
Matemática superior para estudiantes de nivel secundaria con rendimiento académico alto: Contenido de la enseñanza aprendizaje: álgebra, trigonometría, geometría analítica, cálculo diferencial y cálculo integral

Ing. y MC Ernesto Navarro Cumpeán
Instituto Tecnológico de Cd. Victoria, Tamaulipas
ernacu51@hotmail.com

Resumen: En este documento se presentan el desarrollo y los excelentes resultados obtenidos en un proyecto educativo relacionado con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática alta, desde el Álgebra hasta el Cálculo Integral; pero con estudiantes de nivel secundaria (11 a 14 años de edad) con rendimiento académico alto. Este aprendizaje lo realizan en no más de dos años. Parte de lo que se presenta en este proyecto es la aplicación del resultado de un trabajo de investigación realizado por el autor del mismo en su tesis para obtener el grado de maestro en ciencias. Posteriormente continuó investigando sobre un método de enseñanza-aprendizaje de la matemática que motive y facilite el aprendizaje de esta ciencia, que a nivel mundial es un gran problema por los altos índices de rechazo y reprobación escolar. En el año 2013, después de años de investigación y con la obtención de resultados excelentes en la aplicación de la metodología de enseñanza-aprendizaje diseñada por el autor del presente, el documento fue registrado en el Instituto Nacional de Derechos de Autor de México, con el nombre: *“El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática desde una propuesta metodológica”*. Posteriormente en el mismo 2013, el documento con el mismo nombre, fue publicado por la Universidad de Málaga, España.

Palabras clave: enseñanza aprendizaje, matemática alta, investigación, metodología, estudiantes de nivel secundaria, resultados.

Abstract: This document presents the development and excellent results obtained in an educational project related to teaching-learning process of high mathematics, from algebra to integral calculus; but with middle school students (11 to 14 years old) with high academic performance. This learning takes place in no more than two years. Part of what is presented in this project is the application of the result of a research work done by the author, in his thesis to obtain the degree of master in science. Subsequently the author continued the research on a method of teaching learning of mathematics that motivates and facilitates the learning of this science, which at the global level is a big problema for school failure and dropout. In 2013, after years of research and with the obtaining of excellent results in the application of the methodology designed by the author, the document was registered in the National Institute of Copyright of México, with the name: *“The teaching learning process of*

mathematics from a methodological proposal". Subsequently, the document with the same name was published by the University of Malaga España.

Keywords: teaching learning, high mathematics, research, methodology, middle school students, results.

1. Introducción

La matemática es la más simple, la más perfecta y la más antigua de las ciencias, independientemente que, para ciertos estudiantes el encuentro con la matemática es una experiencia de efectos traumáticos, se observa la presión familiar y social y el sentir del estudiante que se bloquea aún más ante el temor y el miedo al fracaso; esa desfavorable imagen heredada se ve fortalecida por los procedimientos didácticos usados por la mayoría de los docentes, que sólo consiguen obstruir la alegría de descubrir y construir. Es necesario generar una actitud positiva en los estudiantes hacia la materia, de modo que se posibilite su aprendizaje. Lo ideal sería que el estudiante tuviera oportunidad de estudiarla como un juego, que él puede practicar libremente y con responsabilidad.

Se considera que los altos índices de reprobación en matemática no son exclusivos de una determinada institución o lugar, sino más bien es un problema que afecta por lo general a todos los países del mundo, a estudiantes de todos los niveles sociales, económicos y culturales; ello origina rezago y deserción escolar de gran cantidad de estudiantes. Además, es un hecho que la reprobación en esta materia produce frustración en el alumno, el profesor y en la sociedad.

La enseñanza-aprendizaje de la matemática a nivel mundial ha planteado siempre un problema bastante paradójico. En efecto, existe una cierta categoría de estudiantes que, por una parte inteligentes y que incluso pueden dar prueba de ello en otros campos de una inteligencia superior, pero que fracasan más o menos sistemáticamente en matemática; ¿por qué no se forma ese mismo interés en el aprendizaje de la matemática?, ¿por qué les es difícil y en ocasiones imposible aprender la matemática?, ¿qué o quién origina ese rechazo?.

El autor del presente documento, en su práctica docente como profesor en la carrera de ingeniería civil en una institución educativa de nivel superior, tuvo serios problemas en el aula, ya que inclusive estudiantes de los últimos semestres carecían de los más elementales conocimientos matemáticos. Lo anterior originó en él, el deseo de investigar y diseñar una metodología que facilite el aprendizaje de esta ciencia y que a la vez motive al estudiante por aprenderla.

