

UTILIZANDO FRAÇÕES DA MÚSICA À MATEMÁTICA

Ana Paula de Sousa Oliveira - Claudia Georgia Sabba
anap.slp@hotmail.com - cgsabba@gmail.com
Universidade Nove de Julho – Brasil

Tema: Materiais e Recursos Didáticos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática
Modalidade: CB
Nível: Médio (11 a 17 anos)
Palavras-chave: Matemática, música, cultura, fração.

Resumo

Na antiguidade matemáticos utilizavam razões, médias harmônicas e aritméticas para construir escalas musicais. Nos dias atuais, qualquer pessoa que estudar a teoria musical notará facilmente que há uma grande relação entre a música e a matemática, pois é necessário ter o conhecimento de frações até mesmo para solfejar. Neste sentido, buscaremos mostrar as relações existentes entre o solfejo – as notas, os compassos – e o estudo de frações, para isso iremos desenvolver este conceito matemático visto pelo olhar da música. Partindo da música, explicaremos as notas musicais e as oitavas, seus tempos e relação entre as mesmas, o que são e como são divididos os compassos e o que compõe cada parte do pentagrama. Após isto utilizaremos as batidas compassadas, em um primeiro momento, os alunos aprenderão as batidas e os tempos musicais, após a familiarização com estas batidas, proporemos que, em grupo, os alunos subdividam as batidas em compassos utilizando os conceitos apreendidos no início. É de suma importância explicitar as relações entre a música e a matemática, a fim de reencantar a matemática pelos apelos e evoluções da música, não apenas por ser agradável, mas pela necessidade de apreender matemática de modo mais significativo.

Introdução

A música sempre encantou o ser humano e os animais e continuará a encantar com sua beleza e harmonia. As invenções revolucionárias influenciaram o conhecimento e a história da humanidade, além do avanço tecnológico transformando-os definitivamente. Mesmo em obras não figurativas, podemos notar a beleza das formas por meio das ‘proporções perfeitas’, para as quais Leonardo Da Vinci (Vinci *apud* Ostrower, 1998, p. 230) chamava nossa atenção: “estas proporções se produzem em situações harmoniosas, tocando a vista como um acorde de música toca ao ouvido”. Dessa maneira, o belo não decorre apenas das cores e das sensações, mas também das relações matemáticas como proporções, simetrias e seção áurea para garantir formas harmônicas, bem como a ideia de admiração e deleite causada pela experiência estética pela qual passamos ao nos encantarmos com uma obra de arte, uma fotografia, uma poesia, uma música. Antigamente, alguns pesquisadores da música eram matemáticos, Pitágoras foi um dos que mais se destacou nessa pesquisa. Hoje, isso não é requisito, isto é, não é preciso ser

um matemático para entender as consequências e interferências desse conhecimento em nossa sociedade, assim como nas diversas outras sociedades que nos antecederam.

Considerando que matemáticos ilustres contribuíram para o desenvolvimento de muitos instrumentos musicais, como podemos ver no livro de ^o (2006) o exemplo de Mersenne, que pesquisou a composição de instrumentos de sopro e percussão além da pesquisa com instrumentos de corda, o que seria, então, da Música sem a Matemática? A música, que cantaríamos, não poderia nem ser considerada como tal nos conceitos atuais. Ela seria uma simples melodia, completamente desprovida de Harmonia, cantada em solo ou em uníssono, quando em grupo, pois não existiria também o contraponto (Abdounur).

Felizmente, não vivemos nesse cenário. Desse modo, temos não só a Matemática, mas também a Música em seu estado mais complexo, provida de séculos de estudo e evolução. Música, que também tem um papel importantíssimo em nossa sociedade, papel esse que, ao contrário do que muitos pensam, vai muito além do entretenimento.

A proximidade da música e da matemática é indiscutível, e se manifesta na necessidade de equacionar e solucionar problemas da consonância e na construção de escalas. (Abdounur, Boyer).

Na Antiguidade, matemáticos usavam médias harmônicas, médias aritméticas e razões para construir escalas musicais, o que foi muito significativo na ocasião e puderam basear associações entre música e matemática, segundo Abdounur (2006, p. 17), “Enquanto Pitágoras calcula frações subjacentes à escala utilizando apenas percursos de quintas, Arquitas considera fortemente cálculos de médias aritméticas e harmônicas na geração de seu sistema musical”, entretanto ao ouvir música, o ouvinte desconhece essas relações na maioria das vezes.

