

El uso de álbumes ilustrados para potenciar el aprendizaje matemático en las primeras edades

Carlos de Castro Hernández

Universidad Autónoma de Madrid

Mónica Ramírez García

Universidad Complutense de Madrid

Resumen: *Presentamos ideas para la utilización de álbumes ilustrados en la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades. Las ilustraciones pueden facilitar el aprendizaje de contenidos matemáticos como la relación parte-todo, la relación uno a muchos o los patrones. También las usamos para mostrar representaciones de cantidades, acciones, situaciones de compra y venta, matrices, cuadrículas o mapas, a partir de las cuales proponemos tareas contextualizadas en el álbum. En la segunda parte, mostramos ejemplos de actividad matemática en las primeras edades (de 5 a 7 años) enfatizando la relación entre dicha actividad y las características de las ilustraciones.*

Palabras clave: *Educación Infantil, Educación Primaria, imágenes, literatura, matemáticas, resolución de problemas.*

Using picture books to enhance mathematics learning in the early years

Abstract: *We present ideas for the use of picture books in the teaching of mathematics in the early ages. Illustrations can facilitate learning of mathematical concepts as part-whole relationship, the one-to-many relationship, or patterns. We also use them to show representations of quantities, actions, shopping situations, matrices, grids or maps, that we use to propose tasks contextualized with the album. In the second part, we show examples of mathematical activity in the early ages (from 5 to 7 years) emphasizing relations between this activity and characteristics of illustrations.*

Keywords: *Primary Education, Early Years Education, images, literature, mathematics, problem solving.*

LOS ÁLBUMES ILUSTRADOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Presentamos unas ideas sobre la enseñanza de las matemáticas en las que tratamos de integrar las matemáticas con la literatura infantil, a través del uso de álbumes ilustrados, para potenciar el pensamiento matemático. Al igual que en el caso de los materiales manipulativos, o de los enfoques constructivistas, no se trata de ideas nuevas, pero sí de ideas cada vez más experimentadas y más sólidamente fundamentadas en resultados de investigación, de las que tratamos de mostrar una perspectiva diferente.

Una de las ideas clave para articular matemáticas y literatura infantil es la necesidad que ambas tienen de la imaginación. Alsina (2007) define la imaginación como la habilidad de crear imágenes mentales y plantea que la capacidad de imaginar, en matemáticas, debe desarrollarse potenciando en el aula la visualización de objetos matemáticos (figuras, gráficos) y a través del uso de dibujos y materiales manipulativos. La imaginación, según este autor, favorece también los procesos matemáticos de razonamiento y resolución de problemas. Uno de los ámbitos de encuentro en que conviven la imaginación, la visualización, el aprendizaje infantil y las matemáticas, es el universo de los álbumes ilustrados. La profesora Margarita Marín, experta española en matemáticas y literatura infantil, escribía:

La narración o lectura de un cuento estimula la capacidad de pensar y razonar, como nos confirman las interrupciones de los pequeños con sus preguntas sobre el relato; un cuento en soporte papel con correctas ilustraciones estimula el pensamiento visual y el aprendizaje de la lectura de dibujos e imágenes, siempre que ayudemos al niño las primeras veces a analizar la imagen en global, lo que significa y después a analizar los detalles que presenta; lo estamos preparando para comprender y analizar representaciones matemáticas más específicas. (Marín, 2007a)

En esta misma línea, Van den Heuvel-Panhuizen (2008), en su descripción del movimiento didáctico de la Educación Matemática Realista, aclara que el realismo –en ese contexto– evoca aquello que el niño es capaz de imaginar, haciendo referencia explícita a los cuentos como contexto para el aprendizaje matemático:

En cuanto a los problemas que se presentan a los estudiantes, esto significa que el contexto puede provenir del mundo real, pero ello no es siempre necesario. El mundo de fantasía de los cuentos de hadas, ..., aportan contextos idóneos para un problema en tanto éstos sean reales en la mente del estudiante. (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008, p. 27)

Hay consenso en los antecedentes sobre literatura y matemáticas en que, para que un cuento ilustrado sea adecuado para la enseñanza de las matemáticas, no es en absoluto necesario que haya sido elaborado con este fin (Van den Heuvel-Panhuizen, Van den Boogaard, y Doig, 2009), pues como indica Marín (2007b):

... la clave no radica tanto en el cuento como en la lectura matemática del mismo por parte del docente. Esta lectura con ojos matemáticos nos conduce a encontrar las conexiones matemáticas del mismo, las ideas soportadas por el contexto de la narración, los conceptos explícitos e implícitos presentes en el relato. (Marín, 2007b, p. 14)

Además, McGrath (2014) advierte del riesgo de utilizar cuentos específicamente diseñados para enseñar matemáticas. Debe existir armonía entre la historia que se cuenta y el contenido matemático. Algunos cuentos resultan forzados, demasiado elaborados y estilizados, a fin de servir a un propósito matemático. En el extremo contrario, un ejemplo paradigmático de cuento ilustrado no escrito para enseñar matemáticas, pero ampliamente empleado para potenciar su aprendizaje es “Ser quinto” (Jandl y Junge, 2005). Marín (2007b) ensalza el valor de sus ilustraciones en los siguientes términos:

... sus magníficas ilustraciones no tienen desperdicio matemático. Además del orden descendente que se establece, las nociones topológicas de dentro/fuera están presentes en texto e ilustración; igualmente el concepto de sustracción, pues el niño observa la perfecta correspondencia biyectiva inicial paciente/silla y cómo según entran en consulta se van quedando vacías una a una las sillas. (Marín, 2007, p. 16)

Con este mismo cuento, Van den Heuvel-Panhuizen y Van den Boogaard (2008) realizaron una investigación en que analizaban los comentarios espontáneos de niños de 5 años durante la lectura y visionado del cuento. Al categorizar las respuestas encontraron, con cierta sorpresa respecto a sus expectativas previas, que más del 50% de los comentarios infantiles tenían un contenido matemático. Por el contrario, Elia, Van den Heuvel-Panhuizen y Georgiou (2010) registran los comentarios que realizan 4 niños sobre las ilustraciones de un cuento diseñado para aprender matemáticas (un cuento de conteo regresivo) al leerlo con su maestro, sin que este intervenga. Solo un 27% de las expresiones infantiles sugieren la presencia de un contenido matemático. Los autores concluyen que no basta con que un cuento esté diseñado para aprender matemáticas, sino que es necesario que al niño lo acompañe en su lectura un maestro con una formación adecuada que le permita formular preguntas al niño que estimulen la aparición y el desarrollo del pensamiento matemático.

