y de algunas relaciones como se hace en aritmética, sino también ampliarse con sentido ya que son de distinta naturaleza, en elementos abstractos que se están representando a través de letras, esto no quiere decir que dar significado a estos consista en limitarse a sustituir números por letras, sino números por variables; de esta forma lograr plantear y resolver problemas de distintos ámbitos: aritméticos, geométricos, combinatorios etc.

El siguiente ejemplo plasma el uso del manejo algebraico a la hora de resolver una ecuación:

Ejemplo 2:

Determine el valor numérico de x en la ecuación $2x^3 - 7 = t + 4z^2$, sabiendo que $t = 1$ y $z = 3$

Solución:

Para obtener la x de la ecuación dada se procede:

$$2x^3 - 7 = t + 4z^2$$
$$2x^3 = t + 4z^2 + 7$$
$$x^3 = \frac{t + 4z^2 + 7}{2}$$
$$x = \sqrt[3]{\frac{t + 4z^2 + 7}{2}}$$

Luego sustituyendo por los valores dados de t y z, se tiene:

$$x = \sqrt[3]{\frac{1 + 4\left(3\right)^2 + 7}{2}}$$
$$x = 2.802$$

Es claro, según el ejemplo anterior, se usan herramientas básicas de Álgebra y de Aritmética, desde las leyes de potencia hasta la resta, multiplicación, etc; para resolver la ecuación; esos mismos cimientos conceptuales, junto con los propios de Física, son lo que se utilizan para el desarrollo de ejercicios de Física.

Soluciones de algunos ejercicios por parte de estudiantes:

A continuación, se muestran y describen situaciones de análisis dimensional y manejo algebraico realizadas por estudiantes de física general 1, por medio de diferentes ejercicios que les fueron dados para que los resolvieran:

Magnitud física	Nombre de la unidad	Símbolo de la unidad	Tipo de magnitud
Longitud	~~gramo~~	~~g~~	Básica
Presión		Pa	
Fuerza	newton	N	Derivada

FIGURA 1: Respuesta con errores, por parte de un estudiante.

El objetivo de esta pregunta, cuyo enunciado era: "Complete la siguiente tabla referente a magnitudes físicas del Sistema Internacional de Unidades SI", fue el de sondear conocimientos previos de los estudiantes sobre el SI; obteniéndose, más casos como los representados en la figura 1.

a. 120 min equivale a	2	h
b. 5 kN equivale a	5×10^{-3}	N
c. 15 μs equivale a	~~15~~	s
d. 2 h equivale a	7200	s

a) $120\,min \cdot \frac{1\,h}{60\,min} = 2\,h$

$2\,h \cdot \frac{3600\,s}{1\,h} = 7200\,s$

3) μ no tien unidad por tanto es equivalente a un 1.

FIGURA 2: Respuesta con errores, por parte de un estudiante.

El objetivo de esta pregunta, cuyo enunciado era "Complete la siguiente tabla de conversiones" fue el de sondear conocimientos de conversiones y uso de prefijos, nótese en este caso particular, la confusión de la equivalencia del prefijo "kilo" (k) por el de "mili" (m), además del error conceptual y de contexto del prefijo "micro" (μ), al confundirlo con el símbolo y significado conceptual del coeficiente de fricción.

3.Sea la siguiente ecuación:

$$z^3 + \sqrt[5]{y} - x^2 - \frac{1}{2} = 3$$

Determine y en función de x y z simplificando al máximo.

