

### **2.3.3. Uso de recursos interactivos para el desarrollo de habilidades de pensamiento en la modalidad virtual**

**Camilo Andrés Ramírez Sánchez**

**Sandra Milena Rojas Tolosa**

Institución Universitaria Politécnico Grancolombiano, Colombia

#### **Resumen**

*El surgimiento de nuevas modalidades educativas ha posibilitado el autocontrol del tiempo y de lo que se desea aprender al tener libre acceso a fuentes de información y de conocimiento. Esto ha conllevado a la necesidad de aprovechar los nuevos desarrollos tecnológicos para el diseño tanto de plataformas como de recursos multimedia de manera que el usuario, a partir de procesos de interacción, genere nuevos aprendizajes. Se pretende socializar la experiencia de dos docentes de matemáticas de la modalidad virtual del Politécnico Grancolombiano (Colombia), quienes, al enfrentarse al reto de formar en esta modalidad, se vieron en la necesidad de diseñar recursos multimedia que posibilitarán el desarrollo de habilidades de pensamiento en matemáticas. Para ello, fue necesario establecer relaciones entre las habilidades de pensamiento y el conocimiento matemático y seleccionar un software que permitiera al estudiante poner en práctica procesos básicos de pensamiento por medio de la interacción con el recurso. Como resultado se diseñaron cuatro recursos para la primera unidad del módulo de Álgebra Lineal de la modalidad virtual; a modo de ejemplo, se presenta uno de los recursos en el que se describe cómo se involucran procesos básicos de pensamiento necesarios para el desarrollo de habilidades básicas.*

#### **Introducción**

En la actualidad han surgido diversos modelos de educación que buscan cubrir y llegar a la mayor cantidad de personas para apoyar los procesos de formación de los individuos a todo nivel educativo. Uno de estos modelos es el virtual, que gracias al desarrollo de nuevas tecnologías de la información y comunicación (TIC), ofrece la posibilidad de formarse desde cualquier lugar con la única condición de contar con las herramientas y los medios necesarios de conectividad para acceder a la información; no obstante, no es posible asegurar que las nuevas prácticas de enseñanza aprendizaje en las diferentes modalidades muestran cambios significativos tanto en su estructuración como en la verificación del

aprendizaje de los estudiantes en comparación con las prácticas tradicionales (Gros y Salvat, 2011). En algunos casos el desarrollo de los contenidos, diseño de recursos y las prácticas de interacción en esta modalidad parecen ser una traslación de los procesos de la modalidad presencial, lo cual desencadena dificultades en el aprendizaje de los estudiantes.

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores, al revisar la propuesta actual del curso de Álgebra Lineal, ofertado para los programas de pregrado de la modalidad virtual de la Institución Universitaria Politécnico Grancolombiano (IUPG), se identifica la necesidad de diseñar recursos interactivos que posibiliten al estudiante establecer relaciones entre las diferentes representaciones dinámicas de los conceptos matemáticos a partir de procesos de visualización, dado que este componente es esencial para la comprensión de conceptos matemáticos y, que le permita el desarrollo de habilidades básicas de pensamiento a través de procesos básicos de pensamiento como la observación, comparación, relación y clasificación.

Para el diseño de los recursos se realizó una revisión bibliográfica de resultados tanto de experiencias educativas como planteamientos teóricos sobre el desarrollo de habilidades de pensamiento (Coral, 2014; Cuicas Avila et al, 2007; Sánchez, 2014) y el tipo de interacción que se da entre los recursos y el estudiante que posibilitan el aprendizaje de las matemáticas en la modalidad virtual (Sucerquia Vega et al, 2016; Ferreira, Salamanca & Abello, 2016).

Se pretende presentar los recursos diseñados en formato computable (cdf, computable document format) a través software Wolfram Mathematica y cómo a través de su manipulación el estudiante puede poner en práctica procesos básicos de pensamiento, en el caso particular del tipo de solución de sistemas de ecuaciones lineales a través de sus diferentes representaciones.

### **Desarrollo del pensamiento en la modalidad virtual**

Con el surgimiento de nuevas modalidades educativas como la virtual, los estudiantes se enfrentan a nuevos retos como lo es al uso de la tecnología, la interacción directa con los contenidos y gestión de la información, lo que conduce en algunos casos a dificultades de aprendizaje.