A todo lo anterior se puede añadir que vincular matemáticas y literatura infantil parece haber demostrado ser provechoso para el aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de actitudes positivas hacia esta materia. Hong (1996) realizó un estudio experimental en que el grupo de control utilizaba literatura infantil y matemáticas de tipo manipulativo sin conexión entre ellas, mientras que en el grupo experimental, ambas estaban relacionadas. En la investigación se encontró que el grupo experimental obtuvo un mayor rendimiento en varias tareas matemáticas y que los alumnos mostraron una mayor preferencia por ir al rincón de matemáticas.

Resumiendo, vemos que cualquier cuento ilustrado podría servir para estimular el pensamiento matemático, siempre que el maestro o la maestra sepan verlo con “ojos matemáticos” y consigan indirectamente, a través de preguntas, guiar al niño en la adquisición de esta “mirada matemática”. También sabemos de los beneficios de conectar matemáticas y literatura infantil. El siguiente paso es volver la mirada hacia los maestros, para valorar sus necesidades formativas de cara a aventurarse con los pequeños en este tipo de experiencias en el aula. Ya contamos con procesos de formación para maestros con esta finalidad. Por ejemplo, Noda y Plasencia (2002) propusieron a estudiantes de magisterio que confeccionaran un cuento para enseñar matemáticas usando como recurso el recortado de papel. El siguiente apartado intenta contribuir a la formación de los maestros en su adquisición de la “mirada matemática”.

LECTURA DE LAS IMÁGENES DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

En este apartado, vamos a describir características de ilustraciones de álbumes incluidas intencionalmente para potenciar la actividad matemática de niños de 4 a 7 años. Después, propondremos ejemplos de la actividad matemática desarrollada por niñas y niños en el aula, mostrando la relación de esta actividad con las ilustraciones. Casi todas las imágenes que se incluyen en este apartado están tomadas de la adaptación del cuento de L. Frank Baum “El hipopótamo sonriente”, ilustrado por Mar Ferrero para el proyecto “¡A contar! Matemáticas para pensar”, de la editorial Santillana (De Castro y Hernández, 2015).

La relación parte-todo



Figura 1. La relación parte-todo.

La relación parte-todo tiene un papel central en el aprendizaje de las matemáticas en los primeros años. En aritmética, la relación parte-todo aditiva se establece entre dos cantidades cuando una de ellas (la parte) está incluida física o mentalmente en la otra (el todo). Esta relación da lugar a otra cantidad: la complementaria de la parte con respecto al todo. La comprensión de la relación parte-todo es básica para la resolución de problemas de estructura aditiva de combinación, y para el aprendizaje de la suma y la resta (Castro-Rodríguez, Castro, 2013). Advertimos que, cuando en este trabajo aparecen expresiones del tipo “problemas de

sumar”, no queremos decir en absoluto que los niños de educación infantil deban aprender a “hacer sumas”. Los pequeños resuelven estos problemas mediante estrategias informales, representando las cantidades con objetos, realizando acciones con ellos (añadir, juntar) y contando el resultado de estas acciones. Más adelante, ya en la educación primaria, la relación parte-todo sirve para iniciar al alumnado en el estudio de las fracciones.

En la Figura 1 podemos considerar el total de los hipopótamos, los cinco, separados en dos partes: tres que están sentados, y dos “de pie”. Alternativamente, una parte podría estar formada por los que tienen la boca cerrada, y otra por el que tiene la boca abierta (o los grandes y los pequeños).

En una situación en que aparece representada la relación parte-todo, se pueden plantear (con niños de 4 a 6 años) problemas de combinación (de suma y de resta) y problemas de descomposición. Un ejemplo de cada uno de estos problemas serían los siguientes:

- Si hay 4 hipopótamos con la boca cerrada y 1 con la boca abierta, ¿cuántos hipopótamos hay? (Problema de combinación, con incógnita en el total, de suma).

- Si hay 5 hipopótamos y 2 de ellos son pequeños, ¿cuántos hipopótamos grandes hay? (Problema de combinación, con incógnita en una parte, de resta).
- Si hay 5 hipopótamos y algunos están sentados y otros de pie, ¿cuántos hipopótamos puede haber sentados? ¿Cuántos de pie? (Problema de descomposición aditiva).

En cualquiera de estos casos, la función de la imagen (desde el punto de vista didáctico-matemático) es facilitar que el niño pueda imaginar la situación descrita en el enunciado del problema, asociándola a la situación relatada en el cuento y presente en la ilustración. Imaginar la situación permite comprender el problema y elaborar una representación con dibujos o materiales manipulativos que servirá de soporte para el proceso de resolución del problema.

La representación de acciones

Las acciones físicas que se realizan con colecciones de objetos y cantidades (como añadir, quitar, separar, combinar, repartir, agrupar) tienen un estrecho vínculo con las operaciones aritméticas que se efectúan con números. Las operaciones aritméticas toman su significado básico, y lo amplían y enriquecen posteriormente, al irse asociando con diversas acciones, relaciones y situaciones de la vida diaria. Así, la operación aritmética de restar adopta un significado inicial de “quitar”, pero después complementa este significado con otros, como los de “encontrar la parte complementaria de una parte con respecto a un todo”, o “hallar la diferencia entre dos cantidades”. Esta correspondencia entre acciones con objetos y operaciones con números aparece bien reflejada en la teoría desarrollada por Resnick (1992) sobre los tipos de pensamiento matemático: las matemáticas de las protocantidades, de las cantidades, de los números y de los operadores. En la Tabla 1 se resumen las características principales de los tres primeros tipos, que son los que interesan en las primeras edades (ver tabla 1).

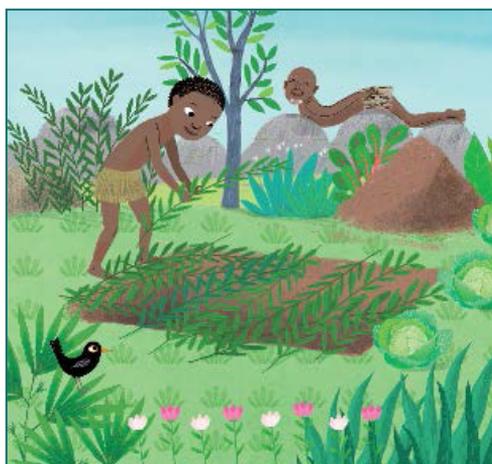


Figura 2. Acción de añadir.

La representación de cantidades indefinidas

En el Diccionario de la Lengua Española se define “cantidad”, en sus dos primeras acepciones, como: “Porción de una magnitud” y “Cierta número de unidades”. Cuando hablamos de cantidades podemos utilizar la cuantificación indefinida, que “indica la

cantidad de sustancia en una orientación aproximativa, sin la aparente concreción de la cuantificación numeral” (Lamíquiz, 1991, p. 52) o la cuantificación numeral.

