Instituto Tecnológico de Pinotepa - I T P
Instituto Tecnológico de Tlalnepantla - ITTLA

Tema. Enseñanza de las matemáticas, problemas pedagógicos y dirección del proceso enseñanza- aprendizaje en algunos sistemas educativos.

Título de la ponencia. La Modelación Matemática- M^2: Una nueva alternativa pedagógica didáctica, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Nombre. Teodoro M. Ceballos
Domicilio. Retorno 802 No. 19
Col. El Centinela
Delg. Coyoacán
México, D.F.
C.P. 04450
Teléfono. 56895964
Correo electrónico. Ceballos1492@yahoo.com.mx

Nombre. Benigno Hernández Ruíz
Domicilio. Alfonso Pérez Gasga No. 4
Segunda sección
Santiago Jamiltepec, Oax.
Teléfono. 01 954 58 28 271
Correo electrónico. Beny0213@hotmail.com

Nombre. Danilo C. Sánchez Torres
Domicilio. Av. Heroico Colegio Militar No. 210
Colonia Centro
Pinotepa, Oax.
Teléfono. 01 954 54 32 368
Correo electrónico. Dany_candhotmail.com

MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN UEPI – UNIVERSIDAD AUTONOMA DE GRO.

La Modelación Matemática- M²: Una nueva alternativa pedagógica y didáctica, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Resumen

Esta ponencia, es el resultado del trabajo desarrollado en el Discurso Matemático Escolar (DME) para el tema de Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL), en la asignatura de álgebra lineal para la carrera de Ingeniería Industrial, en los Institutos Tecnológicos de Pinotepa, Oax. y Tlalnepantla, Edo. de Mex. Casi siempre, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, genera muchos problemas de corte matemático, pedagógico y didáctico; razón por la cual, existe un abundante trabajo de investigación educativa en esta dirección, sin embargo, parece que nada de todas estas aportaciones han funcionado de manera general, pues el problema pedagógico y didáctico persiste; pues los altos índices de reprobación en esta área, cada vez son más grandes. el propósito es determinar si con el uso de la Teoría de la Modelación Matemática (MM), el que aprende alcanza un aprendizaje significativo en lo refiere a la conceptualización matemática de prerrequisito y de los nuevos temas de la asignatura que nos ocupe. Mientras que el objetivo, está focalizado para que todos los aprendedores se apropien con un nivel de aceptación del cien por ciento, la teoría del Cálculo vectorial y Varias variables .

INTRODUCCIÓN

Nadie duda de que la ciencia matemática es importante para el progreso de la humanidad; lo que casi nunca nos dicen, es que también es sumamente divertida. En esta dirección, la historia de la investigación científica matemática es tan apasionante como una buena novela de misterio o una película de vaqueros. Sólo que el malvado es la ignorancia, y el villano la incomprensión [1].

Como profesor; ¿qué se debe entender por enseñar matemáticas?, ¿qué significa hacer matemáticas? ¿qué interpretaré de que el que aprende obtenga un aprendizaje significativo? y como aprendedor; ¿Cómo poder aceptar sin condiciones aprender a aprender matemáticas?, ¿la forma de como los profesores me enseñan, es lo más correcto?, porque cada vez que tomo un nuevo curso de matemáticas, termino por odiarlas más. Aunque podría parecer evidente lo que son las matemáticas o, cuando menos, que es posible saber si una persona está o no haciendo matemáticas, al profundizar en el tema se ve que esto no siempre está tan claro como parece.

Estas imprecisiones de pensamiento tanto de los alumnos como de los profesores, es lo que nos motivó a investigar si a través de un proceso pedagógico y didáctico, se pudiera lograr que los que aprenden logren un aprendizaje significativo a través de la Modelación Matemática (MM). Con la teoría de la (MM), sin duda, construimos nuevos objetos matemáticos y, por consiguiente, estamos haciendo, construyendo o modelando matemáticamente. Pero ¿qué es concretamente lo que debemos entender por una MM? Según Mochon (2000), concluye: *un modelo matemático es una representación de un fenómeno real, basada en relaciones matemáticas, aún independiente del tipo de representación que se desea utilizar para construir un modelo, puede darse una secuencia de pasos a seguir para su creación y refinamiento, pero pueden existir muchas variaciones*.

Lo que el Dr. Simón Mochon nos quiere decir, es que dado cualquier fenómeno que ocurra en la naturaleza (*físico, químico, social o de cualquier tipo*), éstos deberán ser bien observados, comprendidos, interpretados, analizados, por último efectuar una evaluación; como consecuencia de todo lo anterior, traducirlo en lenguaje escrito; después, matematizarlos; luego resolver el MM construido en la matematización; el paso siguiente será interpretar el o los resultados encontrados; de inmediato, realizar una evaluación general de todo el proceso académico, pedagógico, didáctico y finalmente, reorientar las desviaciones que se hayan generado.

