



IX CIEMAC

Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.tec.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico
de Costa Rica

Propuesta para la enseñanza de las fracciones, El Salvador, 2015

Geysi Claribel Damián
Universidad de El Salvador.
geysiclaribel@hotmail.com

Erick Alexander Nieto
Universidad de El Salvador.
erick171292@gmail.com

Juan José Hernández
Universidad de El Salvador.
juanjosepineda2709@gmail.com

Resumen: El presente trabajo es un taller dirigido al nivel básico de educación y trata sobre el abordaje del contenido de fracciones haciendo uso de un enfoque realista constructivista. Dicha propuesta se hace énfasis tomando la metodología de resolución de problemas que impliquen las operaciones aritméticas básicas con fracciones, también se utilizará material concreto para la representación de estas operaciones. Se pretende con esta propuesta socializar nuestra experiencia para contribuir a la mejora de la calidad en la enseñanza de este contenido.

Palabras clave: Fracciones, Resolución de problemas Realista-Constructivista, Material concreto, Recursos didácticos.

1. Introducción

Como miembros de la única Universidad pública de El Salvador, y por tanto la única entidad responsable de la formación inicial del profesorado en Ciencias y Matemática, tomamos la decisión de plantear un modelo de experiencia de formación inicial con estudiantes del Profesorado en Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media, y como unidad experimental, se tomó la asignatura de “Desarrollo Curricular de la Matemática”. Nos anclamos en lo anterior para desarrollar nuestra investigación con un enfoque realista-constructivista del conocimiento científico matemático en estricto apego a la realidad que desarrolla en la actualidad el Ministerio de Educación (MINED) en las aulas salvadoreñas.

En esta experiencia desarrollada en el aula durante el desarrollo del curso se contempló recrear la elaboración de los documentos propuestos por el Ministerio de Educación (MINED), con un enfoque constructivista realista; se revisaron los contenidos de la asignatura de cada nivel (Primaria y Secundaria) y se organizaron de

acuerdo a una secuenciación didáctica, se procedió a modelar los contenidos destacando el enfoque mencionado en los contenidos siguientes: números enteros, operaciones con fracciones, una introducción al álgebra, las funciones destacando el uso de estrategias metodológicas, recursos y materiales para que la vivencia y el aprendizaje fuese significativo.

Dentro de las actividades, también se elaboró un video con el fin de exponer, revisar la aplicación de la metodología adecuada, analizar la estructura de nuestro desempeño en la clase y detectar, en la exposición, las posibles dificultades que se puedan afrontar para su mejora en los contenidos a compartir con nuestros futuros educandos.

Esta experiencia posteriormente fue compartida en diferentes centros escolares con profesores activos y dicha experiencia fue un éxito, de tal manera que actualmente, hemos sido encargados de apoyar a los profesores en dichos contenidos y se observa que ha sido significativo.

El contenido que pretendemos abordar, por su complejidad, es la enseñanza de las fracciones y sus operaciones, pretendemos exponer el desarrollo de esta experiencia, con el fin de construir y recrear un cúmulo de actividades a desarrollar responsablemente como docentes activos en nuestros centros escolares.

Como profesores en área de matemática nos vimos obligados a compartir y dar respuesta ante la necesidad de proporcionar a los docentes los conocimientos básicos suficientes para manejar expresiones del lenguaje común en los contenidos de fracciones.

Principalmente lo que se pretende es, compartir una propuesta de uso y manejo de las fracciones con la finalidad de desarrollar la capacidad de interpretar y usar la información que se presenta en variedad de situaciones de nuestra vida cotidiana.

2. Planteamiento del problema

¿Presentan dificultades los alumnos en el aprendizaje de las fracciones y operaciones?

Actualmente son de nuestro conocimiento las dificultades que enfrentamos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones en nuestras aulas. Hemos observado, por nuestras experiencias, que los estudiantes del nivel básico presentan dificultades en la interpretación de textos que involucran las fracciones y en la solución de problemas que requieren de los conocimientos básicos de la fracción, debido a que sus experiencias y conocimientos sobre las fracciones han sido adquiridas a través de la aplicación mecánica de algoritmos, sin la construcción de significados.