Como todo cambio, se esperaría que con el surgimiento de una educación mediada por la tecnología y la virtualidad se generaran cambios significativos en aspectos pedagógicos,

epistemológicos y didácticos en los programas curriculares y, cambios actitudinales y cognitivos en los actores del proceso educativo, que contribuya al desarrollo eficaz de procesos de aprendizaje en ambientes virtuales; no obstante, como afirma Gros y Salvat (2011) no es posible asegurar que este tipo de prácticas se diferencien de las realizadas en las prácticas educativas tradicionales. En general, las propuestas educativas siguen siendo una copia de modelos tradicionales de la educación presencial en donde existe un medio de transmisión de la información (docente-estudiante, en la modalidad presencial y, contenidos digitalizados-estudiante, tutor-estudiante, en la modalidad virtual).

En los últimos tiempos, a partir de las dificultades de aprendizaje identificadas en los estudiantes, la educación ha visto la necesidad ofrecer una formación basada en competencias (habilidades, conocimientos, procesos y actitudes) que permita a los seres humanos, por una parte, formarse en sus diferentes dimensiones, en particular, lo que concierne a las habilidades de pensamiento y por otra, aprovechar el avance acelerado de la tecnología para formarse a través de diversas modalidades educativas (Ortega, Moreno y Rodríguez, 2014; Coral 2012).

En lo que respecta al desarrollo a las habilidades en la modalidad virtual, Ortega, Moreno y Rodríguez (2014) afirman que

Como parte de los procesos de construcción del conocimiento, basados en el enfoque de la interacción con el ambiente, con los saberes y con otras personas en un entorno virtual, también es necesario que en el estudiante se desarrollen (a partir de esa interacción) habilidades de pensamiento que le permitan enfrentarse a diversas situaciones (p.13).

Para dar respuesta al cómo desarrollar habilidades de pensamiento en la modalidad virtual, primero es necesario clarificar a qué hace referencia este término y lo que implica. Una habilidad de pensamiento es la facultad para aplicar un proceso a nivel de pensamiento que implica la transformación de estímulos externos en una representación mental, una representación mental en otra o en una acción motora (Sanchez, 2002 citada por Ortega, Moreno y Rodríguez, 2014). Esta autora considera como habilidades de pensamiento, las habilidades para aprender, la solución de problemas, la toma de decisiones, el pensamiento crítico y la creatividad; además define procesos básicos, procesos de razonamiento, procesos creativos y procesos superiores como componentes de habilidades de

pensamiento. En la imagen 1, se describen los procesos básicos de pensamiento dado que fueron los de interés para los autores de esta ponencia.

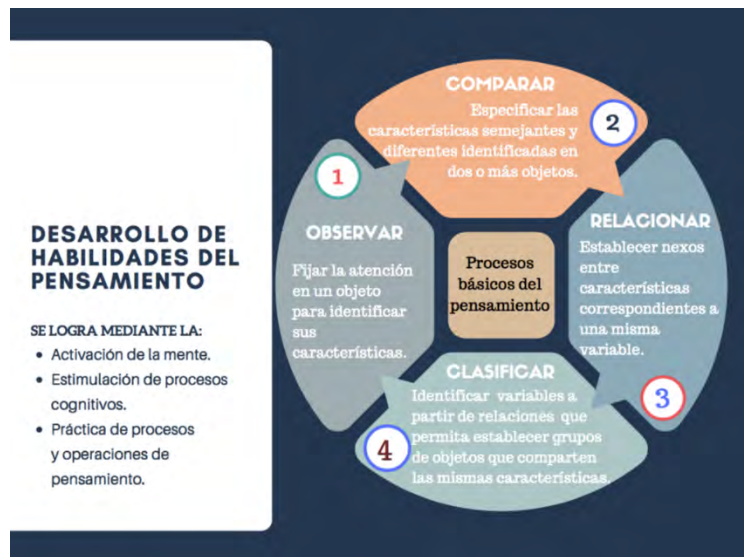


Imagen 1. Procesos básicos del pensamiento. Elaboración propia basado en Coral (2012) y Sanchez (2004)