MARCO TEÓRICO

¿Modelos matemáticos? Al identificar la actividad matemática con el trabajo de construir MM para estudiar sistemas matemáticos o extramatemáticos, queda pendiente una controversia, i.e., ¿cómo saber si un modelo es matemático o no lo es? ¿A partir de qué momento se puede decir que alguien - hace matemáticas - en el sentido de que trabaja con MM? En nuestra experiencia, coincidimos con otros colegas cuando afirman que no es posible establecer una frontera clara y precisa que separe de tajo las actividades matemáticas de las no matemáticas; sin embargo, no dejaremos de precisar lo que realmente entendemos por modelación matemática (MM) y la forma de cómo explotamos la teoría.

En esta dirección, los modelos matemáticos no son una representación exacta de la realidad, sino más bien que estos obedecen a una pregunta que se está queriendo responder, lo cual implicaría que para un mismo fenómeno podrían existir diferentes o variados modelos que son manipulados o adecuados según las exigencias de lo estudiado validados según las observaciones. La teoría de la MM cuando es correctamente utilizada para que un grupo de aprendedores de ingeniería se apropien de algunos objetos matemáticos, resulta ser una gran alternativa didáctica.

Por lo común es deseable describir el comportamiento de algún sistema o fenómeno de la vida real, ya sea físico, sociológico o incluso económico, en términos matemáticos. La descripción matemática de un sistema o fenómeno es a lo que llamaremos Modelo Matemático (MM) y se construye con ciertos objetivos en mente. P.ej., es posible que se desee entender los mecanismos de cierto ecosistema al estudiar el crecimiento de poblaciones animales en ese sistema, o bien, se podría desear fechar fósiles al analizar la desintegración de una sustancia radiactiva ya sea en el fósil o en el estrato en el que se descubrió [3]. La construcción de un MM de un sistema comienza con

1. Identificación de las variables a las que se atribuye el cambio del sistema. Al principio se podría elegir no incorporar todas estas variables en el modelo. En este paso se está especificando el nivel de resolución del modelo.
2. A continuación se elabora un conjunto de suposiciones razonables, o hipótesis, acerca del sistema que se está intentando describir. Estas suposiciones también incluirán algunas leyes empíricas que podrían ser aplicables al sistema.

Así que, una vez que se formula un MM que para nuestro caso es un SEL, se está ante el nada insignificante problema de encontrar la solución. Una propuesta metodológica para la MM puede ser como sigue: (1) Suposiciones, (2) Se expresan las suposiciones en términos de SEL, (3) Realizamos la formulación matemática, (4) Resolvemos el SEL, (5) Obtenemos las soluciones, (6) Mostramos las predicciones del MM: p.ej., a través de un esquema, una gráfica o una representación geométrica, (7) Comprobamos las predicciones del MM con otros hechos ya conocidos, (8) Si es necesario, una modificación de las suposiciones o aumentar la resolución del MM, reiniciamos el proceso de modelación matemática.

PROPUESTA DE LA ALTERNATIVA DIDÁCTICA

De generación en generación, se ha caracterizado el *hacer matemáticas* como un trabajo de modelización. Este trabajo convierte el estudio de un sistema no matemático a un sistema previamente matematizado en el estudio de problemas matemáticos, que se resuelven utilizando adecuadamente ciertos modelos. Nuestra propuesta consiste en que durante el proceso de modelación matemática, se vaya favoreciendo el señalamiento de los diferentes conceptos de las matemáticas que vayan germinando (*surgiendo*), ya sean éstos de prerrequisitos o postrequisito de la matemática que se trate.

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Ejercicio. Una sección de soldados del ejército Iraquí, está siendo entrenado para sí, es necesario, participe en el frente de batalla contra el ejército norteamericano. Razón por la cual se les ordena que recorran corriendo quince Kms en una hora con treinta minutos de norte a sur y a favor de la corriente del viento. Posteriormente, se les da una segunda orden indicándoles que después de terminar el primer recorrido, de inmediato recorran doce Kms en dos horas de sur a norte que evidentemente es contra de la corriente del aire. Determinar la velocidad de esta sección de soldados del ejército iraquí en un medio sin viento y la velocidad que lleva el aire.

Solución. Sea x la velocidad, en Kms por hora de la sección de soldados, sin la acción del viento; y la velocidad, en Kms por hora, de la corriente de aire. Entonces ($x+y$) será la velocidad de la sección de soldados a favor de la corriente de aire y $(x-y)$ la velocidad de la sección de soldados en contra de la corriente del viento. Aquí, el tiempo es igual al espacio partido por la velocidad; luego, el tiempo empleado en recorrer los quince Kms a favor de la corriente de aire en una hora y media, es igual al espacio recorrido, i.e., quince Kms divididos entre la velocidad de la sección de soldados ($x+y$), que en el lenguaje algebraico será $\frac{15}{x+y}=1.5$ o también, $0.3x+0.3y=5$. Por otra parte, el tiempo empleado en recorrer los 12 Kms en contra corriente del viento, i.e., 2 horas, es igual al espacio recorrido, 12 Km, dividido entre la velocidad de la sección de soldados, $(x-y)$ que se puede escribir

como $\frac{12}{x-y}=2$ y que se puede reescribir como $x-y=6$; de todo esto, se desprende

el siguiente modelo matemático: $\begin{matrix} x+y=10 \\ x-y=\ \ 6 \end{matrix}$; que es un SEL.