Nos dias atuais, qualquer pessoa que estudar a teoria musical, poder notar de modo simples a forte relação que existe entre a música e a matemática, pois é necessário ter o conhecimento de frações até mesmo para solfejar.

A matemática, assim como a música, está em constante mudança, mas não uma transformação qualquer, é possível dizer que isso é a evolução (Abdounur, ROCHA). O estudo avançado de determinado assunto, leva a revisão de conceitos antigos tomados como certos dentro desse. Ao seguir os passos da elaboração de tais fundamentos, estamos em posição de questioná-los, e até ponderar alternativas melhores e mais cabíveis ao cenário atual.

Nesse sentido, torna-se importante explicitar as relações entre a música e a matemática no ensino da matemática, a fim de reencantar a matemática pelos apelos e evoluções da música, não apenas por ser agradável, mas pela necessidade de apreender matemática de modo mais significativo.

Há também a questão da transferência de aprendizagem de um domínio para o outro, a qual se dá em maior ou menor grau na medida em que as tarefas compartilham elementos neurológicos comuns. Como há domínios relativamente independentes, podem ocorrer transferências entre estes domínios. Um exemplo de transferência, é a aprendizagem da matemática por meio da música, há estudos que sugerem fortemente um grande envolvimento de processos espaço-temporais e até mesmo visuo-espaciais no processamento musical, estes processos também são utilizados para aprender conceitos matemáticos, o que nos faz pensar em tal transferência.

Deste modo, por meio da análise de pesquisas a respeito do aprendizado de números racionais e operações fracionárias é possível notar que alguns alunos apresentam grandes dificuldades para entender tal conceito matemático durante toda a sua vida (Campos, Castro). O estudo da música, das partituras e solfejos permite uma profícua articulação matemática de proporções, razões e espaço, entre outras, auxiliando estes alunos a compreenderem mais facilmente o conteúdo matemático.

Sendo assim, invocamos a evolução gerada pela insaciável busca pelo conhecimento nato em todos nós na busca de um novo caminho para a compreensão dos conceitos matemáticos aqui citados. Esta será a ideia fundamental e o rumo que tomará essa pesquisa, a qual tem como objetivo maior contribuir para descoberta de novas abordagens metodológicas para a aprendizagem e o ensino da matemática, para isto explora a importância da matemática na criação musical por meio do uso do solfejo e suas conexões, a fim de buscar uma opção na maneira em que as frações são ensinadas hoje.

Nesse contexto, a fim de analisar o assunto do ponto de vista daqueles que conceberam as ideias e conceitos por esta pesquisa estudados, é que por meio de leituras de artigos, livros e teses dos assuntos previamente esclarecidos por uma ótica matemática buscamos uma maneira de reconstruir o cenário que deu vida a esses conceitos por meio da música.

Segundo Morais (2008), a música é a arte de combinar os sons simultaneamente e sucessivamente, com ordem, equilíbrio e proporção dentro do tempo. Esta é composta de melodia harmonia e ritmo.

Para que a música pudesse ser transmitida da forma que foi constituída foi criada uma notação para que esta transmissão fosse eficiente, esta notação é conhecida nos dias atuais como partitura. A partitura é composta de notas, compassos, pentagramas e claves.

O pentagrama é a base sobre a qual as notas são grafadas, conforme a figura abaixo:



Figura 1: Pentagrama

No pentagrama é que se escreve o sistema musical ocidental, o qual é composto por sete notas musicais que se repetem em oitavas musicais. As notas são dó, ré, mi, fá, sol, lá, si em ordem crescente. Para que se possa passar a música de forma correta estas notas são desenhadas no pentagrama utilizando símbolos para representar os tempos. No esquema abaixo temos a nota lá desenhada em valores diferentes, a saber



Figura 2: diferentes valores de notas do lá

Para identificar as notas, os símbolos de tempo não são o bastante, pois por eles não sabemos de qual nota se refere a partitura (dó, ré, mi, fá, sol, lá, si), para que possamos identificar as notas é necessário utilizarmos uma clave, na escrita moderna temos três tipos de claves, estas são a clave de Dó, clave de Fá e clave de Sol e as notas correspondentes na linha onde são assinadas. As mais utilizadas são as claves de Sol e a de Fá, como é possível ver nas figuras 3 e 4 abaixo.



Figura 3: clave de sol no pentagrama



Figura 4: clave de fá no pentagrama

Os compassos são marcados no pentagrama por barras verticais, as quais dividem os tempos da música em partes iguais, a fórmula do compasso determina quantos tempos terão cada compasso e qual nota valerá um tempo respectivamente no numerador e denominador da fórmula.

