EL ROL DE LA ARGUMENTACIÓN GRÁFICA EN LA CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR: EL CASO DE LA PARIDAD E IMPARIDAD DE LAS FUNCIONES

Leidy Caterine Bautista Galeano, Astrid Morales Solto, Jaime Mena Lorca.
leidycbg@gmail.com, anmorales@ucv.cl, jmena@ucv.cl
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile

Tema: V.5 - TIC y Matemática.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario - Universitario
Palabras clave: Socioepistemología–argumentación gráfica–función par e impar–Tecnología

Resumen

Dentro de la teoría socioepistemológica se afirma que en el discurso matemático escolar no se considera a la gráfica más que como una representación del objeto matemático, dejando de lado el hecho de que las gráficas proveen argumentos que permiten construir y reconstruir propiedades matemáticas en particular, la paridad o imparidad de funciones, de esta manera encontramos que para el estudiante las expresiones o que corresponde a la forma simbólica de la propiedad, no poseen algún sentido y no logran identificarlas o reconocerlas en el contexto gráfico; no obstante cuando el estudiante se enfrenta a situaciones de gráfica, la propiedad surge naturalmente a partir de los argumentos que ellos construyen. Para dar cuenta de este hecho hemos desarrollado algunas experiencias de aula principalmente con estudiantes de educación superior, profesores de enseñanza básica y media, donde se pudo evidenciar que no reconocen la propiedad de paridad e imparidad al momento de presentar la gráfica, no obstante en el momento en que empiezan a manipular las gráficas a través del software Geogebra empiezan a surgir argumentos que no viven dentro del discurso matemático escolar pero que dan cuenta de la propiedad de estudio.

Planteamiento del problema

Actualmente podría considerarse que la actividad de modelación se encuentra en boga, ya que ha permeado el discurso matemático escolar(DME), de manera tal que se considera como un eje temático, por así decirlo, donde se propone como objetivo el planteo de situaciones cuyo modelo sea un objeto de estudio en particular; por ejemplo si dirigimos un tanto nuestra mirada a los programas de estudio del ministerio encontraremos ideas tales como: “resolver problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado” o “modelar situaciones diversas a través de funciones” (Mineduc, 2010, 1 medio), con esto podemos observar que la modelación constituye un aspecto importante en la enseñanza de las matemáticas.

No obstante, teniendo en cuenta el auge de la propuesta, la pregunta que se plantea desde la socioepistemología[1] es precisamente qué se está entendiendo por modelación, lo cual se encuentra estrechamente ligado a qué se entiende entonces por conocimiento matemático.

Teniendo en cuenta este planteamiento y tratando de dar respuesta a los cuestionamiento podemos apreciar que en el (DME) la modelación es entendida como la representación de la realidad o la representación de un objeto del cual se asume su preexistencia, dicho en palabras de Cordero, 2006b "el tratamiento de la modelación en la enseñanza de las matemáticas es considerado como una herramienta (en el sentido que se ocupa con un propósito determinado) didáctica que ayudará al estudiante a hacer representaciones adecuadas y eficientes del objeto", de esta manera entonces se comprende como una manera de acceder al objeto siendo casi el fin último de esta actividad, soslayando de alguna manera lo que Cantoral y Farfán (2006) mencionan "… la matemática escolar está al servicio de otros dominios científicos y de otras prácticas de referencia, de donde a su vez adquiere sentido y significación" y donde el objetivo se encamina más hacia la construcción de conocimiento que hacia una comprensión del objeto.

Es así como este trabajo se centra en el postulado presentado dentro de la teoría, donde se entiende a la graficación-modelación como una actividad de modelación en sí misma donde específicamente *"las gráficas de las funciones formulan argumentos que se van construyendo de acuerdo con las operaciones que los estudiantes son capaces de hacer, con las condiciones que son capaces de capturar y transformar, y los conceptos que van construyendo progresivamente (Cordero, 2006)".*

De esta manera el propósito de nuestra investigación se centra en indagar en cómo a través de la argumentación gráfica los estudiantes logran construir argumentos de las situaciones asociadas a la identificación de la propiedad de paridad e imparidad las que se enfrenta y a la cual hemos decidido denominar *argumentación gráfica* en la medida

[1] La aproximación socioepistemológica es el nombre con el que se conoce a la teoría que nace en el seno de la matemática educativa y que al igual que las otras teorías con la cuales coexiste, busca brindar explicaciones a la problemática ligada a la construcción de conocimiento matemático. No obstante, el planteamiento de la socioepistemología difiere de las demás, en tanto que pone en el centro de discusión más que a los conceptos matemáticos, a las prácticas sociales asociadas a determinado conocimiento.

que nuestro interés se centra en indagar sobre el tipo de argumentos que brindan los estudiantes al momento de enfrentarse a una situación donde la gráfica dispone de ciertas características.