Podríamos señalar que en su primera lección, las fracciones enfrentan a los estudiantes ante una premisa que destaca el uso y manejo de muchas propiedades que, aunque son ciertas para números enteros, no son verdaderas para todos los conjuntos de números.

Esto lo lleva a crear una complejidad en su abstracción a la hora del abordaje de las fracciones en su ordenamiento (axiomas de orden), en las operaciones básicas, en las que podemos destacar las dificultades en la suma y resta de fracciones con el proceso de los denominadores, que en la multiplicación no le conduce a una respuesta concreta

y objetiva, ya que la costumbre de enseñanza y el uso de algoritmos crea confusión en sus procedimientos y análisis para efectuar dichas operaciones.

Superar la creencia de que las propiedades son verdaderas para números enteros pero que no lo son para todos los conjuntos numéricos, es un gran reto. Aún en la secundaria muchos estudiantes presentan dificultades con dichos números y sus operaciones.

Sin embargo, comprender las fracciones es esencial para el aprendizaje de álgebra, geometría y otros ámbitos de la matemática a nivel superior.

Conociendo dicha problemática de nuestros estudiantes, nace la idea de compartir dicho taller con los maestros del sistema escolar y trasladarle nuestra experiencia, proporcionando la confianza para superar los paradigmas que por muchos años han creado complejidad en la enseñanza de este contenido; para llevarlo a cabo contamos con material concreto y semiconcreto que tiene como fin aportar un aprendizaje significativo.

Entonces, como profesores en el área de matemática nos vimos obligados a compartir y dar respuesta ante la necesidad de proporcionar a los docentes, los conocimientos básicos suficientes para manejar estos contenidos; las fracciones y sus operaciones considerando el enfoque realista constructivista.

La metodología que se propone es la resolución de problemas y el uso de material concreto para introducir de forma básica el tratamiento de las fracciones y sus operaciones.

Esperamos contribuir a la mejora de la enseñanza aprendizaje en los diferentes niveles y la socialización de los contenidos ofreciendo propuestas de contenidos en el área básica de matemáticas, específicamente, las fracciones, que presentan dificultades en nuestros educandos y permitir prepararlos para enfrentar la vida cotidiana.

3. Objetivos

Socializar una propuesta didáctica sobre la enseñanza de las fracciones y sus operaciones a nivel básico, con un enfoque realista constructivista, como alternativa de solución a las dificultades que presentan los alumnos en la adquisición de los diversos significados y de las operaciones de las fracciones contemplados en el contenido curricular de las matemáticas.

Promover situaciones de aprendizaje, a partir de situaciones problemáticas donde el alumno construya y conceptualice los diferentes significados de las fracciones.

Comprender y manejar las fracciones en la resolución de problemas que impliquen las operaciones básicas de éstas.

4. Metodología del taller

La realización de jornadas de trabajo en la que los participantes formaran grupos de

trabajo, contarán con facilitadores, se le proporcionarán hojas de trabajo en la que se pretende que lo realice en cooperación con los compañeros para que estos se desenvuelvan con fluidez, confianza e identificación para conseguir los objetivos planteados. Y a su vez, con esta estrategia metodológica facilitar la socialización de conocimientos y promover el desarrollo de las competencias básicas en el aula. Así pues, el trabajo en equipo es medio y fin en este marco de las competencias.

Entonces, el trabajo en grupo nos permitirá que los participantes se involucren activamente en la construcción de su conocimiento, se unan, se apoyen mutuamente, que tengan mayor voluntad, consiguiendo descubrir, participar, más y cansándose menos... y sus esfuerzos, aportes individuales relacionados en el grupo cobran más fuerza.

Las características del grupo meta:

- Compromiso y responsabilidad personal de cada miembro del equipo
- Interacción entre los participantes para la construcción del conocimiento en el tema de funciones.
- Que los participantes tengan las mismas oportunidades para contribuir al éxito del equipo y aquellas personas que necesiten ayuda, el propio grupo debe ofrecérsela o bien tendrán el apoyo de los facilitadores del taller.

5. Aspectos generales

Se espera la participación del público meta de profesores de primaria y secundaria, como requerimientos del taller será necesaria un aula amplia formar los grupos y para trabajar el material concreto (acetatos) y semi concreto.