Desde su inicio de este proyecto educativo, hasta la fecha, el autor ha tenido, entre otros, como objetivos:

- a) Diseñar y difundir una metodología de enseñanza aprendizaje de la matemática que facilite y motive a los estudiantes, y así contribuir al mejoramiento académico en esta ciencia.
- b) Contribuir al fortalecimiento del aprendizaje de la matemática desde la enseñanza media básica en función de la preparación en esta ciencia para sus estudios en bachillerato y el nivel superior.

En México se trabaja en educación especial, pero siempre es con niños y estudiantes con problemas de aprendizaje. Nunca dan educación especial a aquellos estudiantes con alto rendimiento académico. Esto que se expone en este documento, es también educación especial, pero en el otro extremo. Con esto, tal vez se estén formando a los futuros científicos.

2. Una fundamentación desde la teoría

Cambiar las actitudes, hábitos y prácticas pedagógicas no se logra a través de reglamentos y normatividades; por el contrario, para que los alumnos y profesores reencuentren sentido al aprendizaje, el docente debe realizar un proceso reflexivo en el que estén presentes los fines y objetivos de la educación. “Para avanzar en el propósito de conciliar cantidad con calidad, será necesario inducir y fomentar métodos de enseñanza adecuados a la dimensión masiva de la matrícula” (MENDOZA ROJAS: 1991: 117); es decir, “elevar la calidad de la

educación en todos los niveles a partir de la formación integral de los docentes” (MENDOZA ROJAS: 1991: 115).

Cuando el docente se desempeña en el aula con verdadera vocación de servicio, empezará a notar que, “la motivación aumenta cuando el individuo desenvuelve el sentimiento de que es capaz de alcanzar sus metas personales; es decir, desarrollar la valorización del YO o sea a aprender” (LIBANEO: 1988: 45). Es fundamental la motivación para realizar con efectividad cualquier actividad que se emprenda, al respecto Bertha Medina y Carolina Rodríguez citados por BATLLORI y ACUÑA (1988: 140) dicen: “el objetivo es propiciar la motivación a través de la alegría de descubrir, y lograr así que el alumno realice operaciones lógicas abstractas”.

Bertha Medina y Carolina Rodríguez citados por BATLLORI y ACUÑA (1988: 139) afirman que, “el rechazo del alumno a la matemática se debe en parte, a una actitud heredada a través de generaciones, las cuales han planteado a esta ciencia como una materia de gran dificultad para su aprendizaje, y en parte a que efectivamente para algunos alumnos resulta difícil”. Lo anterior origina según Guevara Cisneros citado por el autor antes mencionado (1988: 85) que, “muchos alumnos seleccionan su licenciatura buscando aquella que no tenga relación con la matemática”.

Alvarado Monterrubio citado por BATLLORI y ACUÑA (1988: 6) en sus investigaciones realizadas al estudiar la relación de alumnos egresados de Bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades, durante los años de 1973 al 1983 y aspirantes a cursar las carreras profesionales encontró que, el 8.55% eligió carreras donde se supone que el alumno tiene una interacción fuerte con la matemática; en cambio el 23% eligió carreras con una interacción suave con la matemática y el 32.57% eligió aquellas carreras con una interacción débil con la mencionada materia.

Alvarado Monterrubio define estas interacciones como:

- Interacción fuerte.- las diversas asignaturas que conforman el plan de estudios requieren de la matemática para la descripción, explicación y predicción de los conceptos fundamentales en el campo teórico y experimental, por tanto, se requiere de un conocimiento profundo de la misma.
- Interacción suave.- las asignaturas del plan de estudios requieren de la matemática como una herramienta, lo cual implica la comprensión de sus conceptos para su aplicación en el estudio de los fenómenos que se observan en la naturaleza y en la sociedad. El manejo de la matemática en este nivel, requiere de la destreza en la aplicación de operadores y modelos matemáticos.
- Interacción débil.- las asignaturas del plan de estudios no requiere de la matemática para su fundamentación y sólo en ocasiones se necesita del manejo de conceptos elementales.

El aprendizaje es cambio de conducta relativamente permanente; es resultado de la práctica, es progresiva adaptación, es un cambio de actitud, es una reacción a una situación dada, es una actividad mental por la que se adquieren hábitos, es una modificación de la personalidad, es un desarrollo estimulado, es la respuesta correcta a estimulaciones...

El fenómeno educativo, dada su complejidad y multideterminación, puede asimismo ser explicado e intervenido desde otras ciencias humanas, sociales y educativas.

