

---

## Experiencia docente: actividades de laboratorio para impartir un curso de matemática discreta a través del uso del paquete vilcretas

---

Mag. Enrique Vélchez Quesada  
Universidad Nacional de Costa Rica, Costa Rica  
enrique.vilchez.quesada@una.cr

**Resumen:** durante el I semestre 2017 se realizó una experiencia de implementación de una metodología mixta: tradicional y apoyada con software, a través de la participación de cincuenta alumnos de un curso de matemática discreta que forma parte del plan de estudios de la carrera *Ingeniería en Sistemas de Información* de la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA). El proceso de adopción de software se fundamentó en el uso de un paquete programado por el autor en el año 2016, denominado: *VilCretas*. La herramienta corre utilizando como plataforma el software comercial *Wolfram Mathematica*, proveyendo comandos de uso fácil que integran mecanismos de exploración dinámica y la posibilidad de analizar problemas con un enfoque asistido por computadora. Desde un punto de vista educativo, la transición hacia un ambiente de aprendizaje no tradicional, se plasmó en un planeamiento didáctico permeado por una serie de actividades tipo laboratorio. Dichas actividades fueron evaluadas de manera cualitativa mediante una observación participante. La presente ponencia comparte los laboratorios distribuidos en ocho áreas de contenido y los resultados de su valoración didáctica.

**Palabras clave:** matemática, discreta, *VilCretas*, software, laboratorios.

**Abstract:** during the first semester of 2017 an experience of implementation of a mixed methodology was realized: traditional and supported with software, through the participation of fifty students of a course of discrete mathematics that is part of the curriculum of the *Engineering in Systems of Information* from the National University of Costa Rica (UNA). The software adoption process was based on the use of a package programmed by the author in 2016, named: *VilCretas*. The tool runs using *Wolfram Mathematica* commercial software as a platform, providing easy-to-use commands that integrate dynamic scanning mechanisms and the possibility of analyzing problems with a computer-aided approach. From an educational point of view, the transition to a non-traditional learning environment was reflected in a didactic planning permeated by a series of laboratory-type activities. These activities were evaluated qualitatively through participant observation. The present paper shares the laboratories distributed in eight content areas and the results of their didactic assessment.

**Keywords:** mathematics, discrete, *VilCretas*, software, laboratories.

## 1. Introducción

En el año 2016 dio inicio un proyecto de investigación en docencia adscrito a la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica, titulado: “*VilCretas* un recurso didáctico a través del uso del software *Mathematica* para el curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*”. El objetivo principal de este proyecto se circunscribió en el diseño y desarrollo de un paquete de software con fines educativos para impartir la materia *EIF-203*. El curso anteriormente citado, comprende un conjunto de ejes temáticos de matemática discreta, a saber: recursividad, relaciones de recurrencia, análisis de algoritmos, relaciones binarias, grafos, árboles, máquinas y autómatas y, lenguajes y gramáticas.

El paquete *VilCretas* se finalizó, al término del año 2016, con miras a ser empleado durante el I semestre 2017, mediante la participación de dos grupos piloto. Cada grupo estuvo constituido por veinticinco estudiantes, los cuáles recibieron el curso *EIF-203* con una metodología mixta: tradicional y con el apoyo del software *Wolfram Mathematica*. El docente de ambos cursos lo constituyó el autor de esta propuesta, introduciendo a los alumnos en las dos sesiones de trabajo semanales, hacia el uso procedimental y de investigación del paquete *VilCretas*. Las clases fueron impartidas en su totalidad en un laboratorio de informática, y una de las lecciones correspondientes a cada uno de los ocho grandes temas de interés, se caracterizó por utilizar una guía de laboratorio prediseñada. Los laboratorios tuvieron primordialmente dos intencionalidades: crear espacios de aprendizaje mediante un razonamiento exploratorio o por descubrimiento y dotar a la población estudiantil de un ambiente adecuado para alcanzar un mayor nivel de profundización.

La experiencia docente fue evaluada a través una metodología de naturaleza cualitativa, con el propósito de determinar el impacto positivo o negativo de las actividades tipo laboratorio en el aprendizaje de los estudiantes y simultáneamente, encontrar fortalezas y debilidades del paquete *VilCretas* como una herramienta de software para la enseñanza de la matemática discreta. Se presentan aquí los principales resultados obtenidos de una observación participante.

## 2. Enseñanza y aprendizaje de la matemática

La matemática desde hace muchas décadas parece no poder superar los estigmas que la colocan como una presea inalcanzable o especialmente afín a individuos con una capacidad sobre natural. Quien es muy bueno en matemática con frecuencia es catalogado socialmente como alguien inteligente y diferenciado. La enseñanza de esta disciplina tiene una gran responsabilidad a este respecto. Los profesores de matemática en ocasiones, actuamos otorgando la recompensa del reconocimiento académico, a los alumnos que ofrecen una mejor respuesta ante la escolaridad (Meyer, 2010). Sin embargo, tal pretensión didácticamente implícita, asume un sacrificio ocultista, de una gran mayoría de estudiantes, quienes por distintas razones no se consumen con ahínco y automotivación en el estudio de la matemática. Son los denominados por Allen (2000) “anuméricos”, personas que muestran un gran desinterés por los fundamentos y aplicaciones de los números y la probabilidad en la vida cotidiana.