Actividades a desarrollar

Los contenidos que se abordarán son; la resolución de problemas, las operaciones básicas abordadas con material concreto, para lo cual se necesitarán acetatos para ilustrar las operaciones, colores y otros.

- Resolución de problemas que impliquen las operaciones básicas con fracciones.
- Análisis de los conceptos de fracciones; Conceptos y sus partes, fracciones equivalentes.
- Suma y resta de fracciones.
- Producto de fracciones y
- Cociente de fracciones.

Materiales

Acetatos, hojas de trabajo, colores y otros.

6. Referencias bibliográficas

- Llinares, A. y Sánchez, M. (1997). *FRACCIONES*. Madrid: Editorial Síntesis. España.
- Arce, R. y Marín, M. (2013). El estudio de las fracciones a nivel de octavo año. ¿Las fracciones un concepto complejo o fácil de abordar? Tecnológico de Costa Rica.
- Fernández, B. (2009). *MATERIALES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES*, Universidad de Granada. España.
- Arana, W., Palacios, R., Ramos, P., (2010). Álgebra de los números reales, Ministerio de Educación (MINED), San Salvador, El Salvador.
- Calderón, V., Benavides, S., Cabrera, C., Cerros, G., Monterrosa, B., y Coello, J. (2008). *MATEMÁTICA 4*, Ministerio de Educación de El Salvador. El Salvador.



UNA INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LAS FRACCIONES HOJA DE TRABAJO **Jornada 1. Resolviendo problemas con fracciones**

Lenguaje cotidiano

¿Te has detenido alguna vez a pensar la cantidad de situaciones en la vida cotidiana en que aparecen las fracciones?

Este taller es la oportunidad para revisar, retroalimenta y hacer reflexiones que nos sorprenderán lo importante que es el concepto de fracción.

Sobre los conceptos.

Fracción es un concepto familiar

Palabra latina: fractio significa romper

De acuerdo a diccionarios actualizados se define:

- a) La división de un todo en sus parte o bien las partes de un todo.
- b) quebrado entendiéndose como una división que no puede efectuarse.

Algunas palabras de uso cotidiano: un medio, cuartos, tercios, octavos y cada vez van desapareciendo las cantidades cada vez que aumenta el campo de aplicación.

Sobre los algoritmos de las operaciones

Preguntas que pueden formularse y dar respuesta de forma personal:

1. ¿Identifica la noción de fracción en una situación cotidiana?
2. ¿Identifica la noción de fracciones equivalentes en la vida cotidiana?
3. ¿Utilizan los niños los algoritmos relativos a las operaciones en las situaciones cotidianas?
4. ¿Es necesario mantener la enseñanza de los algoritmos de las operaciones?
5. ¿Debe el tema pertenecer a un nivel superior?
6. ¿Es útil enseñar los algoritmos?

Reflexiones

¿Qué mejor material que ofrece la vida misma?

La experiencia, las actividades del diario vivir refuerza la intuición y la acción para conseguir la abstracción y la construcción del lenguaje formal matemático.