Los procesos descritos en la imagen 1 son las herramientas con las que dispone el estudiante para procesar el contenido y profundizar el conocimiento, por tanto, para un desarrollo adecuado de estas habilidades es necesario que la enseñanza ofrezca estrategias en las que los procesos de pensamiento sean parte de la disciplina y del modo de aprenderlas, en las que no solo se consideren los contenidos específicos, sino sus representaciones y lenguaje (Coral, 2012). Adicionalmente, en la imagen 1 se hace referencia a los aspectos generales que permiten el desarrollo de habilidades; sin embargo, cuando se centra la mirada en la modalidad virtual, es indispensable hacer mención al papel de la tecnología dado que es la herramienta que permite al estudiante acceder e interactuar fácilmente con el conocimiento a través de recursos multimedia (audio, video, animaciones, texto) del curso, tutor, compañeros, bases de datos, simulaciones y diversas formas más sofisticadas en las que se presentan los conocimientos. En este documento sólo se hará referencia al uso de recursos multimedia para el desarrollo de habilidades de pensamiento.

### **Diseño de recursos interactivos para el desarrollo de habilidades del pensamiento en la modalidad virtual**

De acuerdo con los planteamientos expuestos en la sección anterior surgió el interés de diseñar recursos interactivos que posibilitaran al estudiante desarrollar habilidades de pensamiento por medio de la puesta en práctica de procesos de pensamiento básicos para afianzar los conocimientos y procedimientos correspondiente a la primera unidad del módulo de Álgebra Lineal, ofertado en la modalidad virtual del IUPG.

El diseño de estos recursos se realizó con el software Mathematica dado que permite la presentación de diversos ejemplos aleatorios con una estructura particular según el proceso o concepto matemático que se esté abordando, de manera promueve la puesta en práctica de procesos como la observación, comparación, relación y clasificación para el desarrollo de habilidades básicas de pensamiento.

Integrar el uso de software matemático favorece: procesos inductivos y visualización de los conceptos, relacionaos con el proceso de observar; posibilitan la comparación, plantear, verificar hipótesis relacionado con los procesos de comparar, relacionar; promueve el autoaprendizaje y facilita la comprensión y aprendizaje de las matemáticas (Cuicas Avila, Debel Chourio, Casadei Carniel, Alvarez Vargas, 2007).

Para Sucerquia Vega et al (2016) el tipo de interacción que se da entre los recursos y el estudiante es un aspecto crucial en el aprendizaje de las matemáticas en la modalidad virtual, donde la visualización juega un papel importante para la comprensión de los conceptos matemáticos en la que se requiere de múltiples representaciones.

Para que los recursos atendieran al propósito principal, en el diseño de los recursos se contempló los siguientes aspectos:

- Involucrar los procesos básicos de pensamiento de observar, comparar, relacionar y clasificar.
- Emplear diferentes representaciones del concepto matemático a abordar.
- Posibilitar la puesta en práctica de los procesos básicos de pensamiento.

Teniendo en cuenta los aspectos anteriores, para la temática de Sistemas de Ecuaciones lineales se diseñaron cuatro recursos:

- Características esenciales de las matrices.
- Operaciones entre matrices.
- Interpretación de la solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Representación gráfica de sistemas de ecuaciones.

A modo de ejemplo, a continuación, se describe el recurso de Interpretación de la Solución de un Sistema de Ecuaciones Lineales, haciendo referencia a cómo este contribuye al desarrollo de habilidades básicas del pensamiento a través de la puesta en práctica de los procesos descritos en la imagen 1.