Es contradictorio observar cómo el mundo contemporáneo depende constantemente de los saberes matemáticos. En su ausencia, sería imposible el manejo de las economías, la globalización de las comunicaciones, el tratamiento de los fenómenos atmosféricos, la optimización de los recursos y en general en muchos contextos, la toma de decisiones sistematizadas. Pese a ello, en los sistemas educativos impera una matemática de naturaleza algorítmica, dejando de lado la tendencia hacia la curiosidad y el descubrimiento, propiedades intrínsecas de la creatividad humana (Robinson, 2012). Alzate, Montes y Escobar (2013) denominan a este tipo de capacidades “*heurísticas*”, la heurística: “*es un rasgo característico de los humanos, donde el punto de vista puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente*” (p. 2).

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática no debería, por consiguiente, apartarse de la fantástica idea de procurar la búsqueda exploratoria, la clasificación, la toma de mediciones, la comparación de resultados y el análisis de errores por mencionar algunos factores, como puntos de desequilibrio cognitivo que registren una mayor comprensión y utilidad de los

conceptos matemáticos. No obstante, ¿cómo lograrlo? La computación y el uso de software tienen mucho que aportar, en este sentido. Wolfram (2010) señala el problema de la educación matemática al contemplar los ordenadores como mecanismos que degradan su quehacer, ¿se reduce conceptualmente?, o ¿tenemos en las instituciones de enseñanza problemas reducidos? Poveda y Murillo (2003) reafirman la importancia del uso de las tecnologías, refiriéndose al entorno costarricense:

Nuestro sistema educativo no puede ser el mismo. Nuestros jóvenes necesitan herramientas diferentes para desenvolverse de la mejor manera en un medio globalizado. Todos los sectores del medio educativo (estudiantes, padres de familia, profesores, instituciones y el Ministerio de Educación Pública) deben de tomar conciencia del cambio (p. 132).

El autor de este trabajo parte de una consigna inclusiva, donde el despido académico (Pascua-Cantarero, 2016) provocado muchas veces por un excesivo rigor que conduce a la incapacidad, sea sustituido a través de una reinterpretación sobre la noción de ciencia: ya no es necesario resolver todo a mano, ya no es tan importante demostrar el conocimiento de manera memorística, o tener notables habilidades de cálculo mental, la clave reside en crear ciudadanos en una era informatizada, que sepan aprovechar los recursos computacionales para su propio beneficio y el de la sociedad. Por ello, la visión de una enseñanza y aprendizaje de la matemática asistida por computadora es consistente con la idea de poder atraer mayor cantidad de alumnos a sentir, aplicar y valorar el conocimiento matemático como un motor que permute hacia mejores condiciones intelectuales y sociales.

### **3. Lecciones tipo laboratorio**

Las lecciones tipo laboratorio conforman una metodología para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, con la intención didáctica de proveer un ambiente donde: “*el estudiante anticipe, intuya, verifique y compruebe hipótesis*” (Ramírez, 2013, p. 364). Un laboratorio se entiende como un espacio físico donde el alumno tiene a su alcance recursos didácticos tangibles y virtuales. En el contexto del presente trabajo, se interpreta como un espacio

constituido por computadoras y software, aunque no necesariamente la metodología implique su uso exclusivo.

Las lecciones tipo laboratorio plasman en su quehacer educativo la necesidad de trasladar al estudiante a un ámbito de aplicación del conocimiento teórico recibido, o bien, a su análisis de manera constructiva. Desde este punto de vista, la experimentación cobra un plano medular, como requisito de un aprendizaje por descubrimiento (Gil y Guzmán, 1993). En la actualidad existe un vasto consenso en la comunidad de educadores matemáticos, sobre la importancia de sobreponer la comprensión de conceptos y propiedades a la ejecución de rutinas o algoritmos. Se hace cada vez más evidente una transformación inevitable que se amplíe hacia aprendizajes más activos. Godino, Batanero y Font (2003) así lo exponen:

Es importante proponerles (a los alumnos) situaciones en las que tengan un papel activo, es decir, plantearles algo que tengan que hacer, ..., que tengan una implicación personal en la propuesta, ya sea porque corresponda a alguna situación de la vida diaria o a algunas de sus aficiones; aunque esto último no siempre resulta fácil, cuando se consigue, el interés y la significatividad de la propuesta aumentan notablemente y se obtienen mejores resultados (p. 125).

La metodología por laboratorio puede contribuir a este respecto, con el abordaje de problemas vinculados a situaciones cotidianas, o intereses cognitivos de los estudiantes, dotándoles de herramientas tecnológicas como elementos generadores de actividad mental cuyo objetivo reside en la construcción y sistematización del pensamiento matemático (Arce, s.a.). Esta premisa dio cabida al diseño de un planeamiento didáctico con actividades de mediación tipo laboratorio para el curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*, aplicadas durante el I ciclo lectivo 2017. Las secciones que prosiguen se abocan a explicar los antecedentes y resultados obtenidos.