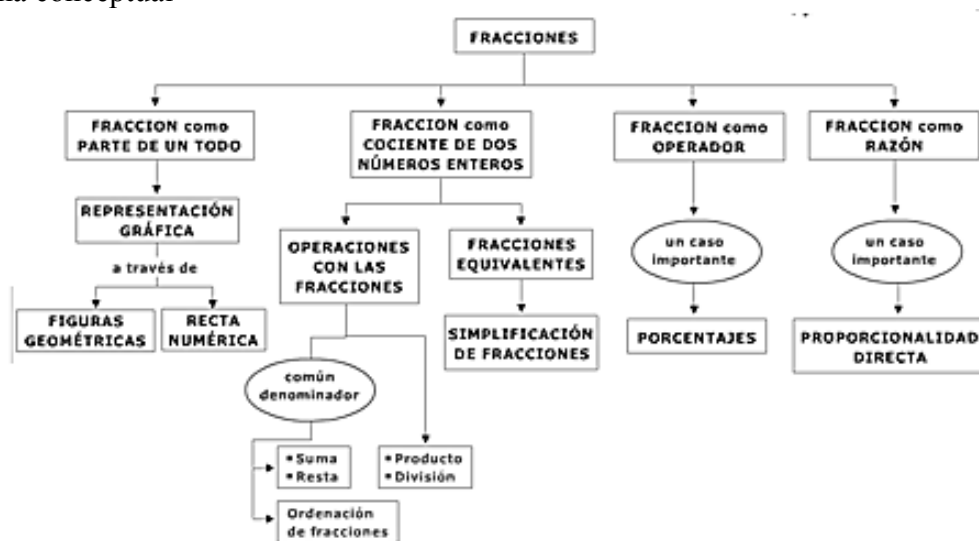


Las normas didácticas para la enseñanza de las matemáticas señalan: “la fundamentación sólida de los conocimientos como punto de partida indispensable para la ampliación y adquisición de otros nuevos. Los problemas deben ir de forma gradual y en progreso creciente de dificultades”.

Interpretaciones del concepto

La Fracción como Parte-todo y la medida: la cual está referido a representaciones en los contextos continuos y discretos. Como cociente entendiéndose como una división indicada. La fracción como razón la cual es utilizada en contextos de probabilidades y porcentajes.

Esquema conceptual



Objetivos

AHORA VAMOS
A APRENDER A:



- Representar fracciones gráficamente en la recta real.
- Resolver problemas en los que se utilicen las fracciones como parte de un todo.
- Resolver problemas en los que se utilicen las fracciones como cociente de dos números.
- Calcular fracciones equivalentes a una dada. Simplificar fracciones y calcular la irreducible de una dada.
- Ordenar y comparar fracciones. Operar con fracciones: suma, resta, multiplicación y división.
- Resolver problemas en los que se utilicen las fracciones como operadores.
- Resolver problemas en los que se utilicen las fracciones como porcentajes.
- Resolver problemas en los que se utilicen las fracciones como proporciones entre dos magnitudes.

<http://conteni2.educarex.es/m>

1. José: «Voy a arrojar tres monedas al aire. Si todas caen cara, te daré diez centavos. Si todas caen cruz, te daré diez centavos. Pero si caen de alguna otra manera, tú me das cinco centavos a mí.»



Jaime: "Déjame pensarlo un minuto. Al menos dos monedas tendrán que caer igual porque si hay dos diferentes, la tercera tendrá que caer igual que una de las otras dos. Y si hay dos iguales, entonces la tercera tendrá que ser igual o diferente de las otras dos. Las probabilidades están parejas con respecto a que la tercera moneda sea igual o diferente. Por lo tanto, hay las mismas probabilidades de que las monedas muestren el mismo lado, como que no. Pero José está apostando diez centavos contra cinco que no serán todas iguales, de modo que las probabilidades están a mi favor. ¡Bien, José, acepto la apuesta!"

¿Fue bueno para Jaime haber aceptado la apuesta?

2. Tres recipientes contienen agua: el primero $50/47$ de litro, el segundo $62/55$ de litro y el tercero $33/30$ de litro. ¿Qué recipiente contiene más agua? ¿Y el que tiene menos?



3. Manuel quiere comprar $\frac{1}{2}$ kilo de jamón. Si en el supermercado sólo venden paquetes de $\frac{1}{8}$ de kilo,



¿Cuántos paquetes deberá comprar?

4. Un agricultor ha sembrado las $\frac{2}{5}$ partes de un campo de trigo y $\frac{1}{3}$ de cebada. Si el campo tiene 4500 m^2 , ¿qué superficie queda sin sembrar?

5. Un agricultor ha sembrado las $\frac{2}{5}$ partes de un campo de trigo y $\frac{1}{3}$ de cebada. Si aún quedan 1200 m^2 sin sembrar, ¿qué superficie tiene el campo?



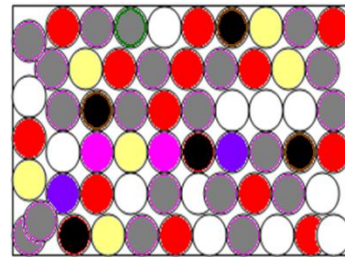


Jornada 2. Conceptos básicos. Operaciones con fracciones.

