

2.3.6. Modelación matemática del crecimiento de la sombra usando Excel

Franklin Taipe Florez, UGEL Canas, Cusco, Perú

Zoraida Taipe Florez, IE. Víctor Raúl Haya de la Torre, Cusco, Perú

Resumen

A la pregunta ¿Cuál será la velocidad de crecimiento de la sombra de un palo?, se respondió con un modelo matemático a partir de mediciones experimentales usando las herramientas de Excel. Proponiéndonos comprender cómo resulta un modelo matemático a partir de experiencias reales, concretar una actividad escolar vivencial para generar un modelo matemático, analizar el comportamiento de un fenómeno físico y traducirlo por la matematización horizontal a un modelo y utilizar las herramientas del Excel, para el desarrollo y formulación del modelo. Con el registro de mediciones de la sombra del palo se relacionarán las variables ($x = \text{min}$, tiempo del movimiento del sol; $y = \text{cm}$, crecimiento de la longitud de la sombra) se graficarán las funciones de dichos puntos, analizándose las gráficas y su comportamiento para generar modelos que según su R^2 podrán ser confiables. Se reporta un modelo general $y = 19,648x^2 - 134,58x + 242,17$ con velocidad lenta de 0.049cm/min y velocidad rápida de 0.70cm/min . Y un modelo específico con dos funciones $y = 5.26x - 3.11$ de tres a cuatro de la tarde i $y = -17.45x^2 + 203.63x - 518.44$ de cuatro a cinco de la tarde, La abstracción de los fenómenos reales hacia modelos matemáticos, dados por funciones fue aceptada y entendida.

Introducción

Los objetivos de la presente comunicación breve son:

- Comprender cómo resulta un modelo matemático (función) a partir de experiencias reales y experimentales.
- Concretar una actividad escolar de naturaleza experimental para generar un modelo matemático.
- Analizar el comportamiento de un fenómeno físico y traducirlo a través de una matematización horizontal a un modelo.
- Utilizar las herramientas del Excel, para el desarrollo y formulación del análisis matemático.

El uso de las herramientas del Excel, para entender el origen algorítmico de las funciones como modelos, se reporta en esta experiencia didáctica en una sesión práctica obteniendo

la significatividad del conocimiento y su abstracción plena para entender situaciones más complejas. Al responder la interrogante ¿Cómo ayuda el Excel para generar modelación matemática, a partir de una actividad experimental, en los estudiantes del cuarto grado de secundaria en la IE Victor Raul Haya de la Torre de Occobamba en Cusco?

Hoy en día, el desarrollo de las TIC tiene un impacto cada vez mayor en el campo educativo. Mendoza (2016) afirma que, en la actualidad, las TIC están en todos lados y forman parte muy importante del que hacer educativo. Ellas poseen un gran potencial para mejorar los procesos pedagógicos y mejorar los aprendizajes. (Pantoja, et.al. 2013) Para lograr un buen aprovechamiento de las TIC como herramienta de trabajo de los docentes o como medio de aprendizaje de los propios alumnos, es necesario que se conozca cuáles son los beneficios de su uso y que los equipos estén dotados del software educativo pertinente es decir de programas específicamente diseñados para fines educativos, cuyas aplicaciones y desarrollos contribuyan a alcanzar las capacidades de áreas priorizadas en los diseños curriculares (Mendoza, 2016).

El Ministerio de Educación del Perú (2008) plantea que uno de los propósitos de la Educación Básica Regular al 2021 es el dominio de las tecnologías de información (TIC), donde se busca desarrollar en los estudiantes capacidades y actitudes que les permitan utilizar y aprovechar adecuadamente las TIC dentro de un marco ético, potenciando el aprendizaje autónomo a lo largo de la vida.

Para el presente reporte, se aborda el modelo de crecimiento de la sombra de un palo (variable longitud) con respecto al tiempo (variable tiempo); el trabajo se realizó en la IE Víctor Raúl Haya de la Torre de Occobamba en Cusco, en la sierra sur del Perú.

Pregunta matemática: ¿Cuál será la velocidad de crecimiento de la sombra de un palo?