$\sqrt[5]{y} = 3 - z^3 + x^2 + \frac{1}{2}$

$\sqrt[5]{y} = \frac{3}{2} - z^3 + x^2$

$y = \sqrt[5]{\frac{3}{2} - z^3 + x^2}$

$z^3 + \sqrt[5]{y} - x^2 - \frac{1}{2} = 3$

$\sqrt[5]{y} = 3 - z^3 + x^2 + \frac{1}{2}$

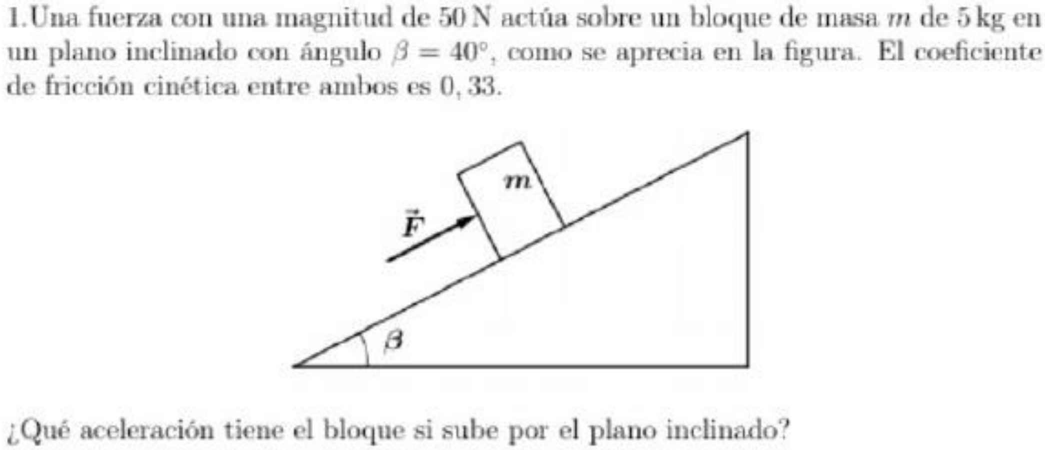
$\left(\sqrt[5]{y}\right)^5 = \left(\frac{7}{2} - z^3 + x^2\right)^5$

$y = \sqrt[5]{7/2 - z^3 + x^2}$

FIGURA 3: Respuesta con errores, por parte de un estudiante.

Como se puede observar la finalidad del ejercicio, era conocer las habilidades de manejo algebraico, así como aritméticas de los estudiantes, en esta respuesta, se nota un error aritmético, así como un error en la aplicación de las leyes de potencias.

En el contexto de un ejercicio de física, el uso adecuado de las unidades respectivas de las magnitudes utilizadas serviría para identificar este tipo de errores. Como veremos en las figuras siguientes.


1. Una fuerza con una magnitud de 50 N actúa sobre un bloque de masa m de 5 kg en un plano inclinado con ángulo $\beta = 40°$, como se aprecia en la figura. El coeficiente de fricción cinética entre ambos es 0, 33.

¿Qué aceleración tiene el bloque si sube por el plano inclinado?

FIGURA 4: Enunciado de ejercicio de Leyes de Newton.

