

COLETÂNEA LABGG PARA ESCOLAS E UNIVERSIDADES: NES.101 - ESTUDO PARA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE LIMITE

Eimard Gomes Antunes do Nascimento^a
eimard@gmail.com

Jeanne D'arc de Oliveira Passos^b
jeannepassos@gmail.com

Nicolino Trompieri Filho^c
trompieri@hotmail.com

Dogival Alencar da Silva^d
dogivalalencar@bol.com.br

^{a,c,d}Universidade Federal do Ceará (UFC) – ^bUniversidade Estadual do Ceará – UECE
^{a,b,c,d}Instituto GeoGebra Fortaleza (IGGF) / Brasil

Tema: IV.2 - Formação e Atualização de Professores.

Modalidade: CB

Nível educativo: 5.

Palavras chaves: Tecnologias para educação. Educação Matemática e Tecnológica.

Cálculo. GeoGebra e LABGG.

Resumo

O uso de computadores nas escolas e universidades tem se mostrado muito importante. Usado como recurso didático, o computador torna-se cada vez mais presente no ensino aprendizagem. Assim, o presente artigo faz parte de uma coletânea de assuntos matemáticos em forma de módulos aplicados no Laboratório GeoGebra (LABGG)¹, segundo Nascimento (2012a, 2012b) é o produto designado pela análise e aplicação do software livre de geometria dinâmica GeoGebra sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudo e aprendizagem da matemática e estatística. Ressalta-se, porém, que o trabalho dinâmico de estudo e pesquisa provoca a manifestação e a participação dos autores envolvidos no processo educativo, sensibilizando-os para o uso adequado do computador como ferramenta de mediação e de auxílio no processo de ensino e aprendizagem. O estudo do artigo denominado módulo NES.101 trata-se de uma avaliação de possibilidades de estudo e pesquisas em Cálculo, no tocante as noções iniciais para o entendimento e da construção do conceito de Limite, usando, explorando e problematizando através dos recursos do LABGG, sendo por escrita (comandos) ou/e graficamente.

1 Introdução

O uso de recursos tecnológicos digitais ou tecnologias digitais interativas (TDI) no contexto escolar constitui uma linha de trabalho que necessita se fortalecer na medida em que há uma considerável distância entre os avanços tecnológicos na produção de *softwares* educacionais livres ou proprietários e a aceitação, compreensão e utilizações desses recursos nas aulas pelos professores.

¹ Termo criado por Nascimento, Eimard G. A., no artigo: proposta de uma nova aplicação como instrumento psicopedagógica na escola: o LABGG (laboratório geogebra), Conferência Latinoamericana de GeoGebra, Montevideo - Uruguay. Actas de la Conferência Latinoamericana de GeoGebra, 2012. v. Único. ISSN 2501-0797

Santos (2007) afirma que apesar das tecnologias digitais se mostrarem influenciadoras às mudanças e transformações em âmbito educacional, suas utilizações nas aulas não correspondem ao que se espera. Em face da assertiva, a escola se vê diante da necessidade de redescobrir o seu papel social e pedagógico como unidade significativa no processo de crescimento e desenvolvimento da concepção de competência para a formação dos indivíduos que estão integrados a si. Omitir que o sistema educacional brasileiro se encontra em meio a uma expressiva crise torna-se impossível em face dos indicadores de rendimento escolar expresso pelo MEC/Inep (Brasil, 2010).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN para o Ensino Fundamental e Médio expressam a importância dos recursos tecnológicos para a educação com vistas à melhoria da qualidade do ensino aprendizagem. Destacam que a informática na educação “permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender” (Brasil, 1998, p. 147).

Não só na Educação Básica, mas também no Ensino Superior o computador deve ser usado como instrumento de trabalho, como destacam as Diretrizes Curriculares para o Curso de Matemática,

[...] Desde o início do curso o bacharelado deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para formulação e solução de problemas. [...] Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática [...] (Brasil, 2001, pp.5-6).

O *link* entre a teoria e a prática quando implantado de forma agradável e estimulante causa ao aluno o senso de curiosidade e, por via de consequência, o senso de pesquisa. Segundo Nascimento e Silva (2012), as ideias básicas do pesquisador Dewey (2007) sobre a educação estão centradas no desenvolvimento da capacidade de raciocínio e espírito crítico do aluno. Dewey defendia a democracia e a liberdade de pensamento como instrumentos para a maturação emocional e intelectual dos alunos. Afirma, outrossim, que o processo educativo consiste na adequação e interação do aluno com o programa da escola e das disciplinas, pois a concepção das relações entre um e o outro, tende a tornar a aprendizagem fácil, livre e completa.