#### 4. Antecedentes de esta experiencia docente

En el año 2016 se programó por parte del autor de esta propuesta un paquete de software denominado *VilCretas*. *VilCretas* da respuesta a una serie de necesidades didácticas sentidas por algunos de los profesores de la cátedra del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*, con la intención de estructurar una metodología asistida por computadora basada en el uso del software comercial *Mathematica*. La materia *EIF-203* forma parte del plan de estudios de la carrera *Ingeniería en Sistemas de Información* de la Universidad Nacional de Costa Rica. El paquete permite desarrollar desde un punto de vista educativo, temas vinculados con matemática discreta, integrando doscientas treinta funciones relacionadas con las áreas de: recursividad, relaciones de recurrencia, análisis de algoritmos, relaciones binarias, teoría de grafos, teoría de árboles, máquinas y autómatas de estado finito y, gramáticas y lenguajes. Desde un punto de vista didáctico, *VilCretas* puede ser empleado como una herramienta de verificación de resultados, o bien, como un medio para profundizar el ambiente de programación del software *Mathematica* (Vílchez, 2016).

Durante el I ciclo lectivo del año 2017, se elaboró un planeamiento didáctico con el principal objetivo de utilizar el paquete *VilCretas* como un recurso de apoyo para impartir la materia *EIF-203* con una metodología mixta (tradicional y asistida por computadora) en dos grupos piloto, constituidos cada uno por veinticinco estudiantes. El resultado de este diseño, se caracterizó por la inclusión de ocho actividades tipo laboratorio con la ambiciosa idea de proponer un ambiente de aprendizaje innovador a los alumnos participantes, en dos sentidos: formular situaciones problemáticas por descubrimiento a través de consignas de trabajo de naturaleza exploratoria y por otro lado, facilitar experiencias de resolución que se sumaran a una mejor comprensión de los temas tratados, permitiendo repasar algunos de los contenidos y sobre todo, reformular los esquemas de pensamiento empleados por la población estudiantil.

Los materiales didácticos de estas actividades se basaron en el uso del paquete *VilCretas* y del aula virtual institucional, para registrar las respuestas e interpretaciones de forma individual de cada uno de los alumnos. La evaluación fue formativa con un enfoque

cuantitativo, cada laboratorio tuvo un valor de un 1% sobre la nota final del curso, y los criterios empleados en sus valoraciones se fundamentaron en: cumplimiento completo (1%), cumplimiento parcial (0.5%) y sin cumplimiento (0%). Finalmente, con el propósito de garantizar un compromiso serio en el desarrollo de los laboratorios, se incluyó con previo aviso a los participantes de esta experiencia didáctica, una pregunta vinculante en los tres exámenes parciales aplicados durante el I semestre 2017.

## 5. Actividades tipo laboratorio propuestas

Se comparten en esta sección las ocho actividades tipo laboratorio creadas dentro del marco de acción del planeamiento didáctico ideado sobre los principales ejes de contenido del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*.

### 5.1. Laboratorio #1

**Objetivo:** reconocer las características principales de un programa recursivo.

**Contenido:** recursividad.

**Plan de acción didáctico:**

**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** discusión guiada.

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

**Actividades de mediación:**

1. Explore el código de programación de la función “Factoriales”.

#### ? Factoriales

Calcula de forma recursiva el factorial de un número natural o cero. Presenta dos opciones: "code" y "steps", code con un valor lógico "True" muestra el código de la función recursiva que realiza el cálculo y steps arroja paso a paso las iteraciones que recorre la recursividad. Sintaxis: Factoriales[n], o bien, Factoriales[n, code->Valor, steps->Valor].

2. Analice la función.
3. Muestre paso a paso el cálculo del factorial en un argumento de su preferencia.
4. Observe con detenimiento el recorrido necesario para el cálculo anterior.
5. ¿Qué es lo que hace la función “Factoriales” para encontrar el resultado? Describa su interpretación.
6. Resuelva lo descrito en los pasos anteriores para los comandos de *VilCretas*: “NFibonacci”, “Dato”, “SumaDigi” y “MCD”.
7. ¿Cuáles características podría deducir que tiene cualquier programa recursivo?

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.

**Anotaciones:** el profesor brindará un espacio a los alumnos para explorar las instrucciones de *VilCretas* descritas en las actividades de mediación, posteriormente mediante una discusión guiada procurará una construcción colectiva de las dos características principales de toda recursividad: su definición base y las condiciones iniciales.

## 5.2. Laboratorio #2

**Objetivo:** construir el método de resolución por ecuación característica de una relación de recurrencia homogénea lineal con coeficientes constantes.

**Contenido:** relaciones de recurrencia.

**Plan de acción didáctico:**

**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** tormenta de ideas con el enfoque de aprendizaje invertido.

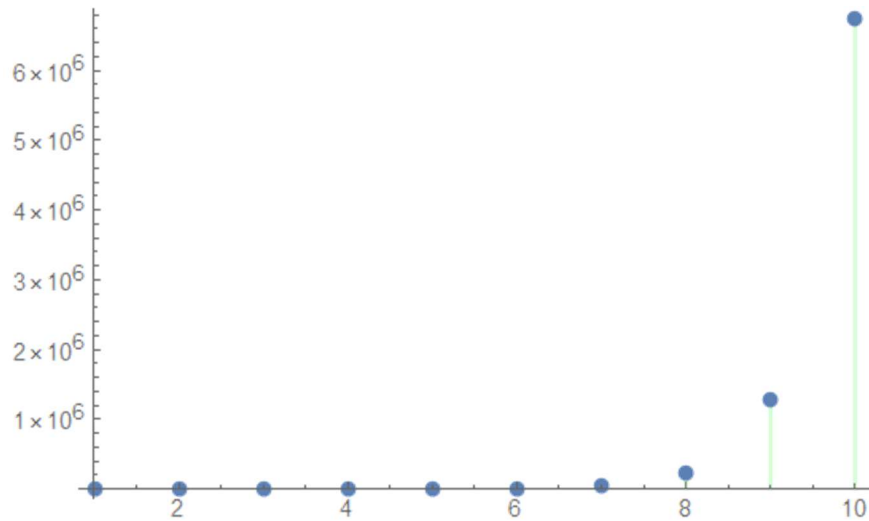
**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.