Cada recurso cuenta con la siguiente estructura:

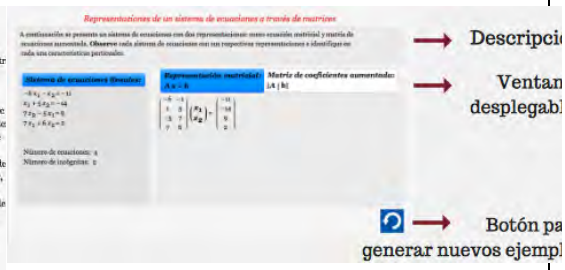
<p>Indicaciones generales en las que se describe al estudiante cómo puede poner en práctica los procesos básicos de pensamiento.</p>	<p>Pantalla de interacción con las representaciones del concepto.</p>
<p><b>Indicaciones generales</b></p> <p>Estimado estudiante,</p> <p>El propósito de este recurso es interpretar los tipos de solución que puede tener un sistema de ecuaciones a partir de la matriz escalonada o escalonada reducida asociada al sistema. Para realizar un adecuado proceso de interpretación, se deben realizar las siguientes acciones en cada uno de los ejemplos que se presentan aquí:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Observar:</b> fijar la atención en un objeto para identificar sus características. En este caso, se debe observar el sistema de ecuaciones que se presenta e identificar sus características como número de ecuaciones, número de variables; luego observar la matriz asociada al sistema y su matriz escalonada reducida e identificar en ellas las características de los elementos de las filas de la matriz de coeficientes y los elementos de la columna de los elementos independientes.</li> <li>• <b>Relacionar:</b> establecer un nexo entre dos o más características de un objeto. Una vez identificadas las características de los elementos de la matriz escalonada reducida, se debe establecer relaciones entre el número de incógnitas y de pivotes, los elementos de una fila de la matriz de coeficientes y el término independiente correspondiente.</li> <li>• <b>Deducir algo coherente de las acciones anteriores.</b> A partir de las relaciones establecidas entre los elementos de la matriz escalonada reducida asociada a un sistema de ecuaciones, se determina el tipo de solución del sistema: única solución, no tiene solución o más de una solución.</li> </ul> <p>Para que este recurso contribuya efectivamente en su proceso de aprendizaje, para cada situación que se presenta usted debe identificar cada una de las acciones descritas anteriormente.</p>	

Tabla 1. Estructura del recurso. Elaboración propia.

Después de la primera pantalla donde se dan las indicaciones generales, se presenta las representaciones de un sistema de ecuaciones lineales a través de matrices. En la parte superior de la imagen 2, se observa resaltado en negrilla el proceso que se espera el estudiante realice, en este caso, observar y cuál es su propósito. A la izquierda se presenta un sistema de ecuaciones en forma algebraica, a la derecha se encuentran dos ventanas: la primera presenta el sistema escrito en forma de ecuación matricial  $AX = b$  y al desplegar la otra ventana se presentará el sistema en su forma de matriz de coeficientes aumentada. Se espera que el estudiante al observar y comparar estas representaciones identifique características como el número de incógnitas, coeficientes, términos independientes. El estudiante puede generar diferentes ejemplos donde aparecerán diferentes sistemas de ecuaciones y así poner en práctica el proceso de observar y comparar.

**Representaciones de un sistema de ecuaciones a través de matrices**

A continuación se presenta un sistema de ecuaciones con dos representaciones: como ecuación matricial y matriz de ecuaciones aumentada. **Observe** cada sistema de ecuaciones con sus respectivas representaciones e identifique en cada una características particulares.

<b>Sistema de ecuaciones lineales:</b>	<b>Representación matricial: <math>Ax = b</math></b>	<b>Matriz de coeficientes aumentada: <math>[A   b]</math></b>
$-6x_1 - x_2 = -11$ $x_1 + 5x_2 = -14$ $7x_2 - 5x_1 = 9$ $7x_1 + 6x_2 = 2$	$\begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 1 & 5 \\ -5 & 7 \\ 7 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -14 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}$	
Número de ecuaciones: 4 Número de incógnitas: 2		

Imagen 2. Representaciones matriciales de un sistema de ecuaciones lineales. Elaboración propia.

La siguiente pantalla contiene la descripción del proceso para determinar el tipo de solución de un sistema de ecuaciones lineales. En la tabla 2 se hace referencia a los procesos básicos de pensamiento se espera ponga en práctica el estudiante.

En la ventana principal se presentan la descripción y en la parte izquierda se encuentra el paso a paso para interpretar la solución de un sistema de ecuaciones a partir de la matriz escalonada reducida asociada al sistema.