Por lo tanto nuestra problemática se enfoca a identificar los tipos de argumentos que los estudiantes proveen al analizar una gráfica y cómo se relacionan dichos argumentos con el conocimiento matemático escolar, específicamente el propósito de nuestra investigación se centra en poner en evidencia el hecho de que dentro del discurso matemático escolar no se considera a la gráfica más que como una representación del objeto matemático existente, dejando de lado el hecho de que las gráficas proveen argumentos que permiten construir y reconstruir propiedades matemáticas en particular, la paridad o imparidad de funciones, donde encontramos que para el estudiante las expresiones $f(x) = f(-x)$ o $-f(x) = f(-x)$ que corresponde a la forma simbólica de la propiedad, no poseen algún sentido y no logran identificarlas o reconocerlas en el contexto gráfico.

Para dar cuenta de ello hemos desarrollado algunas experiencias de aula principalmente con estudiantes de educación superior, profesores de enseñanza básica y media, donde se pudo evidenciar que no reconocen la propiedad de paridad e imparidad al momento de presentar la gráfica, no obstante en el momento en que empiezan a manipular las gráficas a través del software Geogebra empiezan a surgir argumentos que no viven dentro del discurso matemático escolar pero que dan cuenta de la propiedad de estudio.

Nuestra propuesta

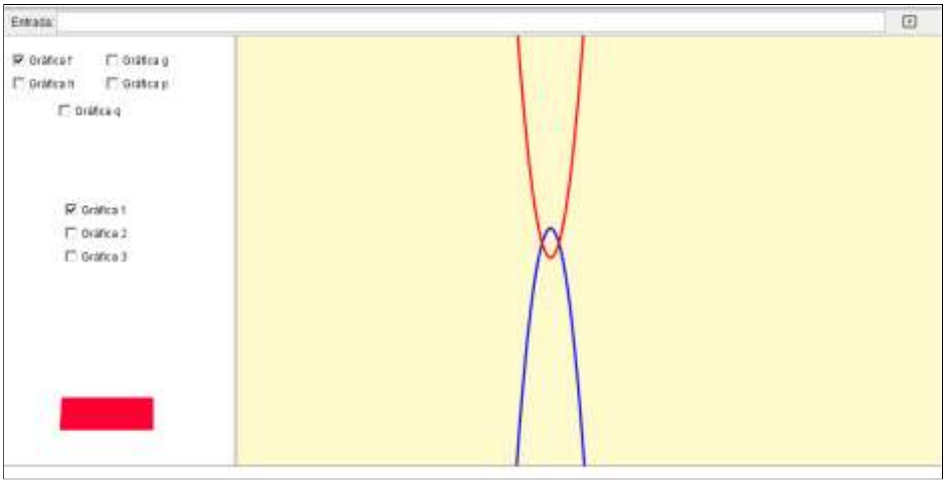
Teniendo en cuenta los planteamientos considerados en la teoría, nuestra propuesta se encaminó entonces a resignificar[2] la propiedad de paridad e imparidad de las funciones a través de la argumentación gráfica, en la medida que se lograba cumplir con los siguientes indicadores:

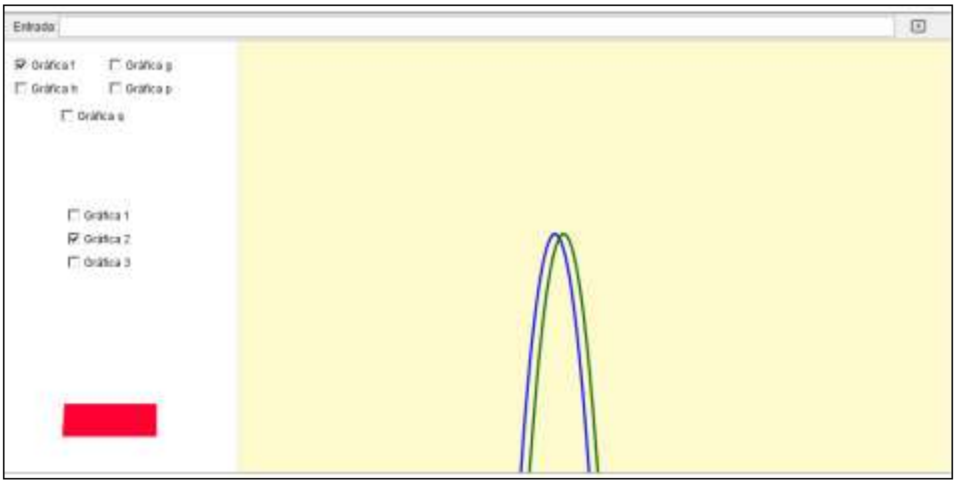
[2] La noción de resignificación emerge, como elemento para dar cuenta de que el conocimiento tiene significados propios, contextos, historia e intensión; lo que señala la posibilidad de enriquecer el significado de los conocimientos en el marco de los grupos humanos.

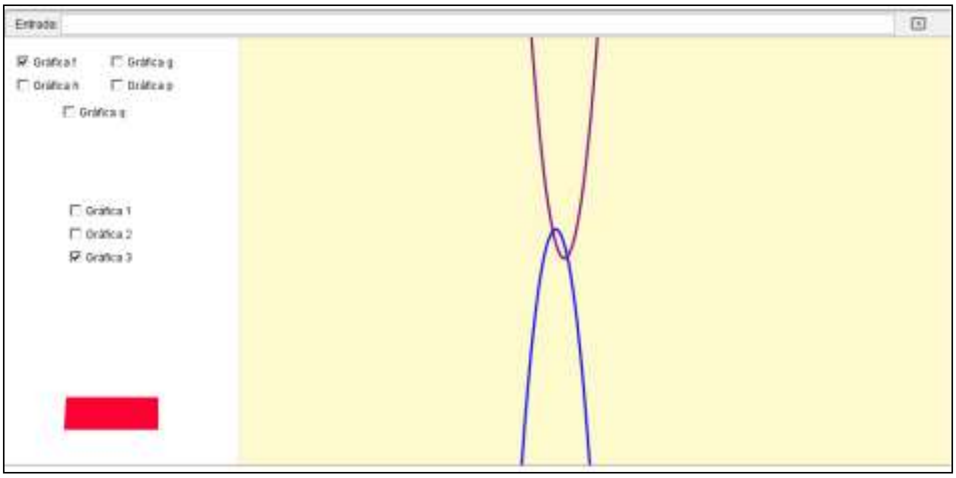
- Resignificar el plano cartesiano a través de la simetría axial (vertical y horizontal) y la simetría puntual de diferentes funciones en el plano.
- Identificar que f(-x) es la simetría axial vertical de una función f(x).
- Identificar que –f(x) es la simetría axial horizontal de una función f(x).
- Reconocer una función par como una simetría axial vertical respecto a un sistema de referencia.
- Reconocer una función impar como una simetría puntual respecto a un sistema de referencia.
- Hacer uso del comportamiento tendencial y la variación de parámetros, para identificar a la paridad e imparidad, como una propiedad de las funciones que depende del sistema de referencia.

Las actividades planteadas tomaron en consideración el uso del software de geometría dinámica Geogebra y contempló 3 momentos los cuales se resumen en el siguiente cuadro:

MOMENTO 1: Reconocimiento de los ejes y de las simetrías	**MOMENTO 2: Reconocimiento de la propiedad, manipulación de parámetros.**	**MOMENTO 3: Establecimiento de la propiedad ligada al sistema de referencia y surgimiento de la expresión algebraica**
En este momento se muestran las gráficas de las funciones implicadas en la expresión f(x) = f(-x) y f(x) = -f(-x) con el fin de provocar el reconocimiento de los ejes e identificación de las diferentes simetrías.	En este momento está dedicado a la identificación de la propiedad a través de la variación de parámetros, estableciendo las distintas relaciones entre ejes, simetrías y parámetros.	Se reconoce la necesidad de un sistema de referencia para establecer la propiedad de paridad e imparidad y se establece la dependencia que existe entre ellos. Posteriormente se plasma en la expresión algebraica respectiva.







A partir de estas gráficas, su manipulación y análisis se buscó que los estudiantes pudieran construir argumentos que dieran cuenta de que las funciones que estaban trabajando podrían catalogarse como pares o impares; a continuación mencionaremos algunos resultados.