Matemáticas de:	Objetos de razonamiento	Términos lingüísticos	Operaciones
Protocantidades	Material físico	Mucho, muchos, más, menos, pequeño, grande, etc.	Aumentar, disminuir, combinar, separar, comparar, ordenar.
Cantidades	Material físico medido	n objetos, n metros, n kilos, añadir, quitar, repartir.	Aumentar o disminuir una cantidad añadiendo o quitando otra cantidad. Repartir una cantidad en partes iguales.
Números	Números	n más que, n veces, más n , veces n , n más m , n dividido por m .	Suma, resta, multiplicación, división, aplicadas a números

Tabla 1. Tres tipos de pensamiento matemático (Resnick, 1992)



Figura 3. Representación de una cantidad indefinida.

Cuando aparecen representadas cantidades en ilustraciones, podemos tener interés en que se vea un número concreto de objetos, o que la cantidad quede indefinida. En la Figura 3, pueden verse varios hipopótamos. Dos de ellos están parcial, o casi totalmente, sumergidos en el agua, mientras que de otro de ellos solo se ve una pequeña parte. Podemos decir que hay algunos hipopótamos en la zona, pero la ilustración sugiere que posiblemente haya algunos más, totalmente sumergidos, o que queden fuera de la imagen.

Los dos ingredientes (que haya una cantidad y que esta sea indefinida) tienen interés desde el punto de vista matemático. Basándonos en esta ilustración podemos plantear el problema: “Si hay 10 hipopótamos, y dos están en el agua, ¿cuántos hipopótamos hay fuera del agua?” La ilustración permite a los niños imaginarse la situación y comprender la relación parte-todo (el total de hipopótamos dividido en los que están en el agua y fuera de ella). Sin embargo, si queremos poner números diferentes, con el mismo escenario y la misma relación, no habrá ningún problema.

Cuando la cantidad que aparece es una cantidad numeral concreta, como en la Figura 1 en la que se ven claramente 5 hipopótamos, algunos niños suelen protestar si cambiamos el número con respecto al que aparece en el cuento. Las cantidades nos permiten

plantear problemas, y que estas sean indefinidas nos facilita cambiar los datos ajustándolos, si fuera necesario, a las capacidades de conteo de los alumnos.

La relación de uno-a-muchos

La relación uno-a-muchos es un tipo especial de correspondencia en que a cada objeto de una colección le corresponde una colección equivalente de objetos. Por ejemplo, a cada caja le corresponden 6 madalenas, o a cada paquete de yogures le corresponden 12 yogures. Así, si hay dos cajas, tendremos 12 madalenas; en 3 paquetes de yogures, 36 yogures. Según Castro y Castro-Rodríguez (2010), hay una línea de estudios en educación matemática que sustentan la idea de que la relación uno-a-muchos está en el origen del pensamiento multiplicativo.

En la Figura 4, hay varios ejemplos de relación uno a muchos: Cada hipopótamo lleva tres niños, cada hipopótamo tiene dos sillas (o dos mantas), cada hipopótamo tiene 4 patas, y en uno de los árboles hay dos hojas en cada rama. En este caso, la relación que sirve de base para el planteamiento de problemas es la que hay entre hipopótamos y niños, que puede dar lugar a tres tipos de problemas diferentes, que los niños resuelven ya desde la Educación Infantil:

- Si hay tres hipopótamos, y cada uno lleva a tres niños, ¿cuántos niños transportarán entre los tres? (Problema de multiplicación)
- Si un hipopótamo transporta a 12 niños, y puede llevar a 3 en cada viaje, ¿cuántos viajes tendrá que hacer? (Problema de división agrupamiento)
- Si un hipopótamo transporta a 12 niños en 4 viajes, llevando los mismos en cada viaje, ¿cuántos tendrá que llevar en cada viaje? (Problema de división reparto)

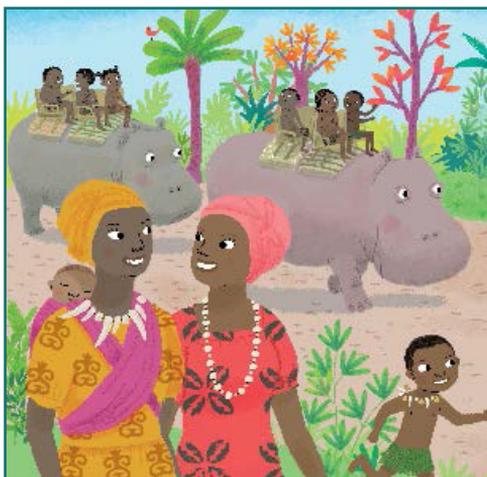


Figura 4. La relación uno-a-muchos.

Representaciones con forma de matriz

Dentro de los problemas aritméticos verbales de estructura multiplicativa, están los problemas de matrices. Se trata de problemas en los que se describe una situación en la que hay una colección de objetos dispuestos en filas y columnas (Carpenter, Fennema, Franke, Levi, y Empson, 1999). Estos problemas pueden ser de multiplicación o división. Por ejemplo:

- Si hay 3 filas, y en cada fila van 4 ratones, ¿cuántos ratones marchan detrás del flautista? (Multiplicación).



Figura 5. Representaciones con forma de matriz en las ilustraciones de Mar Ferrero de *El Flautista de Hamelín* (Santillana, 2015).

- Si marchan 18 niños detrás del flautista en tres filas iguales, ¿cuántos niños van en cada fila? (División)

En la Figura 5, observamos las dos imágenes que sirven de soporte para el planteamiento de los enunciados anteriores. Para la comprensión, es crucial que los pequeños puedan imaginar la situación descrita en el enunciado, y esto se hace a través del vínculo del enunciado con las imágenes de matrices, que se repiten a lo largo del cuento.

Los problemas de matrices tienen una gran importancia en las primeras edades, pues facilitan una aproximación informal al aprendizaje de la multiplicación, a través de la relación uno a muchos entre las filas y los elementos de cada fila, y además proporcionan un tipo de representación de una gran riqueza matemática. Incluir este tipo de problemas hace que el futuro aprendizaje de la multiplicación pueda conectarse con situaciones complementarias a la de suma reiterada, que faciliten el paso del pensamiento aditivo al multiplicativo, que se produce al final de la educación primaria (Castro y Castro-Rodríguez, 2010).

Tiendas en el aula de infantil

Una actividad típica que suele plantearse en educación infantil, bien en el rincón de juego simbólico o en formato de proyecto, es hacer una tienda en clase. De Castro, González y Escorial (2009) describen el proyecto de elaboración de un mercado medieval que surge, con niños y niñas de 3 años, a raíz de la construcción de un castillo medieval en el aula. Edo y Masoliver (2008), con niños de 5 años, muestran otro proyecto en que los niños deciden crear una panadería en clase. Desde el punto de vista matemático, una tienda en clase constituye una oportunidad de realizar múltiples aprendizajes matemáticos significativos,

basados en la experiencia que suelen tener los pequeños de ir a hacer la compra con sus padres. Entre estos aprendizajes, podemos destacar el uso del dinero como medida, la clasificación y organización de los productos, la elaboración de una lista de la compra, la aparición de los numerales en los precios, el uso de instrumentos de cálculo (como la calculadora y la caja registradora), las sumas y las restas (al pagar varios productos y devolver el cambio), etc. En este contexto, la función que tienen imágenes como la de la Figura 6 es la de activar los conocimientos previos infantiles sobre las tiendas para entrar de forma significativa en la actividad matemática implícita en estas situaciones.



