1.4.2. Argumentación en la resolución de problemas de geometría

Ángel Homero Flores S, Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM, México

Isabel Torres Céspedes, Universidad de Lima, Perú

Resumen

El estudio de la geometría en la escuela tiene potencial para fomentar en los estudiantes su pensamiento reflexivo y su habilidad para resolver problemas dentro y fuera del ámbito escolar. Uno de los principales obstáculos para que se dé lo anterior es el conocimiento matemático y la concepción de matemática de los profesores de los niveles básicos (preescolar-bachillerato); otro de los obstáculos es la desaparición paulatina que ha venido sufriendo el estudio de la geometría en las escuelas y el tratamiento de la demostración matemática como un contenido más a "enseñar". Esta tendencia se podría revertir si el profesor de matemática de los niveles básicos desarrolla su capacidad de pensamiento reflexivo y su habilidad para resolver problemas de geometría poniendo especial énfasis en la justificación de sus resultados. El propósito del taller es hacer una reflexión sobre el papel de la argumentación en la validación de resultados en actividades de resolución de problemas geométricos y sobre la manera en que éstos fomentan el pensamiento reflexivo; las actividades se llevarán a cabo siguiendo los lineamientos de una didáctica centrada en el aprendizaje en la que se privilegia el trabajo colaborativo y las discusiones grupales.

> *Si los niños en la escuela no consiguen adquirir una concepción de la geometría y del razonamiento a través del curso de geometría, entonces no obtienen nada, excepto, quizá, una incapacidad permanente para pensar correctamente y una propensión a llegar a conclusiones sin ningún sustento en la razón o en la cordura.* (Harold P. Fawcett, 1938)

En la obra, *La naturaleza de la demostración* (*The nature of proof*, Fawcett, 1938,), se afirma que el propósito del estudio de la demostración geométrica es cultivar el *pensamiento crítico y reflexivo*; después de una encuesta sobre la enseñanza de la geometría aplicada en Estados Unidos, el Tercer Comité sobre Geometría llegó a la conclusión de que

> "*…existe un acuerdo casi unánime en que la geometría demostrativa puede enseñarse de manera tal que desarrolle el poder de razonar lógicamente con más rapidez que otras materias escolares, y que el grado de transferencia de este entrenamiento lógico a situaciones fuera de la geometría es una medida justa de la eficacia de la educación. Sin embargo, la mayoría de los participantes se inclinan hacia una misma opinión: la pregunta, ¿los maestros de geometría por lo general enseñan de manera tal que se asegura la transferencia de aquellos métodos, actitudes y apreciaciones que comúnmente se dice que son más fáciles de transferir?, provoca un casi unánime y desencantado 'No'*"'. (p. 8, traducción propia).

En la cita, la geometría demostrativa es aquella que pone el énfasis en el planteamiento de teoremas y su demostración, en oposición a la geometría fáctica que sólo se encarga de la aplicación de los teoremas y en la resolución de problemas geométricos. El pasaje anterior apunta a dos cuestiones fundamentales en la problemática del estudio de la geometría en la escuela fundamental (nivel preescolar hasta preuniversitario):

- su carácter formativo como vehículo para fomentar un pensamiento reflexivo; y
- el problema de la formación docente.

Existen estudios y trabajos que resaltan la importancia de la demostración y las dificultades que tiene la escuela para desarrollar en los alumnos el pensamiento deductivo que es uno de los requisitos necesarios para entender la demostración geométrica y para adquirir la habilidad de hacer demostraciones (Balacheff, 2000; Duval, 1991; Fuys, Geddes y Tischler, 1988; Moore, 1994; Flores 2007, entre otros).

De acuerdo con los resultados de las investigaciones referidas, se infiere que las dificultades en el aprendizaje de la demostración tienen su origen en

- la concepción de la matemática en alumnos y profesores;

- la transición de una matemática práctica a una matemática formal;
- la forma en que se plantea su aprendizaje en los programas;
- el conocimiento matemático del profesor sobre la materia; y
- la capacidad del profesor para utilizar un razonamiento deductivo en la argumentación matemática y su habilidad para demostrar.

Nuestra posición es que la argumentación matemática, y la demostración como parte de ella, no son temas puntuales que se deban "enseñar" en el aula. Sino que son parte del proceso de validación de resultados en la resolución de problemas. Es el estudiante quien debe hacer la matemática con el fin de aprenderla (Flores 2010). Según Fawcett (1938):

> "Si el estudiante va a tener la oportunidad de *razonar a su modo sobre el contenido de la geometría,* no se debería plantear por adelantado ningún teorema, pues dicho planteamiento fija, en cierto grado, la dirección de su razonamiento y le priva del descubrimiento de las relaciones matemáticas que controlan la situación. Mientras que, en algunos casos, es necesaria la asistencia del profesor, éste debería considerarse sólo un guía que lleva al descubrimiento y desarrolla en el estudiante el poder creciente de hacer descubrimientos propios" (p. 62; traducción propia).