Carretero citado por Diaz Barriga Y Hernandez Rojas (1997: 27) afirma que el constructivismo “básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo - tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos - no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos

realiza la persona dicha construcción?. Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea”.

Dicho proceso de construcción va a depender de dos aspectos fundamentales:

- a) De los conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva información o de la actividad o tarea a resolver.
- b) De la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto.

La concepción constructivista del aprendizaje escolar se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos del crecimiento personal del estudiante en el marco de la cultura del grupo al que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán satisfactoriamente a no ser que se suministre una ayuda específica a través de la participación del estudiante en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas que logren propiciar en éste una actividad mental constructiva.

Por lo tanto, la construcción del conocimiento escolar puede analizarse desde dos vertientes:

- a) Los procesos psicológicos implicados en el aprendizaje.
- b) Los mecanismos de influencia educativa susceptibles de promover, guiar y orientar dicho aprendizaje.

Es evidente que, desde una postura constructivista, se rechaza la concepción del estudiante como un mero receptor o reproductor de los saberes culturales. La mejor construcción del conocimiento se da cuando al alumno se le enfrenta a problemas significativos que debe resolver. Más que aprender habilidades de pensamiento el alumno debe comprometerse con la solución de uno de estos problemas en los que se le pide utilice su conocimiento generativo y aplique ciertas estrategias para la solución de problemas

Se puede afirmar que, la construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido de que el estudiante selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos. Construir significados nuevos implica un cambio en los esquemas de conocimiento que se poseen previamente, introduciendo nuevos elementos o estableciendo nuevas relaciones entre dichos elementos. Así, el estudiante podrá ampliar o ajustar dichos esquemas o bien reestructurarlos a profundidad como resultado de su participación en un proceso intelectual. “El desarrollo intelectual no se produce por simple maduración, por el paso del tiempo o por el crecimiento, sino que es el resultado de un larguísimo trabajo de construcción que se realiza cada día, a cada minuto, en todos los intercambios que el sujeto realiza con el medio” (DELVAL: 1984: 80).

Díaz Barriga Y Hernández Rojas (1997: 29), integran los siguientes siete principios de aprendizaje que se asocian a una concepción constructivista:

1. El aprendizaje es un proceso constructivo interno, autoestructurante
2. El grado de aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo
3. El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos previos
4. El aprendizaje es un proceso de (re)construcción de saberes culturales
5. El aprendizaje se facilita gracias a la mediación o interacción con los otros
6. El aprendizaje implica un proceso de reorganización interna de esquemas
7. El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el estudiante ya sabe con lo que debería saber.

Desde el punto de vista pedagógico, la relación matemática-realidad se ha interpretado o utilizado de varias maneras; algunas de ellas son las siguientes:

1. Enseñar contenidos matemáticos a partir de problemas reales.
2. Enseñar a aplicar contenidos matemáticos.

3. Enseñar matemática aplicada.
4. Enseñar cómo se ha aplicado la matemática.

En la concepción tradicional el aprendizaje del estudiante depende directamente de la influencia del profesor y de la metodología de la enseñanza utilizada. En la concepción constructivista, además de tomarse en cuenta estos dos factores, se pone de relieve lo siguiente:

1. La importancia del conocimiento previo del alumno.
2. Que los contenidos tengan una cierta lógica intrínseca que el estudiante pueda relacionar con lo que ya conoce.
3. La motivación del estudiante para aprender significativamente.

En las clases de matemática siempre se dice a los estudiantes acerca de la gran utilidad de esta ciencia, y que todo el desarrollo científico y tecnológico actual se lo debemos a la matemática. Sin embargo, en el aula, *porque así lo establecen los planes y programas de estudio y por la deficiente preparación de algunos profesores*, se hace demasiado énfasis para que el estudiante memorice definiciones, leyes y términos que ninguna utilidad práctica tienen en la aplicación de la matemática. Lo anterior contribuye a que el alumno rechace esta ciencia al no ver una utilidad práctica en lo que aprende. *Dándole en cambio poca atención a la resolución de problemas; siendo que resolver problemas es la mejor manera para motivar por aprender y realizar un buen aprendizaje.*

“Largo y pesado es el camino de la enseñanza por medio de la teoría, breve y eficaz por medio de ejemplos” ...Séneca

“Lo oigo y lo olvido; lo veo y lo recuerdo; lo hago y lo aprendo” ...Confucio.

Para el buen aprendizaje de la matemática, al estudiante se le debe involucrar resolviendo problemas.