**Actividades de mediación:**

1. Estudie de manera grupal (a lo sumo tres personas) el teorema de resolución de relaciones de recurrencia homogéneas lineales de orden dos.
2. Analice los siguientes ejemplos aplicando el teorema del punto 1:
  - a.  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ,  $a_1 = 1$  y  $a_2 = 1$
  - b.  $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ ,  $a_1 = 4$  y  $a_2 = -3$
3. ¿Cómo se podrían extender las ideas a una relación de recurrencia homogénea lineal con coeficientes constantes de orden tres? Considere todos los casos y explique con sus propias palabras. Emplee el comando “MetodoRRHL” de *VilCretas* para ello. Al menos invente dos ejemplos para verificar sus hipótesis. Describa sus conclusiones.
4. Reafirme lo deducido en el punto anterior, utilizando la instrucción “MetodoRRHL” sobre:
  - a.  $a_n = 10a_{n-1} - 29a_{n-2} + 20a_{n-3}$ ,  $a_1 = 4$ ,  $a_2 = -3$  y  $a_3 = 1$
  - b.  $a_n = 12a_{n-1} - 48a_{n-2} + 64a_{n-3}$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = 1$  y  $a_4 = 6$
5. Enuncie un teorema que formalmente exponga el método de resolución de una relación de recurrencia homogénea lineal con coeficientes constantes de orden cuatro.

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.



**Anotaciones:** el docente brindará un tiempo prudencial al alumno para el estudio grupal de las relaciones de recurrencia de orden dos. Posteriormente, mediante una lluvia de ideas se establecerán conclusiones al respecto. De forma adicional, los estudiantes intentarán generalizar las soluciones a una relación de orden tres. Mediante otra lluvia de ideas se establecerán las inferencias correspondientes para relaciones de orden tres y cuatro.

### 5.3. Laboratorio #3

**Objetivo:** comparar la eficiencia de distintos algoritmos que resuelven el mismo problema, utilizando para ello un enfoque experimental y la notación asintótica “O” grande.

**Contenido:** análisis de algoritmos.

**Plan de acción didáctico:**

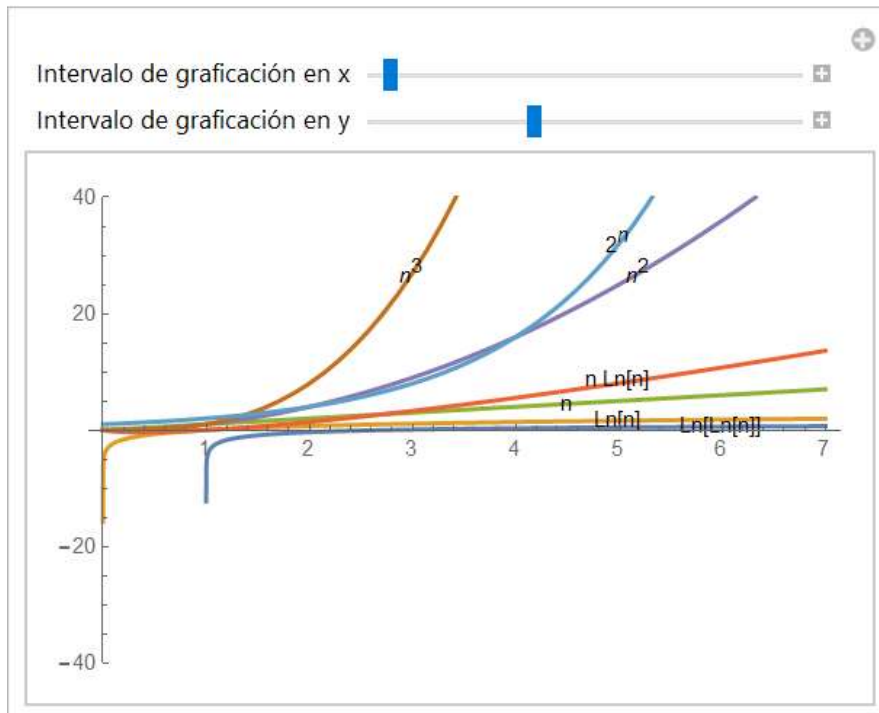
**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** trabajo colaborativo.

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

### Actividades de mediación:

1. En grupos de a lo sumo tres personas, construya dos programas en el software *Mathematica* que resuelvan la sumatoria:  $\text{Sum}[(j - 3) 7^j, \{j, 2, n - 2\}]$ .
2. Verifique que ambos solucionan la suma indicada. Se sugiere el empleo del comando “Table”.
3. Determine mediante el uso de la instrucción “PruebaADA2” del paquete *VilCretas*, ¿cuál es más eficiente? Realice varios experimentos antes de llegar a alguna conclusión. Explique el ¿por qué? de sus afirmaciones.
4. Encuentre si es posible, una notación asintótica “O” grande para ambos algoritmos. Puede recurrir a los comandos “RR” y “CompLimit”.
5. De acuerdo con las notaciones halladas, ¿cuál es más eficiente y por qué?
6. Mediante un procedimiento similar, analice la complejidad de los algoritmos de ordenación: “Insercion”, “Selecccion” y “Burbuja” ya integrados en *VilCretas*.