Figura 6. Tiendas.

Las formas geométricas en el entorno

El aprendizaje de las formas geométricas básicas es uno de los objetivos matemáticos de la educación infantil. Este aprendizaje no se reduce a la identificación de formas y el aprendizaje de sus nombres. También implica el juego de construcción de formas complejas partiendo de otras más simples, así como el análisis de formas a través de su descomposición (De Castro, 2015). En la geometría plana, el tangram es un recurso didáctico que permite este doble trabajo de composición, con el que trabajamos la creatividad sometida a unas reglas, y de descomposición, que implica más el análisis de las características de la figura (longitudes, amplitudes angulares, superficies, etc.). Un problema, que nos hemos encontrado en experiencias geométricas en el aula de infantil, es que las figuras compuestas con las siete piezas del tangram resultan excesivamente estilizadas o esquematizadas, y aparecen descontextualizadas, lo que permite a muchos niños resolver el puzzle que plantea la figura sin que esta evoque para ellos un objeto de la vida cotidiana. Así, el aprendizaje matemático resulta parcial, al perderse el valor de las figuras geométricas como modelos matemáticos para comprender el mundo de los contornos de los objetos.



Figura 7. Imagen de “Valentina la costurera”, ilustrado por Mar Villar (Santillana, 2015).

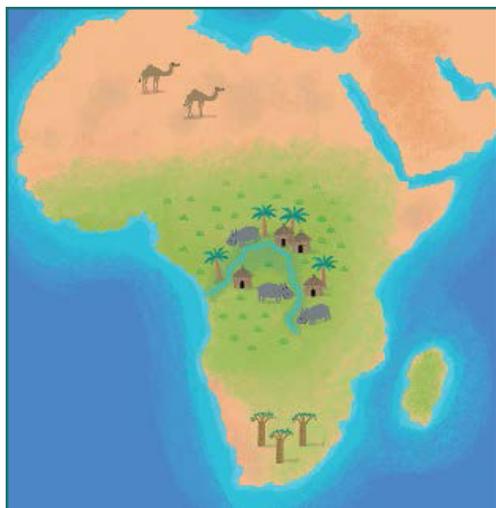


Figura 8. Ejemplo de mapa.

En la Figura 7, procedente del cuaderno de actividades del alumno, se establece la relación entre la forma compuesta por las 7 formas geométricas del tangram y la figura del cuento que pretende evocar la composición. Esta relación, que habíamos visto en experiencias anteriores que no es en absoluto obvia para niños de 4 y 5 años, forma parte del aprendizaje infantil del proceso de matematización.

Usando mapas en las primeras edades

Otro aspecto importante de la geometría en las primeras edades (más allá de las formas geométricas básicas) es el de la orientación, cuyo aprendizaje requiere

moverse dentro de un entorno familiar, observarlo y describirlo. Actividades típicas dentro de este ámbito son la descripción del camino de la escuela a casa, cuando este se realiza andando y es muy familiar para el niño, explicar cómo puede venir la mascota de la clase desde la sala de psicomotricidad al aula de los pequeños (Van den Heuvel-Panhuizen, Veltman, Janssen y Hochstenbach, 2012), o dibujar el plano del aula o de una zona conocida del patio del colegio y utilizarlo como “mapa del tesoro” para localizar un objeto (Ruiz-Higueras, García, y Lendínez, 2013).

La Figura 8 presenta un mapa parecido al que pueden realizar niños de educación infantil. No es un mapa “adulto”, pero tampoco es un dibujo libre. Es una representación intermedia que sirve a los niños para iniciarse en la representación del espacio a través de dibujos que tratan de evocar un espacio familiar con fidelidad, mostrando en la representación puntos de referencia, y respetando sus posiciones relativas, de forma que se puedan localizar objetos en el espacio partiendo de su inclusión en el mapa.

Cuadrículas

Profundizando en la representación espacial, una cuadrícula puede pensarse como un sistema de referencia para localizar un objeto en el plano en función del número de fila y de columna. Las cuadrículas, desde este punto de vista, son antecedentes de los sistemas de coordenadas cartesianas que aparecen en la educación primaria y en secundaria. Hay juegos, como las guerras de barcos, en que la conexión entre la cuadrícula y las coordenadas se hace explícita. En la Figura 9, vemos que se presenta al rey una tela de cuadros en la que, para ubicar correctamente los cuadrados coloreados, debe tenerse en cuenta el número de fila y columna (en el fondo, las coordenadas).

Patrones

En el marco teórico de PISA 2012 (OCDE, 2013), la competencia matemática supone la capacidad de identificar situaciones de la vida cotidiana en las que se pueden utilizar las matemáticas para, después, dar estructura matemática a dicha situación. Estamos en el ámbito de lo que Van de Heuvel-Panhuizen (2008) llama “matematización horizontal”, que supone la creación de herramientas matemáticas para organizar y resolver un problema planteado en una situación de la vida real (p. 26) y una de cuyas actividades características es el descubrimiento de regularidades, relaciones y patrones (OCDE, 2013, p. 13). Devlin (2003) considera la matemática como “la ciencia de los patrones”. En un sentido muy amplio, como el que da al término este autor, podríamos identificar el patrón con el modelo matemático que nos sirve para explicar una situación, predecir que va a ocurrir, etc., dentro del proceso de matematización.

En la educación infantil, la búsqueda de patrones aparece continuamente. Flecha (2013) explica cómo el horario de un aula de 2-3 años está compuesto por una sucesión de rutinas (acogida, corro/asamblea, almuerzo, taller, jardín, etc.). La repetición diaria de estas rutinas permite a los niños descubrir el patrón (la regla) que siguen sus actividades y anticiparse y prever lo que va a ocurrir a continuación: “Después del taller, vamos al jardín”.

En la Figura 10, vemos varios elementos en los que podemos descubrir patrones. El ejemplo típico es el de los collares, en que aparece una serie del tipo: hueso largo, hueso mediano, hueso corto, hueso largo, etc. Es decir, un patrón de repetición con una unidad ABC que genera una serie del tipo ABCABCABC. El descubrimiento en estas series del patrón, o unidad que se repite, es un elemento importante en el desarrollo del razonamiento inductivo. Por esta razón, más allá de las actividades puntuales que podamos plantear en el aula, las ilustraciones de este cuento constituyen una continua invitación a



Figura 9. Imagen del cuento “Valentina la costurera”, ilustrado por Mar Villar (Santillana, 2015).