As ideias de Dewey apregoam o princípio de que os alunos aprendem melhor realizando tarefas práticas associadas aos conteúdos estudados, fato que causa grandes estímulos e maior aprimoramento e memorização em vez de decorá-los. (Nascimento, 2012a, 2012b).

Gravina (1998); Arcavi e Hadas (2000) explicam que a Geometria Dinâmica (GD) evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Deste modo, se pode introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa GeoGebra, surgindo daí o processo de questionamento, argumentação e dedução.

Desta forma, surgiu a coletânea LABGG com intuito de criar as possibilidades para o estudo em matemática e estatística e para nortear o professor na aplicação prática dos assuntos abordados. A *interface* da teoria e a prática tende ser de certa forma uma experiência agradável e estimulante para aluno, pois desperta nele o censo de curiosidade, e conseqüentemente o censo de pesquisa.

A Coletânea do LABGG funcionará como ferramenta metodológica psicopedagógico junto com o *software* GeoGebra, aqui nominada de Geometria Dinâmica e Interativa (GDI), para auxiliar as tecnologias, habitualmente utilizadas (diagrama 1), tais como: quadro de demonstração da matéria e a aula tradicional (livro e caderno). Tal ferramenta possibilitará ao docente tanto a interação como o conhecimento de outra forma de ensino. Além disso, o professor terá oportunidade de desenvolver um ambiente de caráter laboratorial, aonde facultará a prática pretendida.



Diagrama 1- Aplicação da Coletânea LABGG na estrutura educacional.

2 Aplicação Laboratorial: NES.101 - Estudo Para Construção Do Conceito De Limite.

O módulo denominado de NES.101 (significa o primeiro experimento do currículo do Ensino Superior) tem como proposta avaliar as possibilidades de estudo para a construção do conceito de limite.

O foco desse trabalho é o processo de ensino e aprendizagem do conceito de limite de funções reais de uma variável real utilizando o LABGG. Pois, em alguns livros de Cálculo, este tópico não é tratado na devida ordem, o que compromete o entendimento e a visualização deste conceito pelo aluno. A partir da dificuldade de visualização apresentada pelo aluno, que usa apenas o caderno e o quadro de demonstração em sala de aula, o LABGG surge como uma nova ferramenta para contornar esta situação. Vale ressaltar que será abordada aqui apenas a definição informal do limite.

Para Stewart (2009), o uso de ferramentas tecnológicas tais como computadores e calculadoras gráficas, é de suma importância para se entender com clareza os conceitos de limites, derivadas e integrais por trás das imagens da tela. Tais ferramentas são consideradas úteis, uma vez que são utilizadas de forma apropriada na descoberta e compreensão destes conceitos.

No prefácio do livro Cálculo com Aplicações dos autores de Lason e Edwards (2008), os autores destacam que os “avanços computacionais estão ajudando a mudar o mundo à nossa volta”. Baseando-se nisso, eles propõem o uso do computador em vários exercícios deste livro, especialmente sob forma de programas de plotagem, programas de manipulação algébrica e planilhas eletrônicas. Além disso, em cada capítulo, há notas marginais, introduzidas em vários pontos do texto, ilustrando o uso de calculadoras e de programas de computador, e os problemas associados ao uso incorreto destes.

Para compor uma das atividades do módulo NES.101, estudo para a construção do conceito de limite, foi escolhido um exercício do capítulo 1, seção 1.5 – Limites, do livro Lason e Edwards (2008). Para esta seção, estes autores destacam os seguintes objetivos:

- Determinar os limites de funções, graficamente e numericamente.
- Usar as propriedades dos limites para determinar os limites de funções.
- Usar diferentes técnicas de análise para determinar os limites de funções.
- Determinar os valores de limites unilaterais.
- Reconhecer funções que aumentam ou diminuem indefinidamente.

Dentre os 67 exercícios da seção 1.5 selecionou-se o exercício 63 da página 87, pois através deste exercício o aluno poderá especular a definição do número irracional e (base natural) como um Limite (ver Figura 1). O item (b) deste exercício pode ser resolvido, com a utilização de computadores, pois, de acordo os autores, o símbolo  identifica os exercícios nos quais o estudante recebe instruções explícitas para usar um programa de plotagem ou de manipulação algébrica. Não apenas este item, mas os demais itens também. Apesar do item (a) deste exercício não está identificado com o ícone que indica o uso de planilhas eletrônicas, tal item pode ser solucionado usando tais planilhas.