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.



**Anotaciones:** el profesor guiará el proceso colaborativo, en sus dos grandes etapas: el análisis de los algoritmos de la sumatoria y la complejidad de los métodos de ordenación. Al finalizar cada análisis los subgrupos compartirán con sus pares, las conclusiones al respecto. En la actividad vinculada con los algoritmos de ordenación es importante recalcar al alumno, el riesgo de un procedimiento experimental, pudiendo ocasionalmente mostrar resultados no tan confiables.

#### 5.4. Laboratorio #4

**Objetivo:** aplicar el concepto de relación binaria para encontrar los elementos que la constituyen y sus tipos de representación.

**Contenido:** relaciones binarias.

**Plan de acción didáctico:**

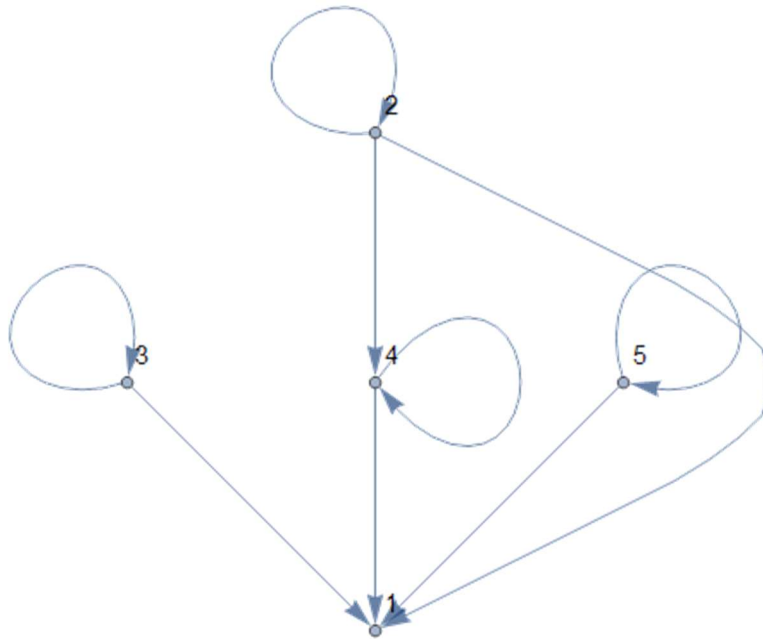
**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** resolución de problemas.

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

**Actividades de mediación:**

1. Encuentre los elementos de la relación binaria  $R: aRb$  sí y solo sí  $a$  y  $b$  son números palíndromos, con  $a, b$  que pertenecen al conjunto  $A=\{11, 13, 17, 19, 21, 22, 23, 29, 32, 51, 72, 83, 89, 97, 113, 121, 127, 222, 312, 723\}$ . Recorra al uso de las instrucciones “PalindromeQ” y “RelBin”.
2. Represente la relación anterior mediante una matriz y un grafo a través del software *Mathematica*. Los puntos aislados en el grafo: ¿qué característica poseen?
3. ¿Cuál operación de relaciones derivaría como resultado, otra que no contenga ninguno de los pares de  $R$ ?, encuéntrela.

4. Considere la relación  $R: aRb$  sí y solo sí el mínimo común múltiplo entre  $a$  y  $b$  es igual a 300, sobre  $A=\{1,3,5,\dots,99\}$  y  $B=\{2,4,6,\dots,100\}$ . Halle explícitamente sus pares ordenados. Conjeture con el empleo de software: ¿cuál es el valor máximo del mínimo común múltiplo para que la relación  $R$  sea distinta de vacío?, explique. Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.



**Anotaciones:** el docente propondrá al estudiante las actividades sin ningún tipo de introducción, procurando atender de manera guiada las consultas. Al finalizar el tiempo disponible se consultará a los alumnos sus respuestas y el razonamiento utilizado.