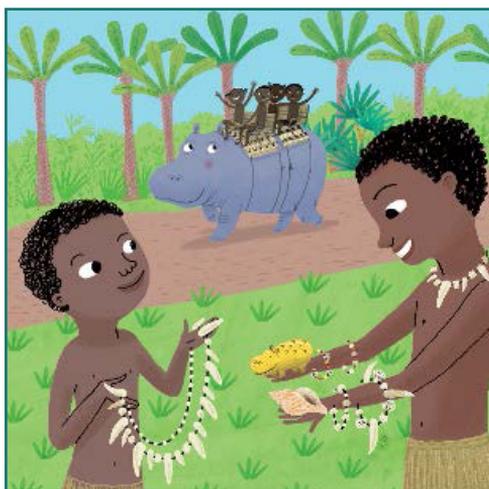


Figura 10. Patrones en las ilustraciones.

la búsqueda de regularidades y patrones. Estos pueden detectarse en la disposición que presentan las hojas en el tallo de las plantas (Figura 2), en la ropa de los personajes (Figura 6), en la decoración de las casas (Figura 5), etc.

LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA POTENCIADA POR LAS ILUSTRACIONES

La literatura infantil ha demostrado, en numerosas investigaciones y experiencias, tener un gran valor para el desarrollo de la competencia matemática. Con el recurso de los álbumes ilustrados, hemos propuesto a pequeños de 5 y 6 años problemas de multiplicación y división (De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez, Escorial, 2012), problemas de descomposición factorial en los que hay que disponer una cantidad de 24 objetos en filas iguales (De Castro y Hernández, 2014), o situaciones que implican para los niños el cálculo de dobles y mitades (De Castro, Walsh, Del Coso, González, Escorial, 2009). También en primer curso de primaria (6-7 años) trabajamos con problemas de estructura multiplicativa, con agrupamientos de diez, orientados a la comprensión de las decenas (Ramírez y De Castro, 2014).

Otros autores han llegado a resultados similares en otras áreas de las matemáticas distintas del pensamiento numérico, como la medición, la geometría, o el análisis de datos (Van den Heuvel-Panhuizen y Elia, 2011). A continuación, vamos a ofrecer muestras de actividad matemática potenciada a través de imágenes. Comenzamos con situaciones conocidas como “juego de peticiones” (Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela, 2010; Ruiz-Higueras, 2005), experimentadas en el aula de 4 años. Seguimos con problemas de descomposición aditiva de cantidades en la clase de 5 años. Todas estas actividades están tomadas del proyecto “¡A contar! Matemáticas para pensar” (De Castro y Hernández, 2015). Finalizamos con ejemplos de resolución de problemas aritméticos en primer curso de primaria.

Los juegos de peticiones (4 años)

Un tipo de actividad desarrollada en clases de 4 años son los “juegos de peticiones”. Consisten en presentar al alumno una figura modelo decorada con formas geométricas. El alumno tiene una figura igual, sin decorar, y debe solicitar en su cuaderno (escribiendo, dibujando, pero sin comunicación oral) las pegatinas que necesita para reproducir el modelo original. Esta actividad tiene una gran riqueza matemática. Para resolverla, el niño tiene que poner en juego conocimientos numéricos utilizando la correspondencia uno a uno o el conteo para cuantificar la colección de pegatinas que necesita. También debe representar dos cantidades discretas, para hacer la petición en el papel. Por último, debe ubicar correctamente las pegatinas en el modelo vacío, copiando la posición de los cuadrados coloreados en el modelo original, utilizando las filas y columnas de la cuadrícula de la camisa como sistema de referencia (ver Figura 9).

En la Figura 11 vemos, en el cuaderno de un alumno, cómo ha intentado resolver esta actividad cometiendo dos errores. El primero de ellos está en la propia petición. Como vemos a la derecha, en el recuadro donde se hacen las anotaciones, el alumno ha pedido solo cuatro pegatinas cuadradas azules y cuatro rojas, pues el niño explicó al maestro que

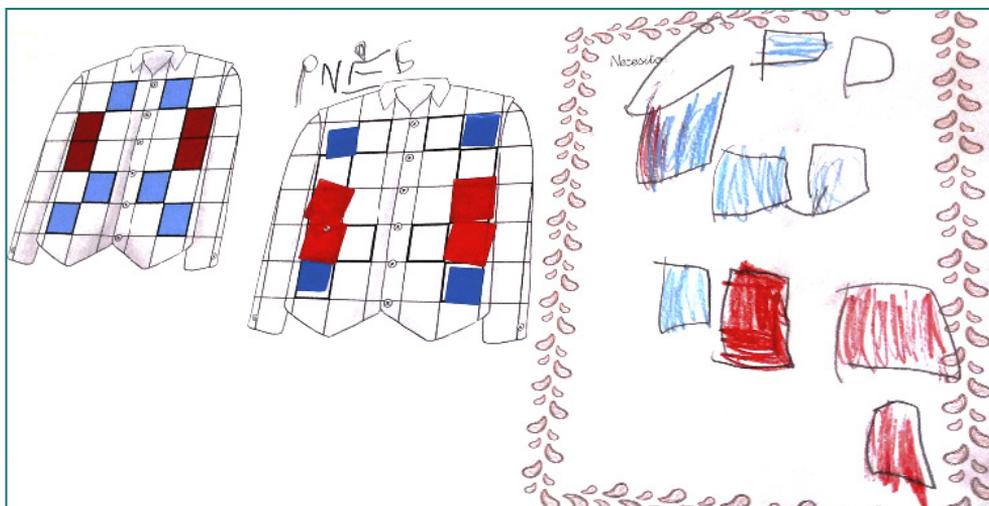


Figura 11. Planteamiento y resolución con errores en un juego de peticiones.

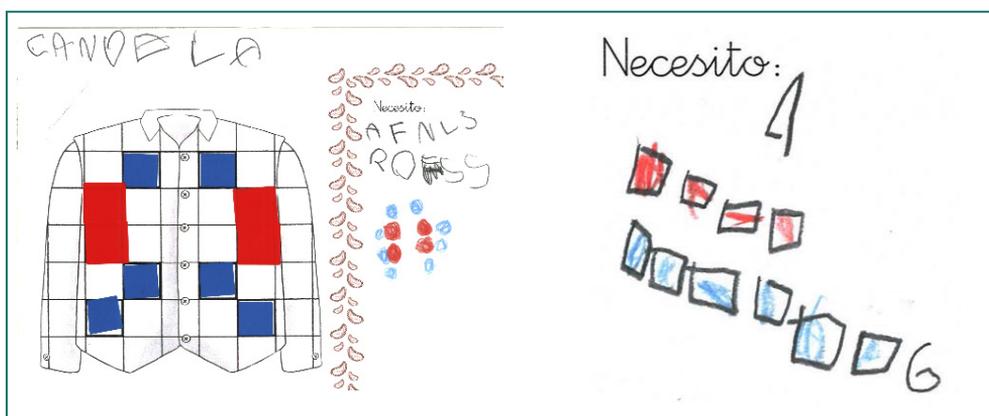


Figura 12. Resoluciones correctas en un juego de peticiones.

la pegatina coloreada en rojo y azul debía ser roja. Así, en la petición faltan dos pegatinas azules, lo que implica un fallo en la cuantificación (bien sea este en el conteo o en la correspondencia uno a uno). Por otro lado, el trabajo también presenta un error de tipo espacial, que se pone de manifiesto al pegar las 4 pegatinas rojas, y las dos pegatinas azules superiores, en lugares incorrectos.