Metodología de trabajo

Las tendencias actuales en educación coinciden en que el aprendizaje y la transferencia de conocimientos se mejoran al utilizar actividades significativas, aprendizaje colaborativo y un enfoque problemico (Pantoja, et.al. 2013)

El presente estudio se caracteriza por presentar un escenario de aprendizaje experimental, aplicativo y demostrativo en el marco de las rutas de aprendizaje, donde se desarrollaron

diferentes tipos de funciones como modelos utilizando el valor de R^2 , como prueba de confiabilidad.

Escenario de aprendizaje

Desarrollar aprendizajes matemáticos utilizando los diferentes tipos de funciones como modelos de una matematización horizontal, significa:

- 1) Aprender a caracterizar situaciones de relación y cambio en diferentes contextos,
- 2) Aprender a describir, modelar y representar en distintos sistemas o registros simbólicos (verbales, representaciones, icónicos, gráficos o algebraicos).

Propuesta de trabajo.

Tabla 01. Propuesta de sesión de Investigación Matemática.

Situación problemática:	
María supone que cada minuto su sombra crece en un centímetro ¿Es acertado lo que piensa?	
<p>Indicador:</p> <p>Construcción del significado y uso de la proporcionalidad y funciones lineal y cuadrática en situaciones problemáticas de variación (tiempo-distancia)</p> <p>Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de la proporcionalidad directa y la función lineal y cuadrática.</p> <p>Ordena datos en esquemas para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal y cuadrática.</p> <p>Elabora estrategias con el uso de las herramientas de Excel para representar en forma gráfica y algebraica la función lineal y cuadrática.</p> <p>Justifica el uso de una representación gráfica de la función lineal y cuadrática para modelar una situación problemática.</p> <p>Expresa en forma gráfica, algebraica las relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal y cuadrática.</p> <p>Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de la proporcionalidad directa, funciones y modelación matemática.</p>	<p>Contexto</p> <p>Situación cotidiana problemática.</p> <p>Áreas Afines</p> <p>Ciencia y Tecnología y Ambiente.</p> <p>Educación para el Trabajo.</p>
Conocimiento: Proporcionalidad, herramientas de Excel, Función lineal, Cuadrática	Cuarto Grado de Secundaria

<p><i>Cuándo hacerlo:</i></p> <p>Cuando los estudiantes han trabajado cantidades directamente proporcionales y graficado funciones lineales y cuadráticas, cuando tengan dominio de los comandos gráficos de Excel. Por ello, a partir de una situación problemática se genera una serie de interrogantes que se orientan, de forma inductiva, a ir comprendiendo la función como modelo matemático.</p>	<p>Tiempo Sesión de laboratorio matemático de 90 minutos.</p>
<p><i>Sirve para:</i></p> <p>Resolver problemas en los que están presentes cantidades relacionadas.</p> <p>Representar esta relación mediante un gráfico y una expresión algebraica como modelo.</p>	
<p><i>Necesitas:</i> Texto Minedu, Tercer y Cuarto grado</p>	
<p><i>Conocimientos previos:</i></p> <p>Representar datos en expresiones gráficas con Excel.</p>	

Actividad N° 01: Generan y Ordenan Datos.

Experimenta situaciones de cambio para el desarrollo del significado de la proporcionalidad directa y la función cuadrática como modelo matemático de un fenómeno. Debido al movimiento del sol la longitud de la sombra de los objetos que se interponen a su luz, aumentan y disminuyen su longitud.

María cree que por cada minuto transcurrido se incrementa la sombra en un centímetro. ¿Es acertado lo que piensa?

Para resolver el problema con los estudiantes. Se partió de una actividad experimental planificada denominada "Medición de la sombra de un palo", en periodos de 15 minutos, desde las 3:00pm hasta las 5:00pm.

Completándose la siguiente tabla midiendo la variable tiempo en intervalos de 15 minutos con un cronómetro y la variable Longitud de la sombra en centímetros con una cinta métrica.

Tabla 02. Longitud de sombra con respecto al tiempo.

Hora de la tarde	Longitud de la sombra (cm)	Hora de la tarde	Longitud de la sombra (cm)
3:00 pm	13	4:00 pm	18,2
3:15 pm	13,6	4:15 pm	24
3:30 pm	14	4:30 pm	33
3:45 pm	14,7	4:45 pm	44,2
4:00 pm	18,2	5:00 pm	63

Actividad N° 02: Representan y Grafican la función.