La motivación y como consecuencia el aprendizaje aumentan cuando el estudiante ve el resultado de la adquisición de los nuevos conocimientos y se da cuenta de lo que es capaz de hacer.

Para que haya una buena enseñanza-aprendizaje de la matemática se requiere que el profesor tenga habilidad, creatividad e ingenio. Si no hay una buena preparación del profesor, ninguna metodología será eficaz o el aprendizaje será muy por debajo de lo esperado; si el estudiante no entiende de una manera, el profesor debe de disponer de otras alternativas. Es necesario transmitir seguridad y confianza al estudiante; si el estudiante, de su profesor recibe inseguridad en la enseñanza, casi seguro que se bloqueará su aprendizaje. Es necesario que el profesor provoque y logre que sus alumnos lo admiren, desarrollar su autoestima, alegría por descubrir y construir; todo esto originará una mente receptiva y fértil. Una buena metodología es muy importante para el buen aprendizaje, pero también las buenas actitudes que tenga el estudiante por aprender; la escuela y el profesor podrán contribuir mucho a la formación y desarrollo de éstas.

A criterio del autor del presente documento, el profesor de matemática debe tener un nivel de conocimientos mayor al nivel de estudios en el cual está ejerciendo su práctica docente, pues de esta manera tendrá un panorama muy amplio de lo que está enseñando.

El rechazo a la matemática por parte del estudiante, se inicia en ocasiones dentro de su familia y/o en el aula escolar. El rechazo se inicia en la escuela primaria y continúa en la escuela secundaria, y se agrava en bachillerato.

3. Como se desarrolla el proyecto

Como consecuencia del muy bajo nivel de conocimientos matemáticos de los estudiantes de educación superior; el autor del presente documento, actualmente jubilado como docente en la carrera de Ingeniería Civil en el Instituto Tecnológico de Cd. Victoria Tamaulipas, México; en el año 2002, inició un proyecto educativo con la finalidad de diseñar una metodología de enseñanza aprendizaje de la matemática que facilite y motive su aprendizaje. A continuación se describe lo realizado desde el inicio hasta la fecha de redactar este documento - julio de 2017.

En enero de 2002 se formó un grupo de 15 estudiantes - porque sólo esos se pudieron reunir, de segundo grado de nivel secundaria, con edades de 13 años. Se escogieron estudiantes con calificaciones de alto promedio; este requisito escogido no fue porque sólo ellos podrían aprender lo que se pretendía que aprendieran - todos los estudiantes lo pueden aprender, pero no todos quieren; sino porque este tipo de estudiantes tienen muy buenas actitudes, como: buena disciplina, hábitos de estudio, responsables y junto a ellos hay padres con las mismas características. Los estudiantes que no tuvieran estas actitudes, muy probablemente no habrían querido formar parte del grupo.

Uno de los objetivos de este proyecto era, y sigue siendo que estos estudiantes aprendieran el álgebra, trigonometría, geometría analítica, cálculo diferencial y cálculo integral; todas de nivel bachillerato y las dos últimas agregando algo de matemática 1 y matemática 2 de las carreras de ingeniería. Desde la trigonometría hasta el cálculo integral, a los estudiantes se les enseñó y se les continúa enseñando a resolver algunos problemas aplicados a la ingeniería; lo anterior para que vean la gran utilidad práctica de la matemática.

Se inició con la enseñanza del álgebra; en el transcurso de la enseñanza de ésta, algunos fueron desertando; no porque no pudieran aprender, sino por la excesiva carga académica en sus escuelas. En junio de 2002 se terminó con el álgebra; pero al finalizar ésta, ya sólo quedaban nueve estudiantes.

En agosto de 2002, se continuó con el proyecto, pero ya sólo con 7 estudiantes; mismos que aprendieron, trigonometría, geometría analítica, cálculo diferencial y en junio de 2003 se terminó con el cálculo integral; de este último, por falta de tiempo, sólo un 50% de lo programado. Todo lo anterior lo aprendieron en un año y medio. Al terminar sus estudios de nivel secundaria, en relación a conocimientos de matemática, estos estudiantes estaban en posibilidades de estudiar con éxito cualquier carrera de ingeniería.