A continuación se realizarán actividades que abordan el concepto de fracción. Se inicia con actividades en las que nos inducen a la representación del concepto de fracción utilizando figuras geométricas, construcción de las fracciones equivalentes, en ese orden nos lleva a los axiomas de orden de las fracciones. Además, se pretenden que los ubiquen en la recta real para definir el lugar que ocupan en éste, generando propiedades para su ordenamiento. Seguidamente se representan e identifican las fracciones mixtas y finalmente se realizan las cuatro operaciones básicas utilizando recursos que nos permiten facilitar la comprensión de las operaciones y fundamentalmente interpretar cada una de las fracciones que se obtengan como resultado del enfoque constructivista.

1. a) Responde

- ¿Cuál es la fracción que forma el conjunto de chibolas rojas?
- ¿Cuál es la fracción que forma el conjunto de chibolas rosadas?
- ¿Y las amarillas?



2. Suma de fracciones

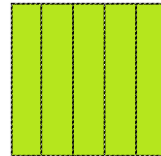
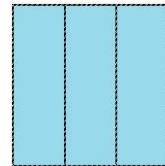
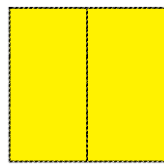
- Fracciones que tienen el mismo denominador se llaman *fracciones homogéneas*.
- Fracciones que tienen un denominador diferente se llaman *fracciones heterogéneas*. Escribe las respuestas que corresponden con los dibujos.

Notas previas

- Los algoritmos de las fracciones resulta conflictivo, y en su mayoría por su “poca utilidad práctica” suelen evitarlos en la vida cotidiana, sustituyéndolos por otros procedimientos, en la búsqueda de una solución trivial, sin tanto razonamiento, situando esta situación en el centro de una gran problemática. El planteamiento de la cuestión de los algoritmos relativos a las operaciones con fracciones se desata una polémica en la forma de abordar este tema.
- En esta oportunidad, plantease el abordaje de las operaciones utilizando recursos manipulables que de alguna forma las metodologías que proponen algunos especialistas en didácticas de las matemáticas suelen ser efectivas siempre y cuando haya disponibilidad para su interpretación y su comprensión.



- Utilizaremos como recursos acetatos en forma de cuadrados (ver cuadrados), y rayados como las figuras que se presentan a continuación representados en diferentes colores lo que permitirá identificar los términos de los sumandos y además de las fracciones que se utilizaran.
- Se construirán fracciones equivalentes, seguidamente, efectuaremos operaciones como la suma, resta, multiplicación, finalmente plantearemos algunas ideas para el abordaje de el cociente que su representación se vuelve complicada por su complejidad pero se intentara representar para comprender su proceso de como efectuarse.



3. Para la suma de fracciones es necesario identificar el denominador, en las que se tienen dos casos

- Cuando este es igual
- Cuando este es diferente

Para el primer caso, no se presenta ninguna dificultad ya que únicamente la operación se efectúa sumando únicamente los numeradores y el denominador se conserva.

¿Por qué?.....

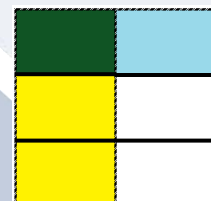
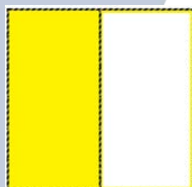
Por qué se trata de las mismas particiones.

Se utiliza el concepto de agregar, unir y como se trata de las mismas particiones solo se agregan.

Nuestro problema radica cuando son diferentes denominadores.

Modelo de aplicación. Efectuar $1/2 + 1/3$

Utilizaremos los acetatos





Trasponemos los acetatos y obtenemos:

Total: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

4. Haciendo uso del recurso se pide que realices las sumas siguientes:

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$

d) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$

e) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

f) $\frac{5}{6} + \frac{1}{5}$

5. ¿Puedes restar la siguiente fracción? Utiliza dibujos u objetos para ayudarte.

$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \text{¿Qué fracción?}$

- Que tengo que hacer para visualizar el resultado.
- ¿Está complicado?, ¿por qué?
- Analiza y reflexión observando las figuras detenidamente.