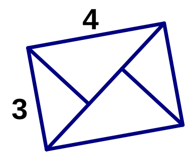
Lo anterior está en la base de una didáctica centrada en el aprendizaje, en la que el profesor pone las condiciones para que se dé el aprendizaje; monitorea y coordina las actividades que el estudiante lleva a cabo y organiza las actividades de evaluación que permitirán, entre otras cosas, mejorar el aprendizaje del estudiante mediante la retroalimentación de los resultados de la evaluación. Parte de la metodología de este tipo de didáctica implica que el estudiante debe validar los resultados obtenidos en la resolución de problemas a través de un proceso de argumentación (Flores 2017).

En este contexto, una argumentación válida que descansa en la teoría matemática y hace uso de un razonamiento deductivo se le considera una demostración, ésta puede servir para explicar un resultado (aclarar el por qué y cómo surge); para convencer a otros de la validez de un resultado; para comunicar resultados; y para sistematizar los resultados dentro del cuerpo de una teoría, de acuerdo con los planteamientos de Almeida (1995), quien afirma que la demostración en matemáticas es una dialéctica social que se da cuando se tiene la convicción personal de que algún resultado es verdadero. Todas estas funciones de la demostración matemáticas están bien clasificadas por de Villiers (2002, pp. 4-8) como: verificación o validación, explicación, descubrimiento, comunicación, sistematización y reto intelectual.

En el presente taller se hará una reflexión sobre las implicaciones de una didáctica matemática centrada en el aprendizaje y el papel que juega la argumentación y la demostración en la validación de resultados en resolución de problemas geométricos. Para cumplir con el anterior propósito se resolverán algunos problemas de geometría de nivel medio y medio superior y se hará un debate acerca la forma de resolverlos y su potencial en el desarrollo del pensamiento reflexivo.

A continuación, se presentan los problemas que se revisarán:

1.- Tenemos una hoja rectangular de papel, que fue doblada como se muestra en la figura, de modo que se forma un rectángulo de 3 x 4 cm.



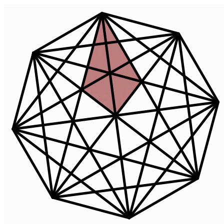
¿Qué dimensiones tiene la hoja?

¿Cualquier hoja rectangular se puede doblar de esa manera o sólo algunas?

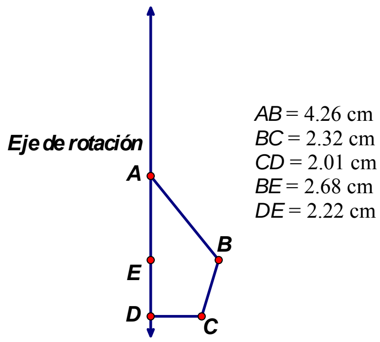
Explica tus respuestas.

2.- Encuentra una altura del triángulo formado por los puntos (5, 6), (-3, -2) y (5, -7). Explica paso a paso el procedimiento que seguiste. ¿Cómo aseguras que tu procedimiento fue el correcto?

3.- En el octágono regular de de la figura se han trazado todas sus diagonales. Si tenemos la longitud de sus lados, ¿es posible encontrar el área del cuadrilátero resaltado? ¿Qué tipo de cuadrilátero es? Justifica tu respuesta.



4.- Encuentra el volumen del sólido de revolución que se forma al girar la figura sobre su eje. El segmento EB es paralelo al segmento DC. Explica por qué el resultado que obtuviste es correcto.



Referencias

Almeida, D. (1995). Mathematics Undergraduates' Perceptions of Proof. *Teaching Mathematics and its Applications*, vol. 14, num. 4, pp. 171-177.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*, Una Empresa Docente, Bogotá, Colombia.

De Villiers, M. (1999), *Rethinking proof with the geometer's Sketchpad*, Key Curriculum Press, Emeryville, CA.

Duval, R. (1991). Structure du Raisonnement Deductif et Apprentissage de la Demonstration. *Educational Studies in Mathematics*, 22, pp. 233-261.

Flores, A. H. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática*, vol. 19, núm. 1, pp. 63-98.

Flores, A. H. (2010). Learning Mathematics, Doing Mathematics: a learner centered teaching model. *Educaçao Matemática e Pesquisa.* v. 12, n. 1, pp. 74-87.

Flores, A. H. (2017). Pensamiento Matemático y El Quehacer Científico. *Revista Pädi.* n. 1. Universidad Autónoma de Querétaro, México.

Fawcet, H. P. (1938). *The Nature of Proof.* New York: NCTM.

Fuys, D., Geddes, D. y Tischler, R. (1988). *The van Hiele Model of Thinking in Geometry Among Adolescents*, NCTM, Reston, VA.

Moore, R. C. (1994). Making the Transition to Formal Proof, *Educational Studies in Mathematics*, 27, pp. 249-266.

Volver al índice de autores