A continuación se escriben algunos problemas que los estudiantes, integrantes de los grupos, resuelven en clase:

Algebra

1.- Resuelva cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones y verifique sus resultados:

$$x^2 - xy - 5 = 0 \quad 3x - 2y - 5 = 0 \quad x^2 - 3xy - 2y^2 - 2 = 0 \quad x - y - 2 = 0$$

2.- Realice las operaciones indicadas y exprese el resultado en términos mínimos:

$$\frac{1}{2a^2 + 3a + 1} + \frac{5a}{2a^2 - a - 3} + \frac{a + 2}{4a^2 - 4a - 3} \qquad \frac{1 + \frac{6}{x^2 + 2x - 6}}{1 + \frac{9}{x^2 + 2x - 8}}$$

3.- Resuelva cada una de las ecuaciones siguientes y verifique sus resultados:

$$\sqrt{9 - 2x} - \sqrt{4 - x} = \sqrt{5 - x}$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2x} + 1 = \sqrt{10x + 1}$$

Trigonometría

1.- Un barco navega 15.0 millas en dirección $S 40^{\circ}10' O$ y después 21.0 millas en dirección $N 28^{\circ}20' O$. Encuentre la distancia y la dirección de la última posición con respecto a la primera.

2.- Un piloto vuela desde A 125 km en la dirección $N 38^{\circ}20' W$ y regresa. Por un error el piloto vuela los 125 km de regreso en la dirección $S 51^{\circ}40' E$; ¿a qué distancia quedó de A y en qué dirección debe volar para regresar al punto de partida?.

*****Obvio.**- para que el estudiante resuelva los problemas anteriores, antes el profesor tendrá que enseñar y el estudiante aprender lo que es el *rumbo* y *azimut*.

3.- Sobre un peñasco situado en la orilla del mar, se encuentra un faro de 125 pies de altura. Desde lo alto del faro, el ángulo de depresión a un submarino en la superficie situado en el mar abierto es de $28^{\circ} 40'$ y desde la base del faro el ángulo de depresión al mismo submarino es de $18^{\circ} 20'$. Calcule la distancia horizontal al submarino y la altura del peñasco.

Geometría Analítica

1.- Una circunferencia tiene su centro en el punto $(0, -2)$ y es tangente a la recta $5x + 12y + 2 = 0$. Hallar su ecuación

2.- Una cuerda de la parábola $y^2 - 4x = 0$ es un segmento de la recta $x - 2y + 3 = 0$. Hallar su longitud.

3.- En cada uno de los ejercicios siguientes, hallar las coordenadas de los vértices y focos, las longitudes de los ejes mayor y menor, la excentricidad y la longitud de cada uno de los lados rectos de la elipse correspondiente. Trazar y discutir el lugar geométrico.

$$9x^2 + 4x^2 = 36 \quad 16x^2 + 25y^2 = 400 \quad x^2 + 3y^2 = 6$$

Cálculo diferencial

1.- Hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 = 58$ y que son paralelas a la recta $3x - 7y = 19$

2.- Calcular los puntos máximos y mínimos y de inflexión de las funciones siguientes.

$$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 \quad x^3 - 2x^2 - 15x - 20$$

3.- Hallar el valor de $\frac{dy}{dx}$ para el valor dado de x

$$y = x \ln \sqrt{x+3} \quad x = 6$$

$$y = \frac{\ln^2}{x} \quad x = 4$$

Cálculo Integral

1.- Verificar las integraciones siguientes:

$$\int (\sqrt{a} - \sqrt{x})^2 dx \quad \int \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx \quad \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{9-2x}} \quad \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

2.- Hallar el área de la superficie de la curva dada, el eje de las x, y los valores dados de x

$$y = 4x - x^2 \quad x = 1 \quad x = 3$$

$$y = 2x + \frac{1}{x^2} \quad x = 1 \quad x = 4$$

Se siguió con el proyecto educativo, pero por falta de apoyo institucional, era muy difícil reunir a estudiantes con las actitudes deseadas. Sin embargo, en el transcurso de los años se pudieron formar grupos pequeños de estudiantes de buenas y regulares actitudes; se trabajó con ellos como con el primer grupo de enero de 2002 y se obtuvieron los mismos resultados.

Una ocasión, se formó un grupo con estudiantes que iniciaban su estudio de sexto año de nivel primaria (11 años de edad); el aprendizaje de ellos fue muy lento; en un año y medio aprendieron sólo hasta la geometría analítica.