6. Realiza la siguiente resta de fracciones:

a) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$

e) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5}$

i) $1\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$

b) $\frac{6}{7} - \frac{5}{7}$

g) $\frac{9}{11} - \frac{3}{11}$

j) $3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{5}$

c) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$

g) $\frac{5}{9} - \frac{3}{9}$

k) $4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{8}$

d) $\frac{5}{12} - \frac{8}{12}$

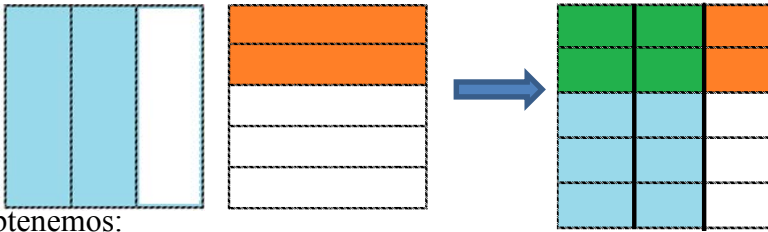
h) $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$

l) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$



7. Restar: $2/3 - 2/5$

Se necesitan los acetatos:



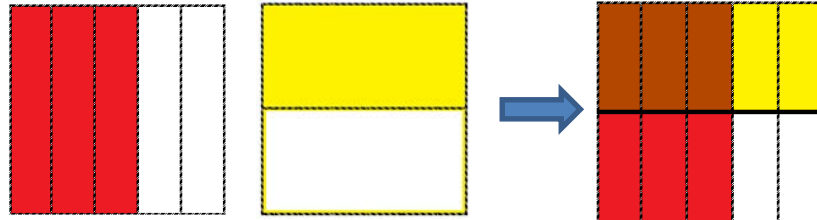
Trasponemos los acetatos y obtenemos:

Entonces, $2/3 - 2/5 = 4/15$

Explicar el proceso de como obtuvimos el resultado.

8. Restar $3/5 - 1/2$

Acetatos que se utilizaran



Trasponemos los acetatos

Obtenemos el resultado siguiente: $3/5 - 1/2 = 1/10$

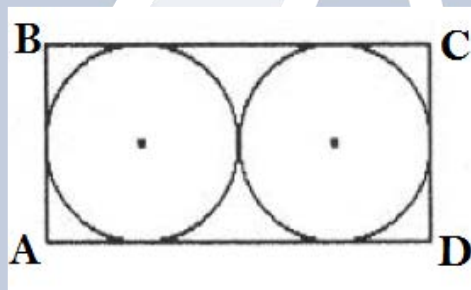
9. Producto de fracciones.

- Completa cada uno de los siguientes cuadrados mágicos :

$\frac{4}{7}$		$\frac{2}{7}$
	$\frac{5}{7}$	
		$\frac{6}{7}$

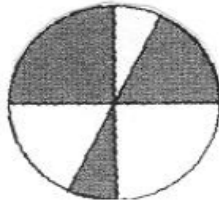
		$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$

10. La suma de las áreas de los dos círculos iguales de la figura es 72π . ¿Cuál es el área del rectángulo ABCD? ¿Cuál es su perímetro?



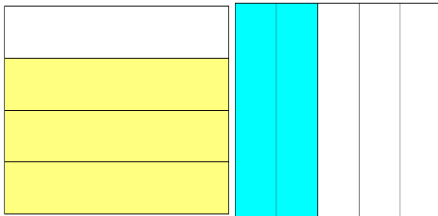


Si el radio del círculo de la figura es 6, ¿cuál es el área total de la zona sombreada? Calcula su valor aproximado tomando $\pi = 3,14$.

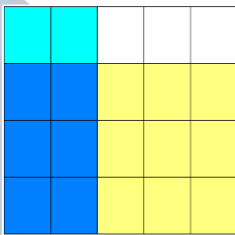


Modelo de aplicación. Efectuar el producto $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

Para ello se necesitan los acetatos



Trasponemos los acetatos
y obtenemos lo siguiente



Obsérvese que nuevamente se forma la intersección de dos colores este como tal representa el producto de las fracciones lo que significa que el producto está indicado por la parte sombreada, es decir: $\frac{6}{20}$ y nótese que esta fracción es reducible

$$\text{Entonces } \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

11. Haciendo uso del recurso se pide que realices las multiplicaciones siguientes:

- a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$
- b) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$
- c) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$
- d) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

a) Una vez has consolidado el producto de fracciones puedes escribir cual es la regla del producto de fracciones.

b) La representación por medio de diagramas puede ayudar a mostrar el producto de fracciones. Veamos, “Quedaba $\frac{3}{4}$ de pastel en la refrigeradora y me comí los dos tercios.