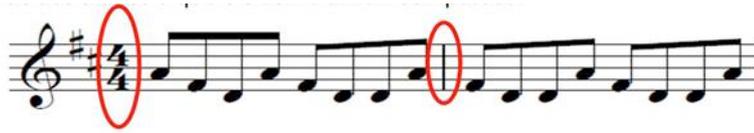


Figura 5: trecho de música

Frações e a música

Considerando a música como parte integrante da natureza – pois a música é naturalmente produzida no canto dos pássaros, no som da correnteza, no cair da chuva entre outros, podemos dizer que o matemático e filósofo Pitágoras, que era apaixonado por números, foi um dos primeiros a observar as relações existentes entre os números e a natureza. (Morais).

De acordo com a lenda contada com Pitágoras, sua curiosidade em relação a música foi despertada ao ouvir martelos que soavam harmonicamente, exceto um, quando passava em frente a oficina de um ferreiro, Pitágoras quis saber qual relação existia entre os martelos que eram harmônicos, pressupôs algumas possíveis razões como a força que o martelo era conduzido, como não conseguiu encontrar a resposta, decidiu pesar os martelos então notou que a massa de cada martelo era de 12, 9, 8 e 6 unidades de medidas.

Se utilizarmos estes números podemos notar que 9 é a média aritmética e 8 a média harmônica de 6 e 12.

Mas, Pitágoras não se satisfaz com tais relações e fez um experimento com um monocórdio, segundo Abdounur, no qual descobriu mais algumas relações entre estes números, como a proporção dos pesos entre si. Podemos notar que o martelo que pesava 6 correspondia à metade ($\frac{1}{2}$) do peso do martelo de 12, o martelo de 8 correspondia a dois terços ($\frac{2}{3}$) do martelo que pesava 12 e o martelo de 9 correspondia a ($\frac{3}{4}$) do martelo que pesava 12.

Esta relação foi utilizada por Pitágoras no experimento com o monocórdio, ele observou que o som produzido pressionando metade ($\frac{1}{2}$) da corda era o mesmo, porém mais agudo que o som produzido pela corda solta (corda inteira), que é conhecido como Oitava de um som. Analogamente, observou o som produzido pressionando a corda em ($\frac{2}{3}$) e ($\frac{3}{4}$), os dois sons combinavam com o som da corda inteira, a estes dá-se o nome, respectivamente, de quinta e quarta nota de uma nota padrão que no caso do experimento era a corda solta. Para exemplificar, supondo que o som da corda solta fosse a nota Dó, ao pressionar dois terços ($\frac{2}{3}$) da corda teríamos o som da nota Sol que

é a quinta de Dó, e ao pressionarmos a corda em três quartos do tamanho original ($\frac{3}{4}$) obteríamos o som de da nota Fá que é a quarta da nota Dó, e se, por fim, pressionássemos está corda na metade ($\frac{1}{2}$) obteríamos a nota Dó um pouco mais aguda que a corda solta, esta é a oitava de Dó.

Continuando as medições, Pitágoras descobriu as seguintes relações:

Intervalo	Razão entre o comprimento das cordas
Oitava	2:1
Quinta	3:2
Quarta	4:3
Sexta	27:16
Terça	81:64
Segunda	9:8
Sétima	243:128

Este experimento do pensador de Samos contribuiu para que a relação matemática-musica passasse a existir, como Abdounur (2006, p.20) disse “esse experimento contribui para a construção do conceito de fração, que ganha a partir de então uma roupagem musical.”.

Desta forma, cabe ressaltar, que a utilização dos conceitos utilizados por Pitágoras para realizar tal experimento pode cooperar para o aprendizado de conceitos matemáticos como frações e proporções.

O estudo da música, das partituras (símbolos das notas e composição de compassos) e solfejos permite uma profícua articulação matemática de proporções, razões e espaço, entre outras, auxiliando os alunos a compreenderem mais facilmente o conteúdo matemático.

Nesse sentido, torna-se importante explicitar as relações entre a música e a matemática no ensino da matemática, a fim de reencantar a matemática pelos apelos e evoluções da música, não apenas por ser agradável, mas pela necessidade de apreender matemática de modo mais significativo.

Proposta de oficina

Com o objetivo de levar os conceitos matemáticos para professores de matemática, para que estes também possam difundir entre seus alunos, a matemática que torna a música

possível, visto que essa é pouco comentada tanto em livros de teoria musical como nos de matemática, podendo gerar assim, a semente da mudança deste panorama.