En la Figura 12, vemos otras dos producciones de alumnos de 4 años. A la izquierda, la producción de Candela refleja un conocimiento espacial adecuado. Además, escribe “azules” y “rojos” con mayúsculas, aunque después rectifica y representa las pegatinas que necesita con puntos, copiando aproximadamente la disposición de las mismas. A la derecha, el alumno ha utilizado numerales escritos con cifras. Este es un objetivo a largo plazo, para los niños de 5 años. La actividad puede resolverse perfectamente a

través de dibujos o con numerales. Esto permite que cada alumno vaya evolucionando en su nivel de simbolización, pasando de representaciones icónicas a simbólicas, siguiendo su propio ritmo.

Problemas verbales de descomposición aditiva en último curso de infantil

A continuación, mostramos cómo resuelven niños de 5 años el problema: “En el arroyo había 10 cerdos negros y rosados. ¿Cuántos cerditos negros crees que había? ¿Y cuántos cerditos rosados?”. Se trata de un problema de descomposición aditiva con varias soluciones. Tras resolver el problema con materiales manipulativos, los niños deben

escribir las soluciones en su cuaderno de trabajo. Este problema está basado en la Figura 13, en la que se representa una cantidad indefinida de cerdos y, a la vez, la relación parte-todo, pues el total de los cerdos se puede dividir en dos partes: los cerdos rosas y los negros.



Figura 13. Ilustración en la que se basa el problema de descomposición.

En la Figura 14, observamos el trabajo de dos alumnos. El de la izquierda ha dado 5 soluciones correctas (de las 11 soluciones posibles, desde 0 cerdos negros a 10). Aspectos interesantes en su representación son el uso del cero en una solución, lo cual no es habitual al empezar a resolver este tipo de problemas, o que da la impresión de tener en cuenta intuitivamente la propiedad conmutativa de la suma, pues pone algunas parejas de

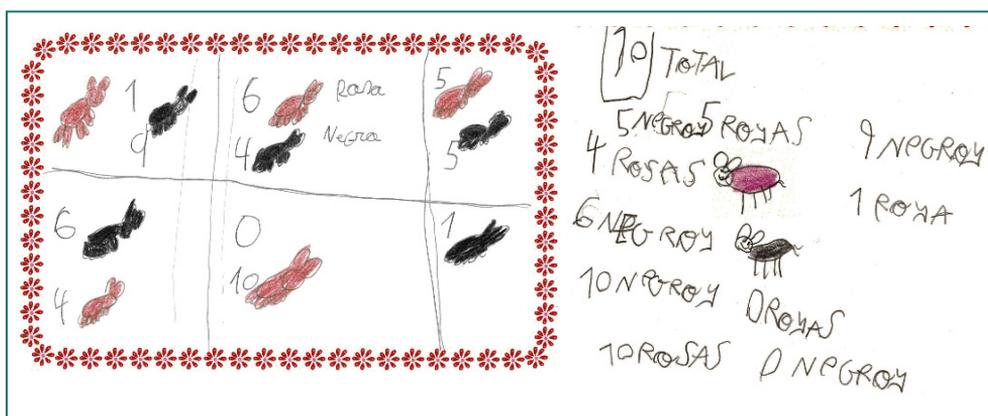


Figura 14. Soluciones a los problemas de descomposición.

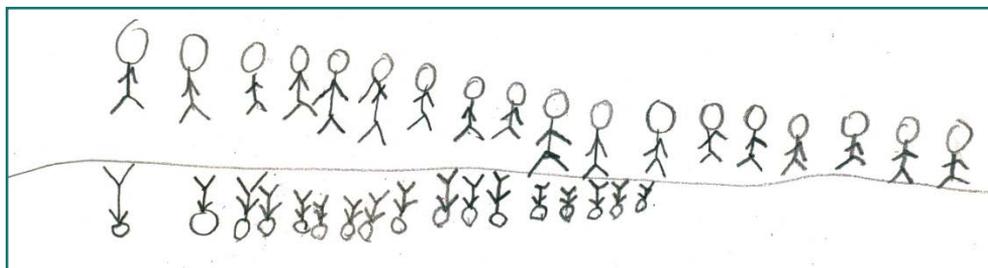


Figura 15. Ilustración para la resolución de un problema de combinación con parte desconocida.



Figura 16. Proceso de resolución imitando el conteo regresivo de “Once damas atrevidas”.

soluciones ligadas por esta propiedad. En su trabajo, predomina la representación icónica (mediante un dibujo) del tipo de objeto (los cerdos). Mientras tanto, a la derecha, el alumno da también 5 soluciones al problema y destaca el uso de palabras para indicar el color de los cerdos, lo cual muestra un nivel más avanzado de simbolización que el de su compañero.

Problemas aritméticos verbales en primero de primaria

Con niños de primer curso de educación primaria (6-7 años), planteamos un problema aritmético verbal de combinación con una parte desconocida: “Si en total hay 35 personas y 18 de ellas están arriba, ¿cuántas están abajo?”. Este problema se basa en el cuento “Los de arriba y los de abajo” (Valdivia, 2009) en el que la autora e ilustradora presenta un mundo dividido en dos partes: la de arriba y la de abajo. En las ilustraciones se muestran personas, animales, edificios y otros elementos orientados hacia arriba o hacia abajo, a ambos lados de una línea horizontal que divide en dos partes cada una de las páginas. En los dibujos de los alumnos de primer curso, se observa que la orientación de los dibujos esquematizados de personas reproduce la de las ilustraciones del cuento (Figura 15). Para la resolución del problema, el alumno dibuja la parte conocida: las 18 personas que hay en el mundo de arriba. A continuación, completa el total de 35, añadiendo personas en el mundo de abajo, la parte desconocida. Para terminar, cuenta las personas añadidas abajo. Así, el niño ha podido calcular el complementario de los de

arriba respecto del total de los habitantes. La ilustración estimula el dibujo que modeliza la relación parte-todo permitiendo alcanzar la solución.