Ordenan los datos en un esquema para el establecimiento de relaciones de proporcionalidad directa y de dependencia lineal o cuadrática, en una hoja de cálculo Excel. Mediante el uso de las herramientas de Excel, representan la gráfica de la función y presentan la ecuación algebraica como modelo y el valor de R^2 como indicador de confianza en el modelo matemático, siguiendo la secuencia:

- Seleccionar las celdas de las dos variables.
- Insertar Grafico XY dispersión.
- Acondicionan los ejes para la presentación de los puntos en el plano cartesiano.
- Anti clic en un punto para solicitar agregar línea de tendencia (lineal o polinómica de segundo grado).
- Pedir la presentación de la ecuación y el valor de R^2

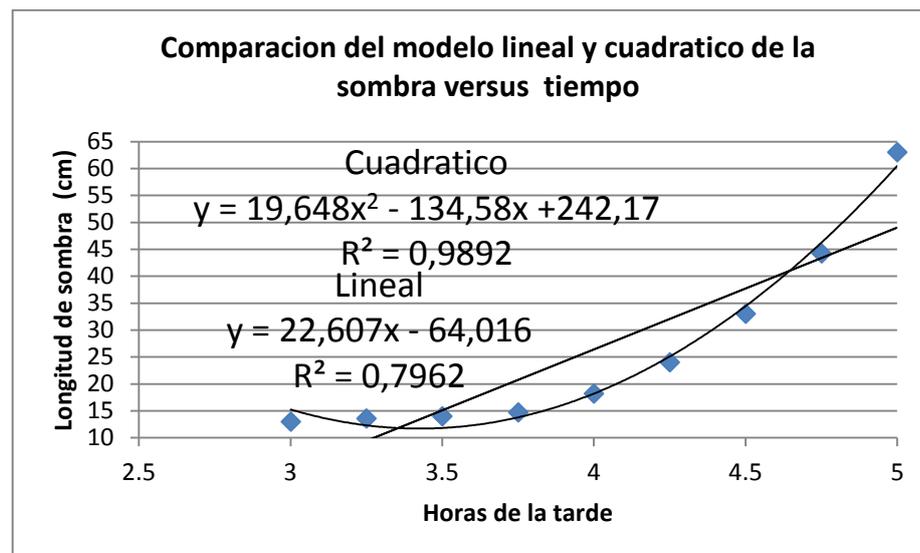


Figura 01. Representación gráfica y algebraica la función lineal y cuadrática.

Actividad N° 03: Reflexionan y analizan

Al obtener inicialmente la gráfica de dispersión de los puntos (x,y), se puede notar claramente la tendencia diferente a una línea recta que siguen los puntos, es por tanto el modelo polinómico de segundo grado el más pertinente en ser usado, los estudiantes distinguen la hoja de parábola.

En la expresión algebraica $y = 19,648x^2 - 134,58x + 242,17$. La variable “y” Longitud de la sombra depende o está en función de la variable “x” Hora de la tarde; El número *19,648* es el coeficiente cuadrático, *-134,58* coeficiente lineal y *242,17* se le denomina constante.

Como se escogió el intervalo del Dominio de la función como horas de la tarde desde las 3 hasta las 5, entonces tenemos graficado el rango desde 13 hasta 63. Es dentro de este Dominio y Rango que se tiene la validez de esta función cuadrática, su representación algebraica tiene un nivel de confianza de $R^2 = 0,9892$, es decir, tiene una ocurrencia de 98,92% sobre 100% lo cual es muy bueno para hacer predicciones y cálculos posteriores. Para tener la certeza de que el fenómeno corresponde a una función cuadrática, lo compararemos con un modelo lineal (Figura 01), para su análisis. Podemos distinguir claramente que la función lineal no contiene a los puntos, lo que si ocurre con la función cuadrática; pero un argumento categórico es el valor de R^2 , mientras R^2 se acerque a 1 el modelo será perfecto por consiguiente con la función lineal tenemos un 79,62% de

confianza y con el modelo cuadrático un 98,92% de confianza, así que se escoge el de mayor confiabilidad, quedando la Figura 02.