Nesse contexto, buscaremos mostrar as relações existentes entre o solfejo – as notas, os compassos– e o estudo de frações, para isso iremos desenvolver este conceito matemático visto pelo olhar da música, isto é, como o uso desta, por meio das batidas compassadas, servirá para mostrar as relações de ordem de grandeza de um número.

Os solfejos serão utilizados para explorar/apreender conceitos de frações e suas operações, pois neles nota-se facilmente a interação da música e da matemática. Ainda, focado neste ensino, procuramos mostrar as relações existentes entre o solfejo – as notas, os compassos– e o estudo de frações.

Partindo da música, explicaremos as notas musicais e as oitavas, seus tempos e relação entre as mesmas, o que são e como são divididos os compassos e o que compõe cada parte do pentagrama.

Após isto utilizamos as batidas compassadas, em um primeiro momento, os alunos aprenderam as batidas e os tempos musicais, após a familiarização com estas batidas, propusemos que, em grupo e com auxílio necessário, os alunos subdividissem as batidas em compassos utilizando os conceitos apreendidos no início da oficina. Também foi desenvolvidos exercícios com partituras para que os alunos somassem as frações e descobrissem como dividir cada compasso.

Resultados

O desenvolvimento deste projeto voltado à educação matemática e música resultou na concretização de alguns importantes benefícios durante a oficina ofertada aos alunos da E.E. Vila socialista, a saber: a) A apreciação do músico pela matemática, e do matemático pela música; b) A aproximação das áreas a fim de desenvolver um conteúdo matemático dentro do ensino da teoria musical; c) O reencantamento dos alunos na aprendizagem de matemática, em especial, o conceito de frações e suas operações.

Vale a pena ressaltar que os alunos foram muito participativos, e não hesitaram em apresentar uma atividade desenvolvida em grupo para toda a sala.

Conclusões/considerações finais

Por meio desta pesquisa, foi possível elaborar uma oficina e, deste modo, concretizar a aproximação das duas áreas de estudos – a Matemática e a Música - e foi possível

valorizar o raciocínio lógico, a curiosidade, a criatividade e a capacidade do aluno estruturar seu pensamento de modo reflexivo e crítico.

Neste momento, os alunos foram capazes de apreciar o belo, não apenas das melodias e das sensações, mas também das relações matemáticas como proporções, frações e divisões.

Os alunos reencantaram-se com o aprendizado de matemática por meio da visualização musical, a qual facilitou o entendimento de alguns conceitos matemáticos que, por vezes, os alunos têm dúvidas. Por exemplo, ao preencher os tempos de um compasso 4 por 4, o aluno precisou somar que 4 semínimas, que equivale cada uma a $\frac{1}{4}$ do tempo ou, entre outras opções, 2 semínimas, que equivale cada uma a $\frac{1}{4}$ do tempo, e uma mínima que equivale cada uma a $\frac{1}{2}$ do tempo. Realizando assim uma soma de frações com compreensão.

Referências bibliográficas

- Abdonour, O. J. (2006). *Matemática e Música - O pensamento analógico na construção de significados*. São Paulo: Escrituras.
- Boyer, C. B. (2010). *História da Matemática*. São Paulo: Blücher.
- Campos, G. P. (2009). Música e matemática: práticas pedagógicas em oficinas multidisciplinares. *Dissertação de mestrado*. Vitória, Espírito Santo, Brasil: Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação.
- Castro, D. M. (2005). Projeto de investigação sobre o ensino de frações. *IV Encontro Ibero-Americano de coletivos escolares e redes de professores que fazem investigação na sua escola*.
- Gomes, M. V. (2008). Álgebra dos sons. *Trabalho de conclusão de curso*. Brasília, Distrito Federal, Brasil: Universidade Católica de Brasília - Departamento de matemática.
- Morin, E. (2001). *Os setes saberes necessários à educação do futuro*. São Paulo: Cortez.
- Ostrower, F. (1998). *A sensibilidade do intelecto*. Petrópolis: Vozes.
- Rocha, R. (2009). Uma introdução à teoria musical na antiguidade clássica. Anápolis, Brasil.
- Rodrigues, J. F. (1999). A matemática e a música. *Colóquio de ciências*, pp. 17-32.
- Sabba, C. G. (2010). A busca pela aprendizagem além dos limites escolares. *Tese (Doutorado)*. São Paulo, São Paulo, Brasil: Faculdade de Educação - Universidade de São Paulo.