Algo sobre la metodología de enseñanza aprendizaje:

- La asistencia es voluntaria; pero se les sugiere a los estudiantes no faltar, de preferencia cuando se estudia el álgebra.
- No se impide la entrada al aula cuando llegan tarde, y tampoco se les impide salir temprano cuando lo necesitan; se les recomienda que esto no sea frecuente.
- Por alguna indisciplina (la cual muy pocas veces sucede), nunca se les regaña; sólo se les comunica a sus padres para que hablen con su hijo(a)

- No se encargan tareas para trabajar en casa; sin embargo, se pide a los estudiantes resolver problemas en sus hogares.
- A los estudiantes nunca se les pasa al pizarrón a resolver problemas: todo el trabajo, ellos lo realizan en su mesabanco.
- No se pide sus cuadernos para revisión; solo ocasionalmente se los observa cuando están escribiendo
- Nunca se aplican exámenes.
- En el estudio del álgebra no se permite el uso de la calculadora; ésta la utilizan hasta el estudio de la trigonometría.
- Se trabaja mucho la motivación por aprender, hablándoles de los avances de la ciencia y tecnología. El autor de este documento les platica sobre sus experiencias docentes y profesionales; se les sugiere que vean en internet y TV determinados documentales sobre ciencia y tecnología o biografía de los matemáticos de la antigüedad; también se abordan temas deportivos de ocasión.

Con esta forma de enseñanza aprendizaje, el estudiante aprende de manera relajada y libre de tensiones. Comentan los padres de familia que les agrada mucho la forma en que sus hijos aprenden; que sus hijos van muy contentos cuando los llevan a clase de matemática. Ha habido casos como; algunos padres ven a sus hijos muy cansados después de una larga jornada de trabajo en sus escuelas, les dicen que no vayan a clase de matemática para que descansen y sus hijos se niegan, y asisten a clase. En ocasiones algunos estudiantes llevan a clase de matemática su material para hacer tareas de sus escuelas; resuelven algunos problemas de matemática y su tarea al mismo tiempo; nunca se les prohíbe hacer esto. Gran cantidad de estudiantes han comentado, “*venimos muy cansados a la clase, llegamos aquí y se nos quita el cansancio*”. Caso insólito; una estudiante a quien su familia algunos días no la podían llevar a clase, pagó un taxi para el traslado. En algunas ocasiones, los estudiantes se sorprenden cuando se les dice que terminó el tiempo de clase y se niegan a abandonar el aula. **Motivación pura.**

Sin excepción, a todos los estudiantes se les prohíbe que en sus escuelas se burlen de sus compañeros por no aprender matemática y también no corregir a sus profesores. Muchos

afirman que respetan a sus compañeros y que inclusive los ayudan en su aprendizaje; pero no pueden evitar corregir a sus profesores porque cometen graves errores en su enseñanza.

Para la enseñanza y buen aprendizaje de la matemática es necesario y obligado el uso de libros de texto; sin el libro, no habría buen aprendizaje. Los libros que se utilizan, son:

1. Álgebra Elemental.- Gordon Fuller
2. Trigonometría.- Frank Ayres Jr. y Robert E. Moyer
3. Geometría Analítica.- Charles Lehmann
4. Cálculo Diferencial e Integral.- Granville, Smith, Longley

Además de gran cantidad de problemas escritos, creados por el autor del proyecto y otros inventados en el momento de la clase.

En la Senadora Andrea García García hay mucho entusiasmo por lo que estos estudiantes están aprendiendo. Ella sabe que en esto hay gran futuro.

4. Resultados obtenidos

- En enero de 2002 se formó un grupo de 15 estudiantes - porque sólo esa cantidad se pudo reunir-, de segundo grado de nivel secundaria, con edades de 13 años. Gradualmente algunos alumnos se fueron retirando; en junio de 2003, sólo 7 terminaron (46.6%) el cálculo integral con el 50% de lo programado.
- En agosto de 2004, se formó un grupo de 21 alumnos de sexto grado de primaria (11 años de edad). Hasta diciembre de 2005 sólo 8 alumnos (38%) aprendieron hasta geometría analítica. En enero de 2006 ya no quisieron continuar con el aprendizaje de la matemática.

- En agosto de 2007 se formó un grupo de 14 alumnos de segundo y tercer grado de secundaria, en junio de 2009 sólo 6 alumnos (43%) terminaron con el aprendizaje del cálculo integral.
- Entre los años 2010 y 2013, se estuvo trabajando de manera aislada en la regularización de alumnos de secundaria y bachillerato procedentes de algunos colegios particulares de esta ciudad; esta regularización se realizaba en grupos muy pequeños o personalizada. Sólo a estos estudiantes se les ha cobrado por la asesoría.
- En agosto de 2014 se formó un grupo con 13 alumnos de primero y segundo secundaria; a junio de 2015 sólo quedaban 5 alumnos con conocimientos en geometría analítica, mismos que ya no quisieron continuar.
- En agosto de 2015 se formó un nuevo grupo con 12 alumnos de segundo secundaria. Cuando, con este grupo se inició el estudio de la geometría analítica, a los 5 alumnos mencionados en el párrafo anterior se les invitó a incorporarse y 4 de ellos aceptaron. Al final sólo 8 terminaron con lo programado del cálculo integral.