¿Qué porción del pastel me comí? Representalo usando gráficos o algún dibujo que represente dicha solución.

12. Problemas de aplicación. Resuelve cada una de las siguientes situaciones:

Problema 1. Lucas comió dos quintas partes de $\frac{1}{4}$ de una libra de semilla de marañón, ¿Qué fracción de kilo comió?

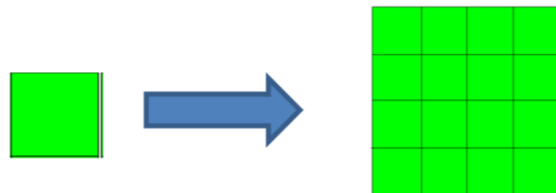
Problema 2. Para prepararle la pacha de leche a su bebé, Marcela ocupa los $\frac{3}{4}$ de capacidad de la pacha, que es de $\frac{1}{5}$ de litro. ¿Qué fracción de litro de leche prepara Marcela?

13. División De Fracciones

La operación más usada en la división de fracciones es la que se fundamenta en la idea de fracciones inversas o bien fracciones recíprocas.

Intentemos con una idea intuitiva.

Formulemos la expresión siguiente “Cuántas veces cabe.... en....”

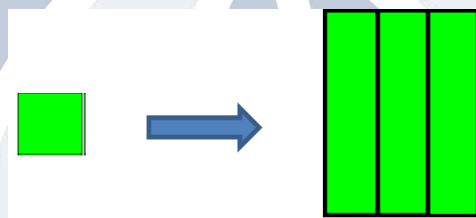


¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{16}$ en el cuadrado? ¿Cuántas veces cabe la tira en el cuadrado en $\frac{3}{4}$?



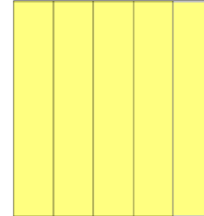
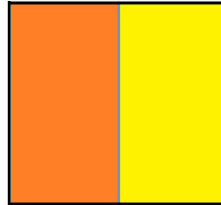
14. Efectuar

a) $\frac{1}{16}$ entre $\frac{3}{4}$

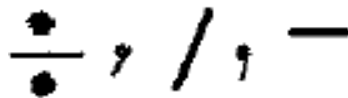




b) $\frac{1}{2}$ entre $\frac{7}{10}$



Recuerda que la notación varía en los diferentes textos de matemáticas. Por ejemplo:



De acuerdo al comportamiento que se ha propuesto puedes definir el algoritmo que nos permite el cálculo de la división en las fracciones.

15. Efectuar las divisiones siguientes haciendo uso del algoritmo de la división de fracciones.

a) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{7}$

e) $\frac{5}{6} \div \frac{8}{9}$

i) $\frac{7}{8} \div \frac{4}{21}$

b) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{8}$

f) $\frac{26}{27} \div \frac{39}{36}$

j) $\frac{8}{9} \div \frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$

g) $\frac{5}{2} \div \frac{8}{15}$

k) $\frac{15}{8} \div \frac{9}{12}$

d) $\frac{4}{9} \div \frac{8}{3}$

h) $\frac{7}{3} \div \frac{9}{14}$

l) $\frac{6}{35} \div \frac{5}{7}$

16. Ejercicios de aplicación

Problema 1. Joselin debe repartir 5 libras de arroz en bolsas de $\frac{1}{4}$ de libra. ¿Cuántas bolsas de $\frac{1}{4}$ de libra logrará llenar?

Problema 2. Tengo $\frac{7}{8}$ de kilo de chocolates. ¿Cuántas cajas De $\frac{1}{4}$ de kilo alcanzo a llenar?