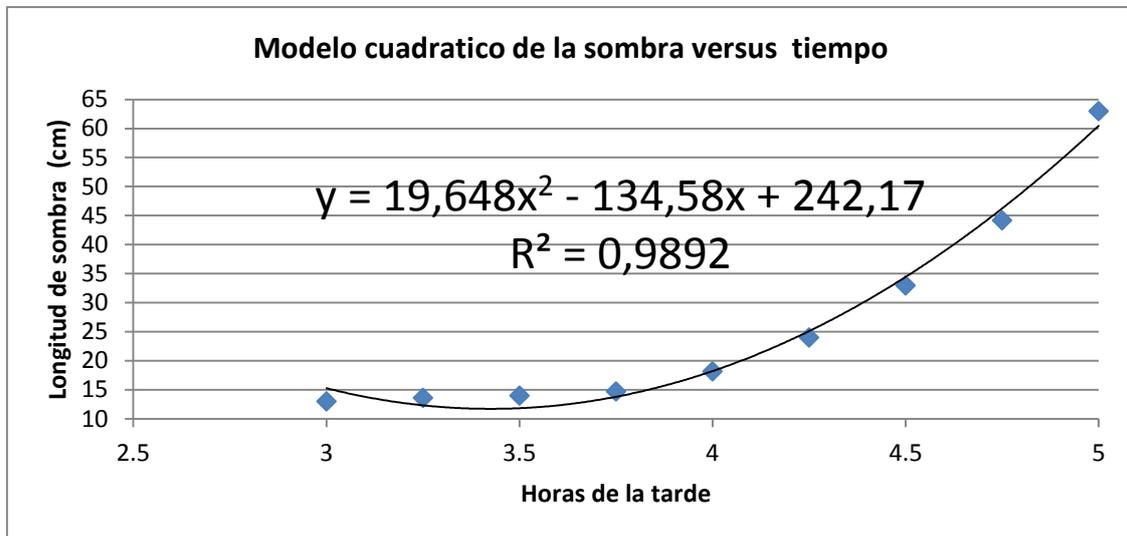


Figura 02. Modelo cuadrático de la sombra versus el tiempo.

Teniendo $y = 19,648x^2 - 134,58x + 242,17$ podemos establecer la razón de cambio de la longitud de la sombra por cada hora transcurrido y luego dividirlo entre sesenta para tener por cada minuto transcurrido, para resolver la situación problemática y justificar la presunción de María.

Notamos claramente que existen dos tipos de avance uno lento entre las 3 y las 4 y el otro acelerado entre las 4 y 5 de la tarde, por ello existen dos velocidades diferenciadas, analizaremos cada una de ellas.

Velocidad lenta: Al reemplazar el valor de X entre 3 y 4 tendríamos:

Hora	Función	Reemplazando	Diferencia $(X_2 - X_1)/60$
X1=3	$y = 19,648x^2 - 134,58x + 242,17$	15,262	0,04926
X2=4		18,218	

Entonces podemos aseverar que María no tenía razón al presumir que cada minuto aumentaba la longitud en un centímetro, en promedio la longitud de la sombra se incrementa a 0,049 cm por cada minuto entre las 3 y las 4 de la tarde.

Velocidad Rápida: Al reemplazar el valor de X entre 4 y 5 tendríamos:

Hora	Función	Reemplazando	Diferencia $(X2-X1)/60$
X1=4	$y = 19,648x^2 -$	18,218	0,7042
X2=5	$134,58x + 242,17$	60,47	

Entonces podemos aseverar que María no tenía razón al presumir que cada minuto aumentaba la longitud en un centímetro, en promedio la longitud de la sombra se incrementa a 0,7 cm por cada minuto entre las 4 y las 5 de la tarde.

ACTIVIDAD N°04: Extensión a composición de funciones y multimodelos.

Teniendo en cuenta que de 3 a 4 de la tarde se tiene una velocidad constante el modelo puede ser lineal, así como de 4 a 5 por el incremento de la velocidad el modelo puede ser cuadrático, pudiendo asumir que el fenómeno se compone de dos funciones y puede ser analizada por dos modelos matemáticos.