A los siete estudiantes que terminaron en junio de 2003, se les hizo un seguimiento en sus estudios de bachillerato. Su desempeño en matemática y en todas sus asignaturas en este nivel escolar, fue extraordinario. Caso insólito, algunos de estos alumnos superaban y con mucho a sus profesores de bachillerato; en algunos casos, y a petición de sus compañeros de aula, estos alumnos daban la clase. Todos ellos ahora son excelentes profesionistas; dos de ellos con estudios de postgrado en Egipto y Australia. Una de estas ex alumnas, al mismo tiempo estudió las carreras de Psicología e Ingeniería Industrial.

Lo descrito en el párrafo anterior se ha seguido repitiendo con los demás estudiantes que integraron los grupos de matemática. Y se seguirá repitiendo con los que continúen aprendiendo la matemática con el autor de este proyecto.

Padres de familia de algunos de mis ex alumnos han comentado que, después de aprender la matemática, a sus hijos los ven más maduros, analíticos y reflexivos en la toma de decisiones. Lo anterior, en congresos sobre enseñanza aprendizaje de la matemática, fue comentado a psicólogos educativos y pedagogos cubanos y, su comentario fue: *“eso se debe a la seguridad que les da a esos jóvenes, que a su corta edad, tener acceso a ese conocimiento”*. Hay que investigar esto.

En el aula se ha observado lo siguiente: cuando los estudiantes inician a aprender el álgebra, lo hacen de manera desordenada, así se interpreta en sus cuadernos, dando la impresión que no están aprendiendo; observando como el instructor procede en el pintarrón gradualmente se van ordenando. En el inicio el aprendizaje es muy lento, gradualmente se va haciendo rápido. En el aprendizaje del cálculo diferencial e integral el aprendizaje es acelerado; en esta etapa el estudiante ya ha aprendido a aprender solo.

Desde el día 8 de mayo de este 2017, y con el apoyo de la Senadora de la República Mexicana Andrea García García, se formó un grupo muy heterogéneo de 22 estudiantes de diferente grado escolar, de los niveles primaria y secundaria. Al momento de redactar este documento - octubre de 2017 - sólo quedan 17; por lo observado en clase, el autor del presente cree que sólo 8 o máximo 10 estudiantes terminarán hasta el cálculo integral.

En este mes de octubre de 2017, el Director de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Tamaulipas, México y el autor del presente documento; acordaron conjuntamente, la continuación de la enseñanza aprendizaje de la matemática. Por tal motivo, a partir del mes de enero de 2018 se dará inicio con un grupo de 30 estudiantes de primer grado de secundaria con las características mencionadas en este documento; además se continuará trabajando con el grupo mencionado en el párrafo anterior.

Uno de los objetivos es: que estos estudiantes aprendan hasta el cálculo integral en un tiempo no mayor de 2 años. **Lo van a aprender**; tal vez no todos, pero si la mayoría.

5. Conclusiones y recomendaciones

En grupos con alumnos no controlados se han obtenido excelentes resultados, a pesar de la no sistematicidad en su asistencia y la no realización siempre de las tareas que se les sugiere o recomienda que realicen (nunca se les exige). El no control del grupo se debe a excesivas tareas que les encargan en sus escuelas, lo que origina no resolver problemas en sus casas; inasistencias y retardos de alumnos a la clase de matemática debido a sus compromisos escolares; esto último origina que en ocasiones se suspenda la clase, o varios días estar repitiendo lo mismo a quienes si asisten. Inevitablemente cada dos meses se suspenden las clases durante una semana porque ellos están en sus exámenes bimestrales. Estos pequeños aprenden matemática, sólo por el placer de aprender. Obvio, con grupos controlados y con un fuerte apoyo de las autoridades educativas, el éxito debe ser mucho mayor.

Los niños y adolescentes han demostrado tener una gran capacidad para el aprendizaje de los idiomas e interpretar la lógica de la computadora; también la tienen para el aprendizaje de la matemática. La mejor edad para iniciar aprender la alta matemática, es la de 12 o 13 años, ya que en estos niños y adolescentes su autoestima está intacta; aún no se ha iniciado el rechazo a esta ciencia y su mente es limpia y fértil. No se necesitan grandes capacidades, sólo muy buenas actitudes; buenas actitudes que el profesor y la escuela en muchos casos pueden contribuir a formar y desarrollar en sus estudiantes. Para la realización de esta enseñanza aprendizaje de la matemática, sólo se necesita lo que ya existe en todas las aulas del mundo y mucho amor a la docencia.