### 5.5. Laboratorio #5

**Objetivo:** emplear conceptos, propiedades y algoritmos de grafos para obtener información real de un país.

**Contenido:** teoría de grafos.

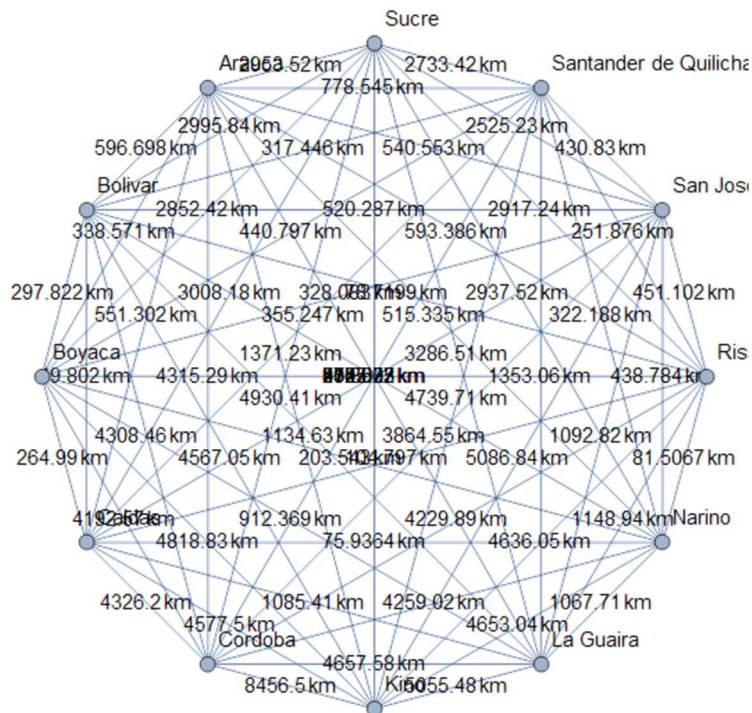
**Plan de acción didáctico:**

**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** resolución de problemas.

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

**Actividades de mediación:**

1. Considerando el país “Colombia”, construya un grafo con cada una de sus principales ciudades. Se sugiere recurrir al comando “GrafoCountryRegions” (si tarda mucho en ejecutar, abrir el archivo: “Actividad de grafos.nb”).



2. ¿Qué tipo de grafo es el anterior?, ¿posee circuitos de *Euler*?, ¿posee circuitos de *Hamilton*?, justifique.
3. Resuelva mediante el software *Mathematica* el problema del “agente viajero”. Muestre una ruta.

4. Aplique el algoritmo de *Dijkstra* sobre el grafo de regiones de “Colombia”, para encontrar la longitud del camino **más largo** de “Antioquia” a “Narino”.
5. Genere una animación con una ruta más larga. Use para ello la instrucción “AnimarGrafo”.

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.

**Anotaciones:** el profesor servirá de guía en la resolución de cada una de las situaciones de aprendizaje planteadas al estudiante. Al finalizar se realizará una retroalimentación colectiva.

## 5.6. Laboratorio #6

**Objetivo:** analizar las bondades y limitaciones de los algoritmos buscar primero a lo ancho y a lo largo.

**Contenido:** teoría de árboles.

**Plan de acción didáctico:**

**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** corrillo (los alumnos se dividen en pequeños grupos, cada grupo nombra un coordinador que debe mantener activa la discusión y nombra un secretario que registrará las principales ideas, los grupos comienzan la discusión, una vez transcurrido el tiempo disponible, se exponen las conclusiones).

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

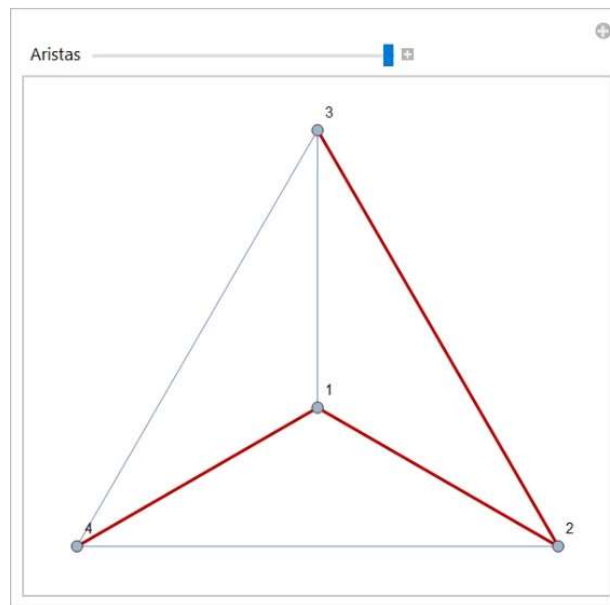
**Actividades de mediación:**

1. Juan al estudiar el algoritmo “buscar primero a lo ancho” enuncia la siguiente proposición: *Si  $G$  es un grafo conexo y  $T$  un árbol de expansión sobre  $G$ , éste se puede obtener mediante algún orden para sus vértices utilizando el algoritmo*

*buscar primero a lo ancho*. ¿El enunciado de Juan es verdadero? Emplee el paquete *VilCretas* para realizar observaciones y experimentos. Explique.

2. El enunciado anterior con respecto al “algoritmo buscar primero a lo largo” ¿es verdadero?, justifique a través del uso de software.
3. Mencione analizando la utilidad de los procedimientos “buscar primero a lo ancho” y “buscar primero a lo largo”, al menos dos aplicaciones que se podrían dar a los algoritmos citados.

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.



**Anotaciones:** el docente brindará un monitoreo constante a la labor realizada por cada subgrupo durante la sesión de trabajo.

### 5.7. Laboratorio #7

**Objetivo:** descubrir el funcionamiento de una máquina de estado finito para sumar dos números binarios.

**Contenido:** máquinas y autómatas de estado finito.



**Plan de acción didáctico:**

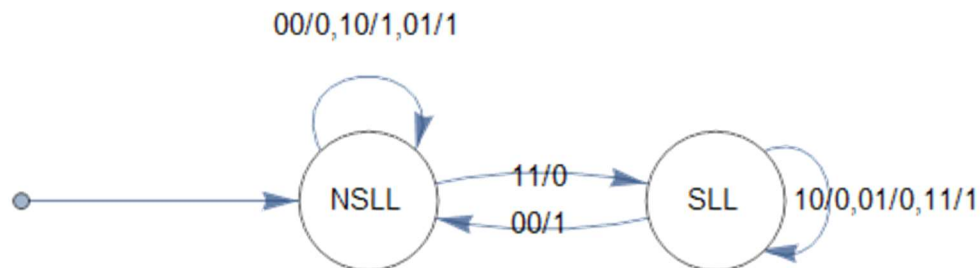
**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** por descubrimiento.