También en primer curso de primaria hemos leído el cuento “Once damas atrevidas” (Thomassen, 2002), que narra un conteo regresivo, comenzando con once damas y acabando con una sola dama al final. Cada nueva escena del cuento describe la disminución del número de damas en una unidad: “Diez damas atrevidas siguieron a un berebere, una se cayó en las dunas y quedaron sólo nueve”. Tanto el texto, como la imagen que lo acompaña, muestran una situación de cambio decreciente ideal para contextualizar una sustracción ($10 - 1 = 9$) en la “vida real”. Utilizando este cuento, planteamos el problema: “Al principio había once damas atrevidas. ¿Cuántas quedaban cuando se habían ido seis?”. Una niña dibuja once “bolas” numeradas del 1 al 11 (Figura 16). La representación de las sucesivas acciones de quitar se puede observar en las bolas tachadas. Además, el tipo de conteo decreciente que describe el cuento, desde el once hacia atrás,

puede haber influido en que la niña comience a tachar desde la bola número 11 hasta la número 6 un total de 6 numerales.

Otra idea matemática importante reflejada en ilustraciones de álbumes es el agrupamiento de cantidades en grupos iguales. Esta idea es fundamental en el principio de agrupamiento propio de los sistemas de numeración y del pensamiento multiplicativo. En primero de primaria, la multiplicación y división no se introducen formalmente, pero los niños resuelven problemas multiplicativos de agrupamiento y reparto utilizando estrategias informales (Ramírez, 2015).

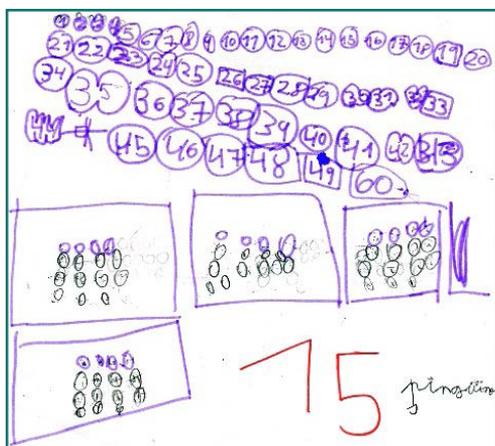


Figura 17. Ilustraciones para la resolución de un problema reparto.



Figura 18. Procesos de resolución de un problema de multiplicación.

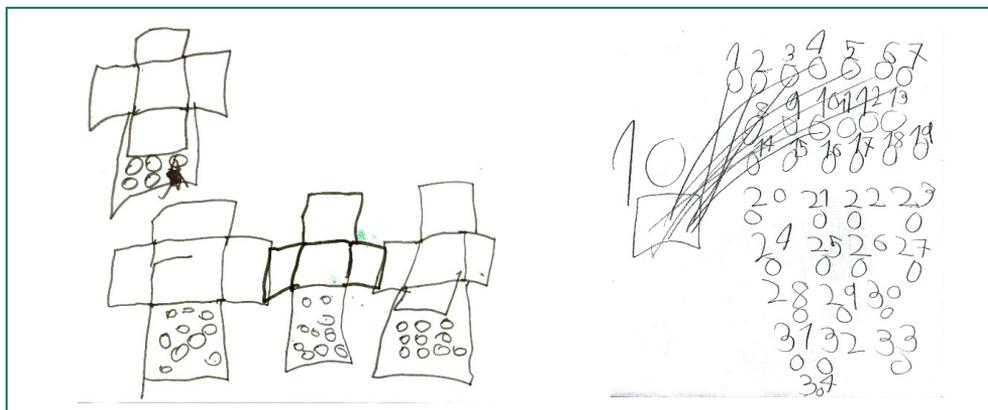


Figura 19. Ilustración para la resolución de un problema de división medida.

Para ilustrar los agrupamientos, utilizamos el cuento “365 pingüinos” (Fromental, 2007), en el que el ilustrador, Joëlle Jolivet, plasma en las imágenes grandes cantidades de pingüinos “almacenados” en cajas y cajones. Planteamos un problema de división reparto en primer curso de primaria: “Cuando llegaron a tener 60 pingüinos, decidieron poner los pingüinos en 4 grupos iguales. ¿Cuántos pingüinos pusieron en cada grupo?”. En la Figura 17 se observa que una niña dibuja “bolas” numeradas representando todos los pingüinos (saltándose la década de los cincuenta) y cuatro cajas. Representa la acción de repartir, dibujando una bola en cada caja a la vez que la marca con un puntito para saber que ya ha sido repartida. Para terminar, cuenta los pingüinos de cada caja, comprobando que en todas hay la misma cantidad. Esta situación de grupos iguales forma parte de la estructura multiplicativa.

En la misma línea, en el cuento “Diez patitos de goma” (Carle, 2006) las ilustraciones muestran cómo se van introduciendo patitos de goma en cajas que viajan por el mar en un barco. La Figura 18 muestra las producciones de dos alumnos para resolver el siguiente problema con agrupamientos de 10: “Si tenemos 2 cajas llenas de patitos con 10 patitos en cada caja y 3 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tenemos en total?”. Los niños han representado cajas con 10 patos en cada una de ellas, como se puede ver en la Figura 18, en la imagen de la derecha. Las ilustraciones del autor, en las que se observa la introducción de los patos en cajas, puede favorecer la formación de agrupamientos en las representaciones infantiles (Ramírez, 2015).

Hemos planteado también problemas de división medida con resto con alumnos de 6 y 7 años, por ejemplo: “Si tenemos 34 patitos y queremos guardarlos en caja de 10 patitos cada una. ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Cuántos patitos quedarán sueltos?”. Los niños completan las cajas de 10 hasta que en la última solo introducen 4 (Figura 19, imagen de la izquierda). Para saber cuántas cajas han llenado, cuentan las cajas completas, lo que implica considerar cada grupo de 10 como una unidad a contar. Esto requiere un proceso de unitización de las colecciones. El término unitización consiste en el “proceso de detectar o crear una unidad” (Fuson, Clements y Beckman, 2009, p. 65) y es una de las ideas centrales en el desarrollo inicial del pensamiento matemático numérico.

La última caja no completa provoca que algunos niños calculen los patitos que faltan para llenarla, alcanzando la siguiente decena. Así, completan una decena para tener un grupo más, una caja más. Otros alumnos han mostrado la relación uno a muchos que existe entre las cajas y los patitos, como se puede ver en la Figura 19 en la imagen de la derecha. Tras dibujar una caja y las treinta y cuatro bolas numeradas que representan a los patitos, el niño traza líneas que unen las bolas con la caja, mostrando así la relación entre un grupo y sus elementos.