**Proceso para determinar el tipo de solución de un sistema de ecuaciones**

A continuación se encuentra el proceso para determinar el tipo de solución de un sistema de ecuaciones lineales a partir de las características particulares de la matriz escalonada asociada. Identifique en este proceso las características y las relaciones que se establecen entre ellas para categorizar el tipo de solución.

Determine el tipo de solución del sistema de ecuaciones lineales.

$$-x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 = -1$$

$$5x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -1$$

$$5x_1 - 4x_2 - x_4 = -5$$

**Ejercicio**

**Paso 1**

**Paso 2**

**Paso 3**

**Paso 4**

**Paso 1.** Se espera que el estudiante reconozca las características principales del sistema a partir de las representaciones dadas.

Represente el sistema de ecuaciones lineales en su forma matricial  $[A | b]$ :

Ejercicio	Sistema lineal:	Representación matricial: $Ax = b$	Matriz de coeficientes aumentada $[A   b]$ :
<b>Paso 1</b>			
<b>Paso 2</b>	$-x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 = -1$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 & 1 \\ 5 & -5 & 2 & 4 \\ 5 & -4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 & 1 & -1 \\ 5 & -5 & 2 & 4 & -1 \\ 5 & -4 & 0 & -1 & -5 \end{pmatrix}$
<b>Paso 3</b>	$5x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -1$		
<b>Paso 4</b>	$5x_1 - 4x_2 - x_4 = -5$		

**Paso 2.** Se retoman las operaciones elementales entre filas definidas para hallar un sistema equivalente a partir de su representación en matriz de coeficientes aumentada.

Transforme la matriz aumentada del sistema a una matriz escalonada reducida, usando las **operaciones elementales entre filas**:

Ejercicio	Operaciones elementales entre filas:	Matriz de coeficientes aumentada $[A   b]$ :	Matriz escalonada reducida:
<b>Paso 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Intercambiar dos filas.</li> <li>◦ Multiplicar los elementos de una fila por un escalar.</li> <li>◦ Sumar una fila con un múltiplo de otra fila.</li> </ul>	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 & 1 & -1 \\ 5 & -5 & 2 & 4 & -1 \\ 5 & -4 & 0 & -1 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{8} & \frac{11}{8} \end{pmatrix}$
<b>Paso 2</b>			
<b>Paso 3</b>			
<b>Paso 4</b>			

**Paso 3.** Se espera el estudiante ponga en práctica los procesos de *observar* (identificar características de la matriz escalonada reducida), *comparar* (la matriz escalonada reducida con la matriz descrita verbalmente) y *relacionar* (establecer nexos entre el número de incógnitas con las características de los elementos de la matriz escalonada reducida).

Finalmente, reconocer la *clasificación* del tipo de solución de un sistema de ecuaciones lineales.

Observe la matriz escalonada reducida e identifique el tipo de solución:

Ejercicio	Matriz escalonada reducida:	Tipo de solución
<b>Paso 1</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{8} & \frac{11}{8} \end{pmatrix}$	Si hay un renglón cuyos elementos son todos cero, excepto el correspondiente al término independiente, el <b>sistema no tiene solución</b> (sistema inconsistente).
<b>Paso 2</b>		Si el número de pivotes ( $m$ ) es igual al número de incógnitas ( $n$ ), el <b>sistema tiene única solución</b> .
<b>Paso 3</b>		Si el número de pivotes ( $m$ ) es menor al número de incógnitas ( $n$ ), el <b>sistema tiene infinitas soluciones</b> , la solución general depende de las variables libres y se escribe en forma paramétrica
<b>Paso 4</b>		



Finalmente, se presenta al estudiante la forma adecuada de escribir la solución de un sistema de ecuaciones lineales. En particular, se considera importante que el estudiante reconozca en los sistemas que tienen infinitas soluciones, cuáles son las variables libres.