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

**Actividades de mediación:**

1. Investigue cómo se suman dos números binarios. Describa el algoritmo que se emplea.
2. Observe la máquina de estado finito que se obtiene al correr: “MaquinaSumadoraBinarios[]”.
3. La máquina mostrada en *Mathematica* permite sumar dos números binarios. Analice el ¿por qué? de los símbolos de entrada y de salida, además de la dirección de cada una de las aristas en el diagrama de transición. Explique.
4. Sume con la máquina sumadora de binarios: 100101 y 11110. Describa paso a paso el procedimiento llevado a cabo por la máquina. Resuelva al menos un ejemplo seleccionado de forma personal.
5. La máquina de este ejercicio ¿es un autómata de estado finito?, ¿por qué?

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.



**Anotaciones:** el rol del profesor asumirá una postura orientativa y de seguimiento. Como cierre se mostrará al alumno una posible solución a cada una de las actividades de mediación.

## 5.8. Laboratorio #8

**Objetivo:** construir una gramática regular con un lenguaje específico a través del uso de software.

**Contenido:** lenguajes y gramáticas.

**Plan de acción didáctico:**

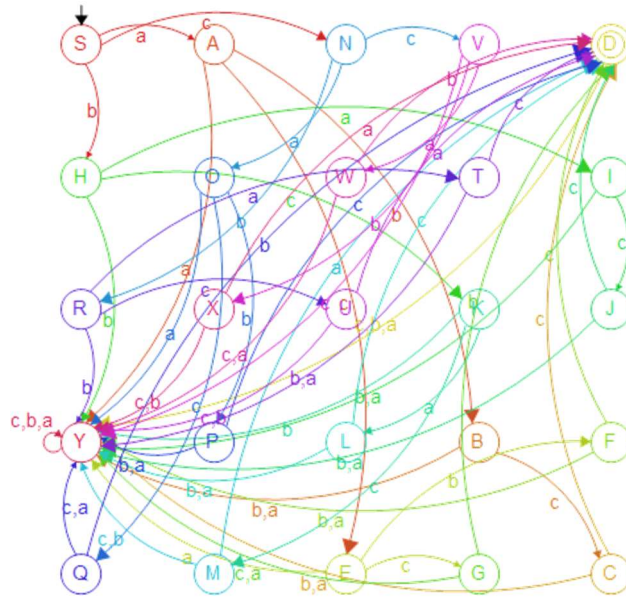
**Estrategia de enseñanza y aprendizaje:** trabajo individual.

**Instrucciones:** responda en forma clara y ordenada a cada una de las preguntas que se le plantean. Para ello utilice el paquete de software *VilCretas* ejecutando las actividades de mediación a continuación descritas.

**Actividades de mediación:**

1. Construya mediante el uso de software, una gramática regular  $G$  que posea el siguiente lenguaje:  $L(G)=\{\text{hileras con exactamente una "a", una "b" y dos "c"}\}$ . Brinde en detalle sus cuatro componentes. Indague en *VilCretas* los comandos más apropiados para dar respuesta al enunciado.
2. Verifique que el lenguaje de la gramática  $G$  corresponde al conjunto  $L(G)$ . Explique la lógica utilizada y los resultados.
3. ¿Por qué la gramática  $G$  retornada por *Mathematica* es regular?
4. ¿Cómo se obtuvieron las cuatro componentes de  $G$ ? Brinde una descripción del algoritmo aplicado.

Adjunte el archivo *.nb* de *Mathematica* necesario para el desarrollo de sus respuestas.



**Anotaciones:** la estrategia de enseñanza y aprendizaje es de naturaleza individual con el objetivo de evaluar finalizando el ciclo lectivo, las habilidades y destrezas del estudiante en cuanto al uso del paquete *VilCretas* y al software *Wolfram Mathematica*. El profesor ofrecerá aportes en cuanto a las consultas particulares que emerjan durante el proceso.

## 6. Análisis de las actividades: enfoque cualitativo

Las ocho actividades tipo laboratorio compartidas en la sección anterior, se valoraron desde un punto de vista didáctico a través de una observación participante utilizando una bitácora de campo como la mostrada a continuación:

**BITÁCORA DE CAMPO No.** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Hora:** \_\_\_\_\_

**Lugar:** Heredia, Lagunilla, Escuela de Informática, Lab. 1006, Campus Benjamín Núñez

**Tema:** \_\_\_\_\_

**Propósito:** identificar fortalezas y debilidades de la estrategia de enseñanza y aprendizaje empleada y del paquete *VilCretas*.

Aspectos a considerar en la observación participante	<i>Comportamiento de los estudiantes</i>	<i>Interpretación</i>
<i>Nivel de satisfacción en la población participante</i>		
<i>Fortalezas y debilidades de la estrategia de enseñanza y aprendizaje</i>		
<i>Fortalezas y debilidades del paquete VilCretas sobre el tema abordado</i>		

Además de ello, se realizó en el aula virtual institucional un sondeo general de opinión por laboratorio, con la siguiente consigna: “Describa algunas fortalezas y/o debilidades en términos de su experiencia como estudiante, en la actividad del tema ¿Contribuyó con su aprendizaje: mejoró la comprensión de la materia, logró profundizar, se ajustó a sus propias necesidades, el tiempo le pareció suficiente, le agradó en general el laboratorio su metodología y contenido, le agradó el uso del software *Mathematica*?, explique ¿Cómo se mejoraría la actividad para una futura versión del curso? Cualquier otro aspecto que considere relevante puede mencionarlo en este espacio”.