En el medio educativo frecuentemente se comenta que, si México está mal en educación es por falta de recursos económicos y para mejorarla es necesaria una fuerte inversión. El autor de este proyecto no está de acuerdo con eso; si, es verdad que se requiere inversión económica, pero ese no es el origen de esa mala educación; sólo falta, y mucha, buena voluntad para mejorarla. Con lo que ya se tiene, se puede mejorar mucho la educación.

Por la experiencia adquirida con estos grupos de estudiantes en matemática y en la práctica docente en la carrera de ingeniería civil, se recomienda una necesaria, urgente y buena

capacitación de los profesores de matemática en todos los niveles educativos; principalmente en educación básica. Es necesario que el profesor tenga muy buena formación matemática.

Comentarios del autor

Es demasiado bajo el nivel de conocimientos matemáticos de los estudiantes. Antes de jubilarme, a mis alumnos de 5º y 9º semestre de la carrera de ingeniería civil, apliqué un examen de matemática de segundo grado de nivel secundaria y, todos lo reprobaron; inclusive, en los primeros semestres de la misma carrera, encontré estudiantes que no sabían las tablas de multiplicar; ¿analfabetas de los números?. Cómo y por qué llegaron hasta este nivel de estudios?. Obvio, tuve demasiados problemas en el aula y eso originó mi jubilación. En México, ninguna autoridad educativa hace algo efectivo para corregir este muy grave y “eterno” problema. Por lo que he escuchado en otros congresos educativos; este problema no es exclusivo de mi país.

Jamás se va a mejorar la educación superior, si antes no se mejora la básica.

Durante todos los años que he estado trabajando en este proyecto con grupos de estudiantes en la enseñanza aprendizaje de la matemática, ha sido gratis; inclusive, es igual ahora con el apoyo de la Senadora Andrea García García; excepto, sólo he cobrado cuando algunos padres de familia me han solicitado que regularice a sus hijos.

“La verdadera esencia del conocimiento está en la aplicación del mismo en cosas concretas”...Aristóteles.

De nada sirve que yo tenga este conocimiento, si nadie se beneficia de él.

6. Referencias Bibliográficas

- Azcoaga, Juan E. Aprendizaje Fisiológico Y Aprendizaje Pedagógico. Ed. Biblioteca Colección Pedagógica No. 6. Rosario, Argentina 1974.
- Baena Paz, Guillermina. Calidad Total En La Educación Superior. Universidad Latinoamericana. Abril 1992.
- Batllori Guerrero Y Acuña Escobar.- Materias Con Alto Índice De Reprobación: Matemáticas. Serie: Sobre La Universidad, No. 13. UNAM. México. 1988.
- Confucio, Kung Fu Tse.- [Http://Www.Frasecelebre.Net/Profesiones/Filosofos/Confucio_2.Html](http://Www.Frasecelebre.Net/Profesiones/Filosofos/Confucio_2.Html)
- Delval, Juan.- Crecer Y Pensar: La Construcción Del Conocimiento En La Escuela. Ed. Laia. Barcelona, 1984.
- Diaz Barriga Y Hernandez Rojas.- Estrategias Docentes Para Un Aprendizaje Significativo. Editorial Mc Graw Hill, México, 1997.
- E. Woolfolk, Anita.- Psicología Educativa (6a. Edición). Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. México, 1995.
- Eusse Zuluaga Ofelia.- Proceso De Construcción Del Conocimiento Y Su Vinculación Con La Formación Docente. Cise Unam. Perfiles Educativos No. 63, 1994
- Kent Serna, Rolling. ¿Cómo Hacen Para Estudiar En Nuestras Universidades?. En Foro Universitario, No. 91, México.
- Libaneo, José Carlos. Tendencias pedagógicas en la práctica escolar. Antología de la ENEP, aragón no. 38, México 1988 (p.p 39-54).

Mendoza Rojas, Javier. La Evaluación Y La Educación Superior. La Metafísica De La Deficiencia. México CISE UNAM 1991.

Seneca, Lucio Anneo.- [Http://Lamuneka-181.Blogspot.Mx/2012/10/Lucio-Anneo-Seneca.Html](http://Lamuneka-181.Blogspot.Mx/2012/10/Lucio-Anneo-Seneca.Html)