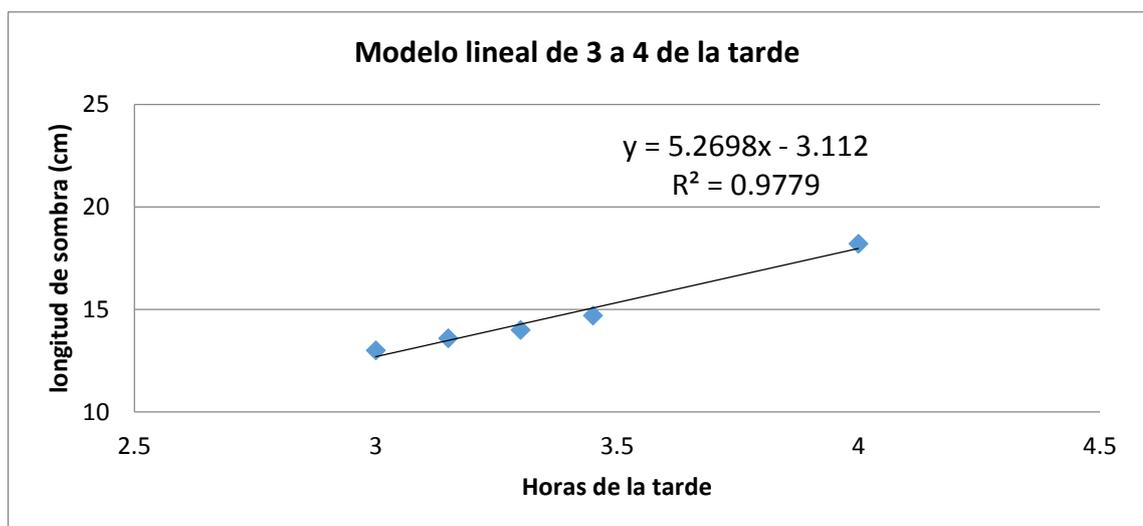


Figura 03. Modelo lineal de 3 a 4 de la tarde.

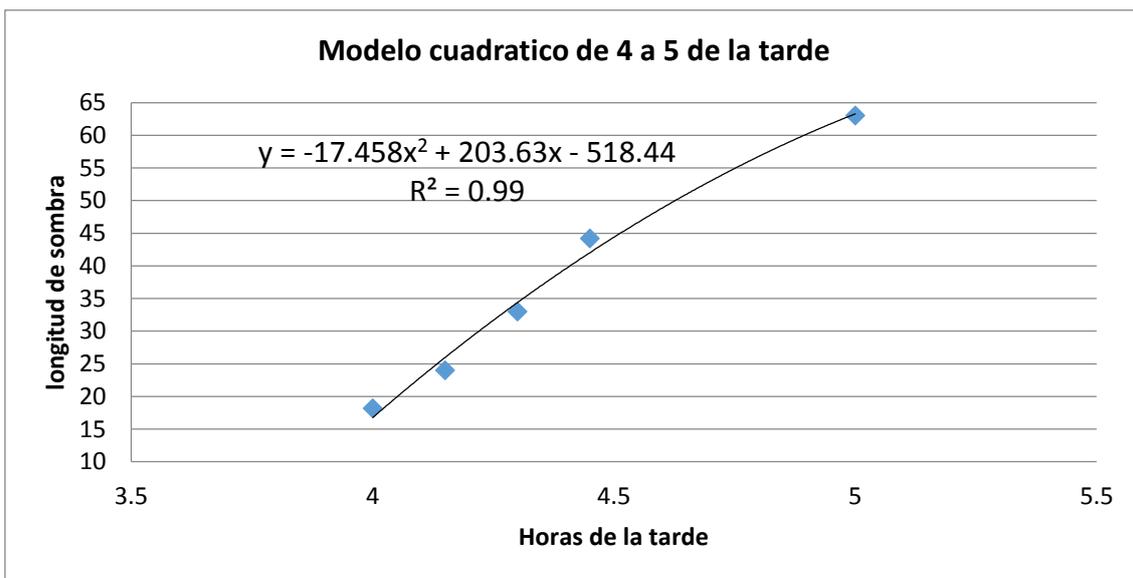


Figura 04. Modelo cuadrático de 4 a 5 de la tarde.