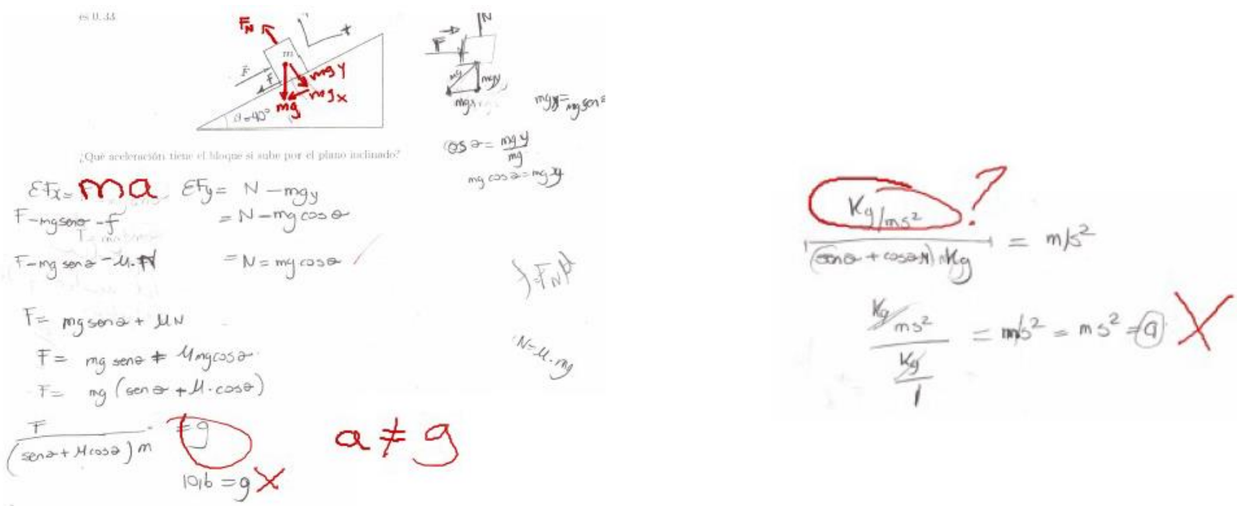


FIGURA 5: Respuesta a ejercicio de Ley de Newton por parte de un estudiante.

Como se puede observar en la resolución de este ejercicio, el estudiante, referente a las leyes de Newton, no considera movimiento acelerado en el eje *x*, si considera las componentes respectivas, pero ya con el hecho de no considerar a la aceleración, presenta un error conceptual en el ejercicio, cosa que además es extraña ya que es lo que se solicita en el enunciado, por ende, a pesar de que los procedimientos algebraicos estén correctos, pues a nivel conceptual el ejercicio esta errado, como ya se ha mencionado, además como se puede observar, simplemente iguala a "*g*", no se entiende por qué hace esta relación con la gravedad, suponiendo que sea a esta a la que mención, en el sentido, que piensa, que es la única aceleración asociada a la situación, según la perspectiva de este estudiante; además si observa hace un análisis de dimensional, que realiza al lado de su solución, esta incorrecto, en la equivalencia del newton, según lo expuesto en la tabla 2.

1.Se empuja con una fuerza $\vec{F}$ dirigida a un ángulo $\beta = 32°$ debajo de la horizontal un bloque de masa $m = 26.6\,\text{kg}$, a una distancia $d = 9.54\,\text{m}$, por un piso plano con un coeficiente de fricción $\mu_k = 0.21$, y con rapidez constante. Determine el valor del trabajo de la fuerza $\vec{F}$.

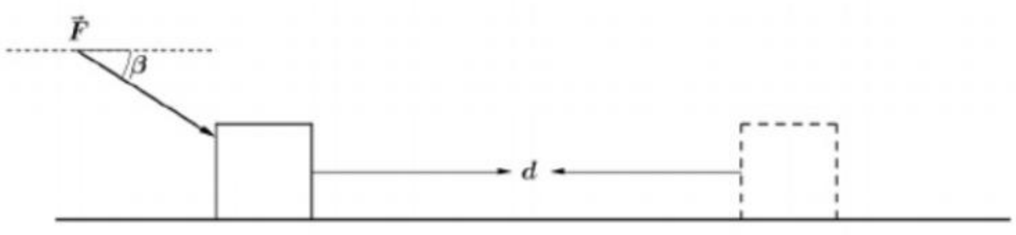


FIGURA 6: Enunciado de ejercicio de Trabajo.