CONCLUSIONES

Las ilustraciones de un álbum pueden contener características que las hagan especialmente aptas para potenciar la actividad matemática. Para ello, no basta con las ilustraciones, son las tareas matemáticas las que deben evocar en su planteamiento la situación del cuento con su correspondiente ilustración, de modo que ésta pueda contribuir a dar sentido y facilitar la comprensión del contenido matemático. En este artículo, hemos visto ejemplos de producciones sorprendentes por su alto nivel matemático en relación con la edad. En ellas reconocemos el papel potenciador de la actividad matemática que juegan las ilustraciones.

Los niños de 4 a 7 años con los que trabajamos resuelven situaciones aritméticas basadas en los cuentos, apoyándose en imágenes que muestran ideas sobre contenidos matemáticos como la relación parte-todo de la estructura aditiva y el agrupamiento/reparto de la estructura multiplicativa. Además, los niños reflejan en sus dibujos aspectos geométricos como la orientación y situación de los objetos o individuos, como hemos visto en el problema del cuento “Los de arriba y los de abajo”.

Los problemas que hemos planteado son complejos y no se suelen proponer en las primeras edades. Una de las implicaciones de nuestras experiencias de cara al trabajo en el aula es que la contextualización de una situación matemática, a través del cuento y sus ilustraciones, conduce a convertir la situación en familiar, lo que facilita que los alumnos puedan desarrollar al máximo sus capacidades matemáticas.

Este trabajo pretende invitar a los maestros y maestras a completar su formación, a través del estudio de las fecundas relaciones que podemos establecer entre matemáticas e imágenes, a fin de poder proporcionar mejores oportunidades de aprendizaje a las niñas y niños a los que acompañamos en su proceso educativo.

REFERENCIAS

- Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M.C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir: Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil*. Jaén: Enfoques Educativos.
- Alsina, C. (2007). Educación matemática e imaginación. *Unión: Revista iberoamericana de educación matemática*, 11, 9-17.
- Carle, E. (2006). *Diez patitos de goma*. Madrid: Kókinos.
- Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L., Levi, L., y Empson, S.B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.

- Castro, E., y Castro-Rodríguez, E. (2010). El desarrollo del pensamiento multiplicativo. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 54, 31-40.
- Castro-Rodríguez, E., y Castro, E. (2013). La relación parte-todo. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 85-92). Granada, España: Editorial Comares.
- De Castro, C. y Hernández, E. (2015). *¡A contar! Matemáticas para pensar*. Madrid: Santillana.
- De Castro, C., González, A., y Escorial, B. (2009). El aprendizaje de las matemáticas a los tres años: Narración reflexiva sobre la construcción de un mercado medieval. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 70, 53-65.
- De Castro, C. (2015). Romper para conocer: Procesos de composición y descomposición en la geometría infantil. *Aula de Infantil*, 79, 18-21.
- De Castro, C. y Hernández, E. (2014). Problemas verbales de descomposición multiplicativa de cantidades en educación infantil. *PNA*, 8(3), 99-114.
- De Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M.L., Martínez, S., Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 53-70.
- De Castro, C., Walsh, J., Del Coso, E., Salvador, C., González, V., Escorial, B. (2009). “Dos de todo”: El cuento chino de los problemas de comparación multiplicativa en la educación Infantil. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 73, 33-42.
- Devlin, K. (2003). *Mathematics: The science of patterns*. New York: Owl Books.
- Edo, M., y Masoliver, C. (2008). Una tienda en clase. Creación y análisis de un contexto para aprendizajes matemáticos. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 47, 20-36.
- Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Georgiou, A. (2010). The role of pictures in picture books on children’s cognitive engagement with mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(3), 125-147.
- Flecha, G. (2013). Literatura y matemáticas de 0 a 3: La mariquita gruñona. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 119-126.
- Fromental, J.L. (2007). *365 pingüinos*. Madrid: Kokinos.
- Fuson, K.C., Clements, D.H. y Beckman, S. (2009). *Focus in prekindergarten: Teaching with curriculum focal points*. Reston, VA/Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics & Naeyc.
- Hong, H. (1996). Effects of mathematics learning through children’s literature on math achievement and dispositional outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 11, 477-494.
- Jandl, E. y Junge, N. (2005). *Ser quinto*. Salamanca: Lóguez Ediciones.
- Lamíquiz, V. (1991). *La cuantificación lingüística y los cuantificadores*. Madrid: UNED.
- Marín, M. (2007a). Contar las matemáticas para enseñar mejor. *Matemática: Revista digital de divulgación matemática*, 3(2).
- Marín, M. (2007b). El valor matemático de un cuento. *Sigma: Revista de matemáticas*, 31, 11-26.
- McGrath, C. (2014). *Teaching mathematics through story: A creative approach for the early years*. New York: Routledge.
- Noda, M.A. y Plasencia, I.C. (2002). La matemática de los cuentos. *Suma*, 41, 93-101.
- OCDE (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Madrid: MEC-INEE.
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2014). Trayectorias de aprendizaje de la multiplicación y la división de cuatro a siete años. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 31(3), 41-56.

- Ramírez, M. (2015). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de la resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria*. Tesis doctoral. Madrid: UCM. Recuperada el 3-10-2016 de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=47140>
- Resnick, L.B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam, y R. A. Hat-trup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 373-429). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ruiz-Higueras, L. (2005). Aprendizaje y matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la Escuela Infantil. En C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil* (pp. 1-38). Madrid: Pearson Educación.
- Ruiz-Higueras, L., García, F. J. y Lendínez, E. M. (2013). La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 95-118.
- Thomassen, O. (2002). *Once damas atrevidas*. Pontevedra: Kalandraka.
http://www.kalandraka.com/fileadmin/images/books/dossiers/Once-damas-atrevidas-C_01.pdf
- Valdivia, P. (2009). *Los de arriba y los de abajo*. Pontevedra: Kalandraka. http://www.kalandraka.com/fileadmin/images/books/dossiers/Los-de-arriba-C_01.pdf
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Educación matemática en los Países Bajos: Un recorrido guiado. *Correo del maestro*, 149, 23-54.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Elia, I. (2012). Developing a framework for the evaluation of picture books that support kindergartners' learning of mathematics. *Research in Mathematics Education*, 14(1), 17-47.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Elia, I. (2011). Kindergartners' performance in length measurement and the effect of picture book reading. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 43(5), 621-635.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Van den Boogaard, S. (2008). Picture books as an impetus for kindergartners' mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 341-373.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Van den Boogaard, S., y Doig, B. (2009). Picture books stimulate the learning of mathematics. *Australian Journal of Early Childhood*, 34(3), 30-39.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Veltman, A., Janssen, C. y Hochstenbach, J. (2012). La geometría en preescolar. En M. Van den Heuvel-Panhuizen y K. Buys (Coords.), *Los niños pequeños aprenden medida y geometría* (pp. 141-215). México: Correo del Maestro/La Vasija.