63. O limite de

$$f(x) = (1 + x)^{1/x}$$

é uma base natural para muitas aplicações financeiras, como veremos na Seção 4.2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e \approx 2,718$$

(a) Mostre que o valor desse limite é razoável, completando a tabela abaixo.

x	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01
$f(x)$							

 (b) Use um programa de plotagem para traçar o gráfico de f e confirmar o resultado do item (a).

(c) Determine o domínio e o contradomínio da função.

Figura 1- imagem do exercício 63
 Fonte - Lason, R. & Edwards, B. H. (2008)

Será discutida neste trabalho apenas a resolução dos itens (a) e (b) do exercício 63. A resolução destes itens deu-se através da utilização do LABGG. Para a discussão deste exercício, considere a seguinte definição de Limite de uma Função:

Se uma função $f(x)$ se aproxima indefinidamente de um número L quando x se aproxima indefinidamente de c pela esquerda e pela direita, dizemos que, $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ que é lido como “o **limite** de $f(x)$ quando x tende a c é L ” (LASON & EDWARDS, 2008, p.79).

Entre as diversas vantagens do LABGG para o aprendizado do aluno, o programa possui uma janela denominada folha de cálculo que funciona como planilha eletrônica, onde é inter-relacionada com as outras janelas, tornando-o muito útil no ensino e aprendizagem do conceito de limite.

Desta forma, criou-se a folha de cálculo (janela de planilha) para resolver o item (a) (ver Figura 2). Percebe-se ao analisar a folha de cálculo que quando x se aproxima de 0, $f(x)$ se aproxima de 2.718. Observa-se, ainda, que o valor de $f(x)$ para $x = 0$ não tem influência sobre o limite de $f(x)$ quando x tende a 0 (ver célula B7 da planilha), visto que a afirmação $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2.718$ descreve o comportamento dos valores $f(x)$ para x próximo de 0, com $x \neq 0$. Uma vez que $e \approx 2.718$, conclui-se, então, que $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$, o que mostra que o valor desse limite é razoável.

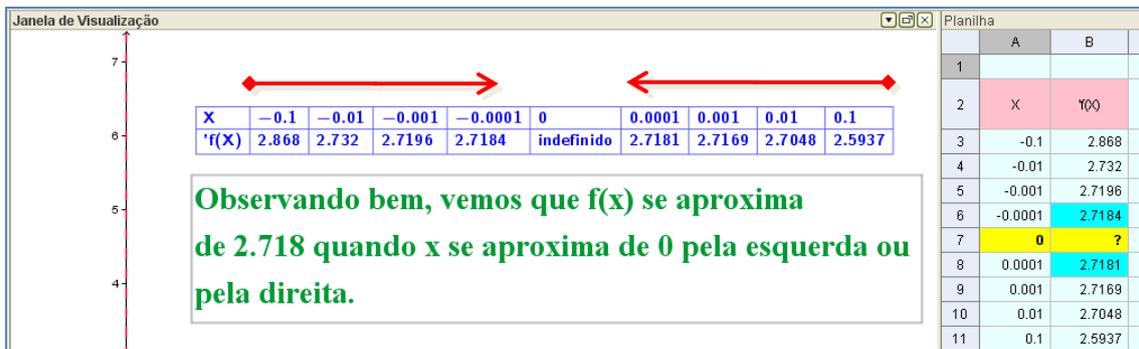


Figura 2 – folha de cálculo do exercício 63 item (a) na janela de planilha.
 Fonte – realizada pelos autores.

Já a solução do item (b) foi obtida ao inserir no campo de entrada do *software* GeoGebra (canto esquerdo inferior) a fórmula da função f (Figura 3), já que a função f é dada por $f(x) = (1 + x)^{1/x}$. Ao proceder desta forma, o *software* GeoGebra plotou na janela de visualização o gráfico dessa função (Figura 4). Ao observar o gráfico de f vê-se que $f(x)$ se aproxima de 2.718 quando x se aproxima de 0 pela esquerda ou pela direita. O ponto onde a função não é definida é representado por um pequeno círculo vazado. Desta forma, confirma-se o resultado do item (a).

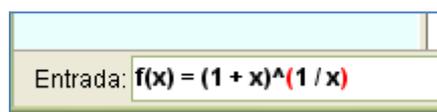


Figura 3 – Fórmula digitada no campo de entrada.
 Fonte – realizada pelos autores.