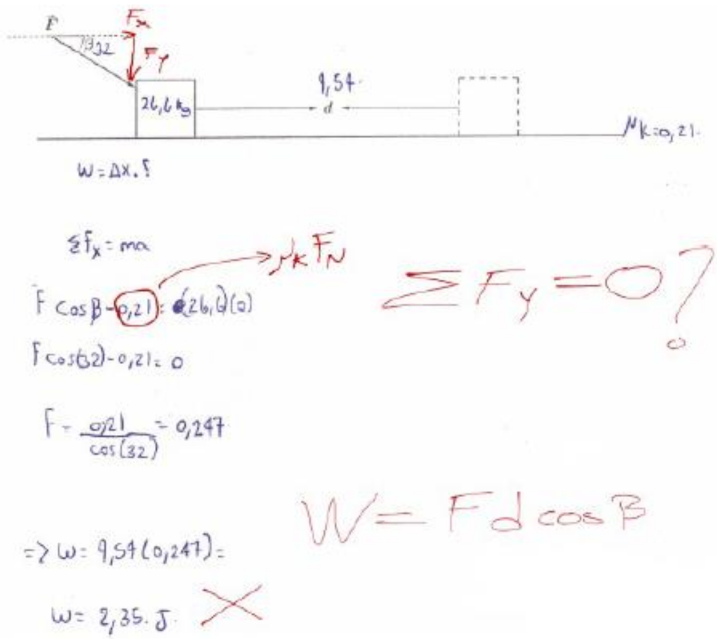
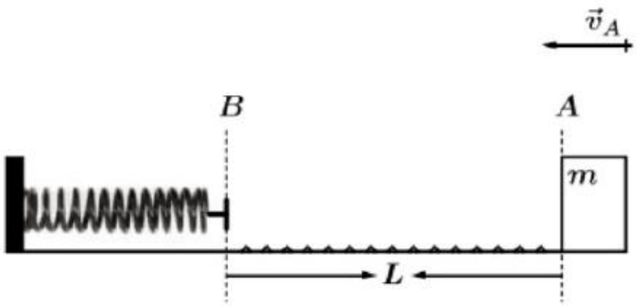


FIGURA 7: Respuesta a ejercicio de Trabajo por parte de un estudiante.

En esta solución, es más claro el error de análisis dimensional desde el inicio, ya que, en su primera línea, en la ecuación que corresponde a fuerzas, en el eje x, solo utiliza el coeficiente de fricción, el cual carece de unidades; cuando lo correcto era usarlo y multiplicarlo por la fuerza normal, según la teoría respectiva. Además, presenta un error conceptual, referente al ángulo de aplicación de la fuerza ejecutora del trabajo.

1.Una caja de m que se mueve con una rapidez v_A (sin influencia de fuerzas externas), entra a una superficie horizontal con rozamiento, de longitud L y con un coeficiente de fricción cinético entre ellas de μ_k. Después de recorrer L, choca con un resorte horizontal de masa despreciable, cuya constante de elasticidad es k y que inicialmente no posee deformación, hasta detenerse. La fricción debajo del resorte es despreciable.



Utilizando el Teorema de Trabajo y Energía Cinética, demuestre que la rapidez con la que caja toca el resorte es:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2\mu_k g L}$$

FIGURA 8: Enunciado de ejercicio de Trabajo y Energía.

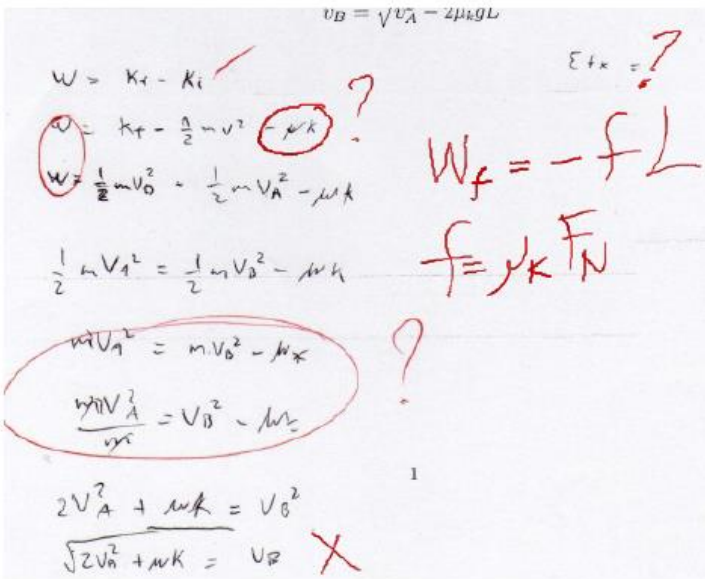


FIGURA 9: Respuesta a ejercicio de Trabajo y Energía por parte de un estudiante.