Lo observado en cada una de las sesiones y las opiniones suministradas por los estudiantes, se clasificaron en categorías, destacando aspectos positivos y posibilidades de mejora. Se consideró válida una categoría bajo el criterio de obtener una respuesta común en al menos

treinta y cinco (70%) de los cincuenta alumnos participantes. La siguiente tabla resume los principales resultados:

<b>Aspectos positivos</b>	<b>Posibilidades de mejora</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La dinámica de trabajo fue agradable al permitir usar software y producir soluciones de manera colaborativa.</li> <li>▪ El uso de software resultó de mucha utilidad en la resolución de los problemas de manera directa e indirecta.</li> <li>▪ Las actividades contribuyeron en la profundización de los temas (destrezas, conceptos, análisis de propiedades) y en su repaso para efectos de las evaluaciones escritas.</li> <li>▪ Algunas actividades mejoraron la identificación de errores de procedimiento o conceptuales.</li> <li>▪ Es una forma de aprendizaje que mejora la motivación hacia la materia. Las actividades en general resultaron divertidas y creativas.</li> <li>▪ Los laboratorios ayudaron a repasar desde un punto de vista tecnológico, el uso de comandos y su aplicación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Algunas de las actividades propuestas resultaron muy ambiciosas en sus consignas, por lo que el tiempo resultó insuficiente en clase.</li> <li>▪ Podría contribuir con la comprensión de las actividades, proponer al estudiante ejemplos similares.</li> <li>▪ Se requiere solicitar a los alumnos un repaso previo para mejorar el desempeño en la resolución de los laboratorios.</li> <li>▪ En ciertas actividades se incluyeron preguntas que dependen de otras, lo cual resultó perjudicial.</li> <li>▪ Resulta esencial que el profesor aclare dudas durante la realización de los laboratorios.</li> </ul>

<p>en la resolución de problemas utilizando el software <i>Mathematica</i>.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Los laboratorios obligaron al estudiante a mantener la materia al día y ser más exigentes en su desempeño académico.</li></ul>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

## 7. Conclusiones y recomendaciones

Las actividades tipo laboratorio implementadas durante el I ciclo 2017 a dos grupos piloto del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*, fueron valoradas de una manera muy positiva, destacándose los siguientes aspectos:

- Facilitaron un ambiente de aprendizaje distinto que fomentó el trabajo colaborativo.
- Proveyeron el abordaje de problemas más interesantes apoyados en el uso de software.
- Dieron cabida a una mayor motivación hacia este tipo de contenidos, muchas veces catalogados como abstractos.
- Fortalecieron una actitud adecuada respecto a los hábitos de estudio y la resolución de ejercicios más demandantes, contribuyendo con ello a la profundización y un repaso constante de la materia.

También es importante señalar, las dos objeciones más notables, identificadas en las actividades propuestas, las cuales se circunscriben en función del tiempo de clase disponible y la resistencia que ocasionalmente los alumnos manifiestan, al enfrentarse a situaciones problemáticas donde se les exige más allá de una aplicación memorística de rutinas o algoritmos. Pese a ello, las ventajas anteriormente apuntadas, reflejan el valor que provee el atrevimiento del cambio, cuando existe un auténtico interés por mejorar la práctica docente.

## 8. Referencias bibliográficas

Allen, J. (2000). El hombre anumérico. España: Tusquets.

Alzate, E., Montes, J. y Escobar, R. (2013). Diseño de actividades mediante la metodología ABP para la Enseñanza de la Matemática. *Scientia Et Technica*, 18(3), 542-547.

Arce, J. (s.a.). Laboratorio de matemáticas. Colombia: Universidad del Valle. Recuperado de: [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articulos-113522\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articulos-113522_archivo.pdf)

Gil, D. y Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática Tendencias e Innovaciones*. Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado de: [www.oei.es/historico/oeivirt/ciencias.pdf](http://www.oei.es/historico/oeivirt/ciencias.pdf)

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. España: Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros>

Meyer, D. [TED] (2010, mayo 13). Math class needs a makeover [Video file]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=60OVlFAUPJg>

Pascua-Cantarero, P. M. (enero-abril, 2016). Factores relacionados con la deserción en el primer y segundo año de estudio en la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica. *Revista Electrónica Educare*, 20(1), 1-23. doi: <http://dx.doi.org/10.15359/ree.20-1.5>

Poveda, R. y Murillo, M. (2003). Las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Revista Uniciencia*, 20(1), 125-133.

Ramírez, M. (2013). El laboratorio de matemáticas y la Metodología Estudio de Clase MEC. *Revista ALETHEIA*, 5(2), 362-369.

Robinson, K. (2012). *Busca tu elemento*. USA: Empresa Activa.

Vilchez, E. (2016). *VilCretas* package: educational resource through the use of *Mathematica* software in the field of discrete mathematics. En *Wolfram Technology Conference 2016*. USA: Champaign, Illinois.

Wolfram, C. [TED] (2010, noviembre 15). Teaching kids real math with computers [Video file]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=60OVlfAUPJg>