Teniendo un modelo matemático del fenómeno expresado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 5.26x - 3.11 & x \in [3,4] \\ -17.45x^2 + 203.63x - 518.44 & x \in (4,5] \end{cases}$$

Actividad N° 05

Resuelven situaciones problemáticas análogas.

Cierto estudio tecnológico muestra como sube la temperatura del aceite al ser calentado con respecto al tiempo, presentada en la siguiente tabla.

Grados Centígrados	f(x)	16	23	37	63	98	125	172
Tiempo por minutos	x	4	5	6	7	8	9	10

- Expresa la regla de correspondencia de la función.
- Si se desea freír carne de cuy a 110°C, ¿cuántos minutos debe calentar el aceite.

Investigaciones científicas han demostrado que la frecuencia de los chirridos de los grillos es una función lineal afín a la temperatura ambiental.

Grados Fahrenheit	X	45	46	47	48	49
Chirridos por minutos	f(x)	20	24	28	32	36

- Expresa la regla de correspondencia de la función.
- Completa la tabla para: $f(x)=4x-160$.
- A 50 grados Fahrenheit, ¿Cuántos chirridos por minuto emitirá un grillo?

Tomado de: Rutas de Aprendizaje (2013), ¿qué y cómo aprenden nuestros adolescentes? Fascículo 1, VI Ciclo. MINEDU.

Resultados de la Experiencia

1. Interacción de los estudiantes con la actividad experimental.

Al reportar los resultados obtenidos a través de la *Guía de observación*. En relación a la Interacción de los estudiantes con los instrumentos de medición, los resultados indican que de los veintiún estudiantes, veinte lograron la manipulación correcta de los instrumentos de medición y recojo de datos, es decir, un 95.2% Explicándose por lo motivante del tema y el carácter aplicativo de la actividad.

2. Desarrollo de los componentes del área de Matemática de los estudiantes con las herramientas del Excel.

El promedio de la aplicación del componente Matemática, en el uso de las herramientas graficas de Excel fue logrado también en un 95.2%, Explicándose por la interacción de las ventanas y el objetivo de los estudiantes así como por la ayuda de la gráfica para poder presumir el tipo de función.

3. Entendimiento de la idea de función lineal y función cuadrática.

La noción básica de relación entre variables que generan una función fue compendida por los estudiantes; a ello contribuyó la estrategia empleada totalmente practica con

participación activa y el uso del recurso tecnológico como una ayuda científica para probar la objetividad de las mediciones y su comportamiento.

4. Abstracción desde los fenómenos reales hacia los modelos matemáticos expresados en funciones.

La abstracción de los fenómenos reales hacia modelos matemáticos expresados por funciones lineales y cuadráticas fue aceptada, por los estudiantes. Contribuyó a ello la apreciación del fenómeno real y la transformación de los datos en funciones a través del Excel.

Sugerencias

- Formalizar la incorporación del uso del Excel como TIC en el área de Matemática y extenderlo a las otras áreas curriculares, para el beneficio de los estudiantes.
- Promover el uso fuera del horario escolar de las funciones del Excel para la socialización e investigación.
- A partir de la experiencia poder obtener la velocidad de la tierra.

Referencias

- Ministerio de Educación (2012). Módulos de Resolución de Problemas: Resolvamos 1 y 2. Lima.
- Ministerio de Educación (2012). Matemática 3. Lima: Editorial Norma.
- Ministerio de Educación (2012). Matemática 4 y 5. Lima: Editorial Santillana.
- Ministerio de Educación (Minedu) 2008 Diseño curricular nacional de la educación básica regular. <http://www.minedu.gob.pe>. Consulta: 20 de junio de 2012.
- Ministerio de Educación (2013). Rutas del Aprendizaje, ¿Qué y cómo aprenden nuestros adolescentes? Número y Operaciones, Cambio y Relaciones VI y VII.
- Mendoza, M. (2006) «Impacto del software educativo en la escuela». *Revista de educación el educador*, año 2, número 7.

Pantoja, R. Ulloa, R. Nesterova, E. (2013) «La modelación matemática en situaciones cotidianas con los software Avimeda y Mathcad». Gondola Vol.8Nº1 Agosto 2013Pp8-22.

[Volver al índice de autores](#)