Determine el tipo de solución del problema:			
	<b>Sistema lineal:</b>	<b>Matriz de coeficientes aumentada [A   b]:</b>	<b>Matriz escalonada reducida:</b>
<b>Ejercicio</b>			
<b>Paso 1</b>	$-x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 = -1$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 & 1 & -1 \\ 5 & -5 & 2 & 4 & -1 \\ 5 & -4 & 0 & -1 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{8} & \frac{11}{8} \end{pmatrix}$
<b>Paso 2</b>	$5x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -1$		
<b>Paso 3</b>	$5x_1 - 4x_2 - x_4 = -5$		
<b>Paso 4</b>	El sistema tiene infinitas soluciones:	$\left\{ x_1 = 2x_4 - 2, x_2 = \frac{9x_4}{4} - \frac{5}{4}, x_3 = \frac{11}{8} - \frac{11x_4}{8} \right\}$	

Tabla 2. Descripción proceso interpretación tipo solución de un sistema de ecuaciones lineales. Elaboración propia.

El proceso descrito en la tabla 2, se puede poner en práctica cuantas veces quiera el estudiante con diferentes sistemas de ecuaciones lineales, lo que conllevará a adquirir destreza en el reconocimiento del tipo de solución y su escritura desarrollando así, la facultad de transferir estas ideas a otros contextos y establecer otro tipo de relaciones cuando se enfrente a otros métodos de solución.

Lo anterior son los resultados obtenidos en cuanto al diseño de los recursos. Se espera aplicarlos en la próxima cohorte del módulo de Álgebra Lineal y evaluar el impacto de estos en el aprendizaje de los estudiantes.

### Consideraciones finales

Como afirma Sucerquia et al (2016), la educación en la modalidad virtual demanda cambios significativos en la forma de presentación de los contenidos y las interacciones que se genera entre los diferentes actores involucrados en este proceso: plataformas, recursos, medios de comunicación, tutor, estudiantes, dispositivos móviles, entre otros. El diseño más básico de un recurso demanda por parte del profesor tener claro cuáles son los propósitos de aprendizaje, cuáles son los procesos de pensamiento que pondrá en juego el estudiante y que contribuirá al aprendizaje para lo cual debe clarificar las relaciones entre estos, los conceptos y procesos matemáticos. Lo presentado aquí es hasta ahora un pequeño inicio hacia una nueva reestructuración del tipo de recursos que se pueden emplear en los cursos de matemáticas en la modalidad virtual de manera que garanticen aprendizajes significativos.

A partir de la experiencia de construcción de recursos, surgieron interrogantes sobre cuáles deben ser las características particulares que deben cumplir los recursos multimedia de manera y qué tipo de interacciones son necesarias (tutor-recurso-estudiante, estudiante-recurso), que garanticen en gran medida aprendizajes significativos.

En lo que respecta al rol del profesor, esto da cuenta de la necesidad inminente de transformar los procesos de formación de los profesores de matemáticas en cuanto al desarrollo de competencias tecnológicas y competencias profesionales para otro tipo de modalidades diferentes a la presencial.

## Referencias

Coral, A. (2014). Desarrollo de habilidades de pensamiento y creatividad como potenciadores de aprendizaje. *UNIMAR*, 30(1). Recuperado de <http://www.umariana.edu.co/ojs-editorial/index.php/unimar/article/view/232/203>

Cuicas Avila, M., Debel Chourio, E., Casadei Carniel, L., Alvarez Vargas, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 7 (2), 0.

Gros-Salvat, B. (2011). Orientación y tendencias de futuro en la formación en línea. En Gros-Salvat, B. (Ed), *Evolución y retos de la educación virtual. Construyendo el e-learning del siglo XXI* (pp 141-181). Barcelona: Editorial UOC.

Sucerquia Vega, E.A., Londoño Cano, R.A., Jaramillo López, C.M. & De Carvalho Borba, M. (2016). La educación a distancia virtual: desarrollo y características en cursos de matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 48, 33-55.

Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/760/1286>

Ortega, S., Moreno, M. & Rodríguez, M. (2014). Desarrollo del pensamiento de los estudiantes en modalidad virtual. *Revista de la facultad de estudios en ambientes virtuales*, 2, 2. Recuperado el 24 de febrero de 2017 de <http://journal.ean.edu.co/index.php/vir/article/view/1419/1372>

Sánchez, M. A. (2004). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: procesos básicos del pensamiento*. México: Trillas - ITESM.

[Volver al índice de autores](#)