Nótese en esta solución, el error conceptual, pero asociado a sus dimensiones, referente al trabajo de la fricción, similar al caso anterior, solo usa al coeficiente de fricción cinético, cuando en esa línea de la solución, al ser una ecuación de magnitudes de energía, debe contener elementos con unidades de energía, es decir "joules", comienza bien con el planteamiento del teorema de Trabajo y Energía Cinética, luego comete el error ya mencionado. Inclusive se puede apreciar otro error de carácter algebraico, donde manda a dividir a un elemento (m) de la v_B, con la masa asociada a v_A, lo cual es incorrecto, ya que este elemento no es factor común, es decir, no está multiplicando al coeficiente de fricción.

Conclusiones

Como se puede entender, la solución de ejercicios y su explicación, no solo depende de aplicar una ecuación y/o formula, sustituir valores y obtener un resultado, requiere de un análisis más integral y holístico, en el cual, deben ser considerados elementos como las unidades de las magnitudes físicas involucradas, pero sobre todo, los conceptos asociados, a las situaciones planteadas; como se vio por ejemplo en el ejercicio mostrado en las figuras 5 y 6, además del error dimensional, se presentó un error de concepto, o, eso se piensa, al no considerar a la "aceleración" que era lo que se preguntaba, y una de las posibilidades es que el estudiante, haya considerado que el bloque tuviera velocidad o constante, o simplemente igualo a 0, para seguir realizando un procedimiento.

Recomendaciones

En general, con esta exposición de situaciones, lo que recomendamos tanto a docentes como a estudiantes, primero, no tomar a la ligera el uso de las unidades de las magnitudes físicas, a la hora de resolver problemas, ya sea en un curso de física general 1, como cualquier otro curso física o de matemática aplicada que involucre uso de unidades y que repase y domine los conceptos y significados asociados a cada variable que forma la ecuación y/o formula, que este utilizando, ya que el trasfondo que involucra no es solo de una simple sustitución de valores, sino, que va más allá, representa la interpretación de un fenómeno, explicado tanto cuantitativamente, como cualitativamente. Repasar siempre el capítulo de las unidades y mediciones que viene al inicio de los libros de física general, en el volumen 1 y practicar y repasar procesos algebraicos y por supuesto no considerar a los ejercicios de física, como ejercicios, donde se leen, se buscan datos, se selecciona una ecuación y se busca el dato faltante. Y a los docentes, aunque es probable que ya lo hagan, realizar diagnósticos, para complementar los perfiles de entradas y salida de sus estudiantes, función de los contenidos a desarrollar en los cursos de física que impartan.

Referencias Bibliográficas

González, E. (2012). Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas. Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf

Hidalgo, L., Murillo, N., Amador, A., & Gutiérrez.D. (2013). *Manual de uso del Sistema Internacional de Unidades: una guía práctica*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Jiménez, E. Segarra P. (s.f). Ideas de los profesores de física sobre la enseñanza de la solución de problemas en el bachillerato. Recuperado de https://apice.webs.ull.es/pdf/142-046.pdf

La Gaceta Digital (21 de marzo de 2011) N°56. Recuperado de http://www.gaceta.go.cr/pub/2011/03/21/COMP_21_03_2011.pdf

Mazur, E. (s.f). *Instrucción por pares, manual del usuario*. USA, Universidad de Harvard.

Resnick, R., Halliday, K., Krane, K. (2002). Física volumen 1. México: CECSA.

Romanos, I. (2014). Errores conceptuales en Física en alumnos de E.S.O. y Bachillerato. Propuestas de resolución. Universidad Pública de Navarra, España. Recuperado de http://academica-e.unavarra.es/handle/2454/14503