Algunos resultados

La actividad se aplicó a dos grupos de estudiantes; el primer grupo fueron tres estudiantes de primer semestre de pedagogía en matemáticas de la Pontificia Universidad católica de Valparaíso y el otro grupo fueron tres estudiantes de último semestre en pedagogía en matemáticas de la Universidad católica Silva Henríquez.

Conclusiones

Las conclusiones las dividí entre estudiantes de primer semestre (IMA) y estudiantes de último semestre (UCSH) ya que las diferencias fueron bastante notorias.

Estudiantes de primer semestre

- Los estudiantes identificaron las reflexiones de las gráficas respecto a los ejes que no están visible y esto provoca que naturalmente hicieran el eje o los ejes.
- En las primeras manipulaciones los estudiantes empiezan a recordar algunas cosas sobre lo que trabajaron en sus cursos, de funciones par e impar, pero sus ideas no son claras.
- Persistió la necesidad de establecer la expresión algebraica de las gráficas en cuestión.
- Los estudiantes que mejor trabajaron el álgebra casi no utilizaron la gráfica.
- Reconocen la gráfica y hacen operaciones con ella, la trasladan, la manipulan, deja de ser un objeto estático, un dibujo.
- Los ejes cartesianos surgen como una necesidad y los estudiantes rayaron las pantallas de los computadores.
- Los ejes y el plano se vuelven manipulables, los estudiantes juegan con ellos y ven que al no aparecen en la gráfica podrían estar en cualquier parte.
- Un resultado importante es que los estudiantes logran establecer la diferencia entre el eje de simetría y los ejes cartesianos.
- Se ve la fuerte influencia de la actividad social ya que si no se genera la discusión entre pares la actividad fracasa.

Estudiantes de último semestre

- Desde el primer momento quisieron establecer la expresión algebraica ya que sintieron que no contaban con información necesario para caracterizar la gráfica.
- Se resistieron a escribir los argumentos que surgieron naturalmente, escribir de esta forma se les hace “simple” y siempre hablaron de escribir de manera más “técnica”.
- Identificaron las distintas simetrías, pero se les hizo extraño utilizar estos términos dado que estaban trabajando con funciones.
- Surge el lenguaje gestual.
- Dado que les fue difícil trabajar con la gráfica no diferenciaron entre los ejes cartesianos y los ejes de simetría.
- Les costó utilizar la gráfica como argumento para justificar lo observado buscaron siempre echar mano del álgebra.

Según los resultados obtenidos podemos identificar el hecho de la falta de status que posee la gráfica en las manifestaciones discursivas de los estudiantes, ya que a pesar de las conclusiones interesantes que obtienen, no consideran válido expresarlas tal cual como lo piensan.

No obstante, se logró apreciar en las manifestaciones discursivas de los estudiantes que a partir de la gráfica pueden identificar propiedades matemáticas que con frecuencia solo se ubican en un plano algebraico, por ello consideramos que dando un mayor protagonismo a la gráfica en el currículo, en lugar de evitarla, puede contribuir a la construcción de significados en lugar de la construcción de objetos.

Referencias bibliográficas

Cantoral, R. Farfán, R. Lezama, J. Martínez, G. (2006). *Socioepistemología y representación: algunos ejemplos.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, pp. 83-102.

García, M. (2007). *Resignificando el concepto de función lineal en una experiencia de educación a distancia.* Tesis de maestría. CICATA-IPN.

Cordero, F. (2006b). La modelación y la graficación en la matemática escolar. Recuperado de http://www.tbu.uan.edu.mx/_Lib_Art_En/_Arts/F.Cordero2006b.pdf

Cordero, F. Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. Recuperado de
http://www.google.cl/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CC4QFjAB&url=http%3A%2F%2Fdialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F2262374.pdf&ei=-gyCUJLvFoyo8ATgr4CABQ&usg=AFQjCNHvu15C5PjZYwaqkRT9xoEnaqDzwA&sig2=M_eQ7NpE2LyWJg1lTV9yIA

MINEDUC.(2010). Programa de Estudio 8° Basico Matematica. Recuperado el 18 de Agosto de
2011, de http://www.curriculum-mineduc.cl

Rosado, P. (2004). Una resignificación de la derivada en el caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica. Recuperado de http://www.centrogovindas.com/p/contacto.html

Suárez, L. Cordero, F (2010). Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. Recuperado de http://www.clame.org.mx/relime/201018d.pdf