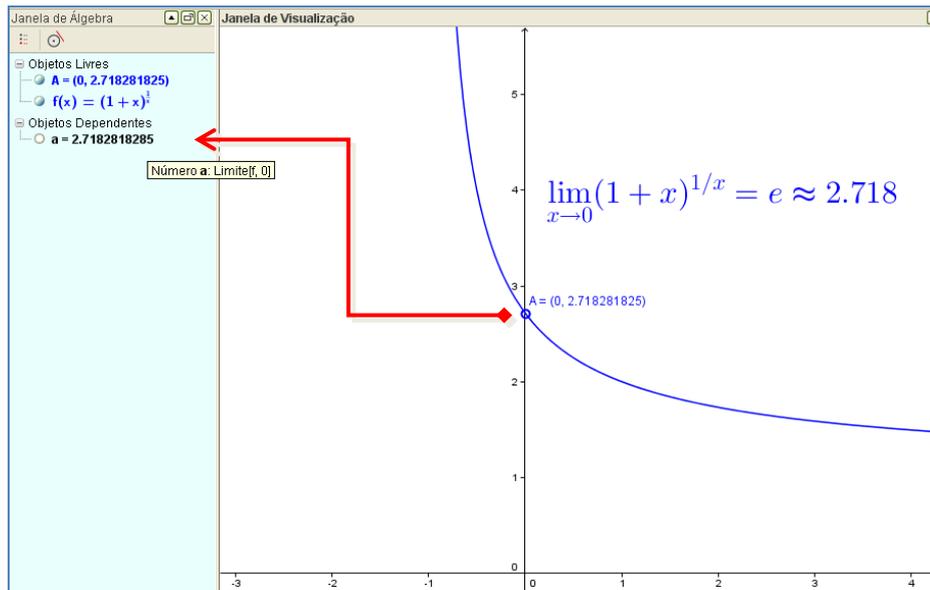


Figura 4 – Plotagem da função f .
Fonte – realizada pelos autores.

Observa-se, ainda, que através da função comando Limite do GeoGebra, cuja a sintaxe é $\text{Limite}[\text{Função}, \text{Número}]$, pode-se determinar o limite de uma função tendendo a um número estabelecido. Uma vez inserida a função f no campo de entrada, basta digitar na seguinte forma $\text{Limite}[f,0]$. O resultado aparece associado a uma variável, neste caso “a”, na Janela de Álgebra (ver Figura 4). Desta forma, o estudante poderá analisar comportamento de funções de forma rápida e dinâmica.

Por fim, o professor encontrará vários objetos (variáveis), novos tipos para demonstrar, criar simulações e manipular o quanto precisar. Assim, poderá aplicar uma nova metodologia para ensinar este conteúdo de uma forma agradável e estimulante.

3 Considerações Finais

Em face do exposto, têm-se a convicção que o LABGG se fundamenta na perspectiva didática proativa e interativa, vivenciada em duas representações diferentes do mesmo objeto que interagem entre si: no caso, a representação geométrica e sua representação algébrica. A utilização do *software* como recurso didático no ensino da Matemática e Estatística se constitui um caminho para o professor vivenciar com os alunos o processo ensino-aprendizagem a satisfação, motivação, competência e habilidade em relação à aprendizagem preconizada pelo Plano de Desenvolvimento da Educação do Brasil, com

vistas ao desenvolvimento científico, tecnológico, social e humanístico da Nação e com qualidade.

A aplicação do LABGG no processo de ensino-aprendizagem em Estatística pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange a manipulação geométrica. A habilidade de manipular pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo.

A coletânea tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Referências bibliográficas

- Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). *Computer mediated learning: an example of an approach*. International Journal of Computers of Mathematical Learning 5(1), pp. 25–45.
- Brasil. (1998). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC.
- Brasil. (2001). Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Parecer CNE/CES 1.302/2001, de 06 de novembro de 2001. Brasília: MEC. Recuperado de <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>
- Dewey, J. (2007). *Democracia e educação: capítulos essenciais*. São Paulo: Ática.
- Gravina, M. A. & Santarosa, L. M. (1998, maio). A Aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. *Informática na Educação: teoria & prática*, 1(2), pp 73-88. Recuperado de <http://seer.ufrgs.br/InfEducTeoriaPratica/article/view/6275>
- Lason, R. & Edwards, B. H. (2008). *Cálculo com aplicações*. (R. S. de Biasi, trad.). (6a ed.). Rio de Janeiro: LTC.
- Nascimento, E. G. A. do (2012a). *Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE.
- Nascimento, E. G. A. do (2012b). *Proposta de uma nova aplicação como instrumento psicopedagógica na escola: o LABGG (Laboratório GeoGebra)*. In Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, Montevideo, Uruguai.
- Santos, V.P. (2007). *Interdisciplinaridade na sala de aula*. São Paulo: Loyola.

Stewart, J. (2009). *Cálculo: volume 1*. (A. C. Moretti, A. C. G. Martins, trads. , H. Castro rev. técnica) (6a ed.). São Paulo: Cengage Learning.