Solución por el Teorema JCE-1 del Determinante Simétrico con entrada primaria (EP)

Cálculo de la incógnita x. Como el $x=\dfrac{\det\ \Delta x_{\substack{Simétrico \\ interactivo}}}{\det_{\substack{Simétrico\,de \\ coeficientes}}\Delta}$ (1)

$\det\Delta x_{\substack{Simétrico \\ interactivo}}=\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix}$; ahora, para construir el determinante simétrico interactivo, se

elige la segunda columna del $\det_{\substack{Simétrico \\ interactivo}}\Delta x$, i.e., $\begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$ como columna de simetría, luego

giramos en el sentido contrario de cómo gira la tierra alrededor de su propio eje, veamos

$$\det_{\substack{Simétrico \\ interactivo}}\Delta x=\begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix}=\begin{array}{c} \textbf{Columna de simetría.} \\ \downarrow \\ \begin{vmatrix} 10 & 1 & -10 \\ 6 & -1 & -6 \end{vmatrix} \end{array}\Rightarrow\det_{\substack{Simétrico \\ interactivo}}\Delta x=\begin{vmatrix} 10 & 1 & -10 \\ 6 & -1 & -6 \end{vmatrix}.$$

Para calcular el valor del determinante simétrico interactivo, multiplicamos 10 por (-1), luego sumamos este producto con la multiplicación 1 con (-6), el total será el resultado

Entrada primaria (EP).

$$\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta x = \begin{vmatrix} 10 & 1 & -10 \\ 6 & -1 & -6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & & 1 & & -10 \\ & \searrow & & \searrow & \\ 6 & & -1 & & -6 \end{vmatrix} = (10)(-1) + (1)(-6) = (-10 + (-6) = -16)$$; así el

$$\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta x \rightarrow \det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta x = -16 \qquad (2)$$

Cálculo del determinante simétrico $(\det\Delta)$ **o de coeficientes.** Aquí, llevamos a cabo un proceso análogo como el que realizamos con el cálculo del $\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta x$.

Columna de simetría.

$$\det_{\substack{Simétrico\,de\\ coeficientes}} \Delta = \begin{vmatrix} 1 & & 1 & & -1 \\ & \searrow & & \searrow & \\ 1 & & -1 & & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) + (1)(-1) = (-1) + (-1) = -2$$. De donde se desprende que

$$\det_{\substack{Simétrico\,de\\ coeficientes}} \Delta \rightarrow \det_{\substack{Simétrico\,de\\ coeficientes}} \Delta = -2 \qquad (3)$$

ahora, sustituimos (2) y (3) en (1)

$$x = \frac{\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta x}{\det_{\substack{Simétrico\,de\\ coeficientes}} \Delta} = \frac{-16}{-2} = \frac{16}{2} = 8; \text{ esto implica que } x = 8 \qquad (*)$$

Cálculo de la incógnita y**.** Como el $y = \dfrac{\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta y}{\det_{\substack{Simétrico\,de\\ coeficientes}} \Delta}$ (4)

$$\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta y = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & & 10 & & -1 \\ & \searrow & & \searrow & \\ 1 & & 6 & & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 10 & -1 \\ 1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & & 10 & & -1 \\ & \searrow & & \searrow & \\ 1 & & 6 & & -1 \end{vmatrix} = (1)(6) + (10)(-1) = (6 + (-10) = -4)$$; de donde el

$$\det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta y \rightarrow \det_{\substack{Simétrico\\ interactivo}} \Delta y = -4 \qquad (5)$$

el paso siguiente será, sustituir (5) y (3) en (4), entonces

$$y=\frac{\det_{\substack{Simétrico\\ \text{interactivo}}}\Delta y}{\det_{\substack{Simétrico\,de\\ coeficientes}}\Delta}=\frac{-4}{-2}=\frac{4}{2}=2:\; y=2 \qquad (2*)$$

Finalmente, de la solución se desprende que $x=8$ y $y=2$; por consiguiente, la velocidad de la sección de soldados sin viento es de 8 Kms por hora, mientras que la velocidad del viento, es de 2 Kms por hora.

COMENTARIOS FINALES

1. Se aprende como se debe plantear algebraicamente el enunciado de un problema.
2. Se recuerda la construcción de ecuaciones implícitas de primer grado.
3. Aprendemos a construir sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
4. Recordamos el concepto de determinantes.
5. Aplicamos el método del determinante simétrico.
6. Nos apropiamos del tránsito de la matemática pura a la matemática aplicada.
7. Finalmente, aprendemos a analizar e interpretar los resultados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Swaan de, Bram, 1994. El perseguidor de la luz: Albert Einstein. Primera edición. Ed. Pangea Editores, S.A. de C.V. Colección Viajeros del Conocimiento. México.

[2] Manual de la Educación. Editorial Reymo. España.

[3] Zill, G. D. & Cullen, M. R., 2006 (pp., 19 y 20). Ecuaciones diferenciales ordinarias con problemas de valores en la frontera. Editorial Thomson, México.