



IX CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.tec.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico
de Costa Rica

Estadística descriptiva modelada con GeoGebra

Carlos Monge Madriz
Instituto Tecnológico de Costa Rica
carlos.monge.madriz@gmail.com

Steven Gabriel Sánchez Ramírez
Instituto Tecnológico de Costa Rica
stevengabriel26@gmail.com

Resumen: La modelización de problemas en estadística, utilizando tecnología, es una herramienta indispensable en las lecciones de matemática del siglo XXI. El docente debe centrarse en procurar la experimentación, indagación y exploración de datos estadísticos, función que pueden llevar a cabo con el uso de GeoGebra. En este taller los asistentes tendrán la oportunidad de explorar la hoja de cálculo y las herramientas estadísticas del software para el modelado de distintos problemas. Se confeccionarán materiales, redacción de problemas y guías de trabajo orientadas a favorecer la metodología de laboratorio y la adecuada implementación de la tecnología en una lección de estadística descriptiva.

Palabras clave: Estadística descriptiva, geogebra, modelización, simulación, problemas

1. Introducción

La implementación de nuevos programas de estudio en matemáticas por parte del Ministerio de Educación Pública, permitió la introducción de 5 ejes disciplinares al currículo, de los cuales, el taller enfatizará principalmente en la proyección de:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.

Al estudio de la estadística y sus aplicaciones se le ha dado menos importancia al punto de llegar a ser un tópico rezagado en los programas de matemáticas en años anteriores. En la reforma matemática implementada en el 2012, se da una potenciación a la enseñanza y el

aprendizaje de la estadística para su aplicabilidad en la vida diaria. Es por ello, que con este taller se busca ayudar al docente en la elaboración de materiales didácticos apoyados de herramientas tecnológicas para la enseñanza de la estadística basada en la resolución de problemas.

Batanero, Garfield, Ottaviani, y Truran (2000) dan su opinión acerca de la incursión de la tecnología en las lecciones de estadística:

El software y las herramientas tecnológicas cambian el significado de la estadística porque introducen nuevas representaciones, cambian la forma en que trabajamos con los objetos estadísticos y el tipo de problema que los estudiantes encuentran en la clase. Por otro lado, el rápido cambio del software estadístico implica la necesidad de una revisión constante de las actividades de enseñanza. (p.3)

En concordancia con lo anterior, el lograr un aprendizaje significativo en la enseñanza de la estadística implica un reto distinto en cuanto a la enseñanza del álgebra o la geometría, por ejemplo. Los tópicos estocásticos no deben matematizarse y deben adaptarse a la realidad del estudiante. Es por ello que el uso de tecnologías favorece un ambiente exploratorio, gráfico, dinámico, experimental e interactivo que permite el desarrollo de competencias esenciales para el aprendizaje de la estadística.

Esta incursión de las tecnologías, en las lecciones de la estadística, conlleva a que el docente elabore estrategias metodológicas que involucren de manera didáctica los contenidos a enseñar. La relación tecnológica-metodológica que se quiere lograr, en el caso de Costa Rica, debe responder al trabajo en el aula con la resolución de problemas, en concordancia con Gamboa (2007) que indica:

Diferentes herramientas tecnológicas pueden ser usadas para resolver un problema y diferentes métodos, usando la misma herramienta, dan la oportunidad de juzgar y discutir cuál sería la mejor solución. Esto representa una forma para que los estudiantes aprendan la conveniencia del uso de diferentes herramientas y reconsideren la posibilidad de usar sólo “papel y lápiz” (p.3)

La resolución de distintas situaciones, con el uso de herramientas tecnológicas, en el área de la estadística, se relaciona con el modelado de problemas a través de un software específico. Fomentando la exploración y el descubrimiento de distintos conceptos o propiedades que vistos de otra forma se transforman en obstáculos para los estudiantes que inician sus estudios en estadística. (Fischbein, citado por Batanero y Díaz, 2011)

El software GeoGebra se ha caracterizado por su alta funcionalidad para la enseñanza de las matemáticas como herramienta tecnológica, facilitando la interacción entre los estudiantes y la visualización de los contenidos matemáticos.

Del-Pino (2013, p.243), citado por Monge y Sánchez (2015, p.9), manifiesta que este programa presenta una amplia gama de potencialidades, dentro de los cuales destacan que: es gratuito y de código abierto, es multiplataforma, sencillo, fácil de usar y lleno de funcionalidades indispensables para el quehacer dentro del área de la estocástica.

2. Aspectos generales

En vista de todas las potencialidades de GeoGebra, la importancia de la enseñanza de la estadística y el énfasis de una metodología enfocada a la resolución de problemas, es que nace la iniciativa de este taller. Los objetivos que se pretenden lograr se orientan a:

- Desarrollar estrategias metodológicas apoyadas en el uso de GeoGebra, para la enseñanza de diversos temas de estadística descriptiva.
- Explorar las funcionalidades de la hoja de cálculo de GeoGebra y las respectivas funciones estadísticas del software.
- Modelar y simular problemas de estadística utilizando la hoja de cálculo u diversas animaciones.
- Incentivar en los participantes la importancia del uso de las tecnologías como aspecto fundamental para la enseñanza de la estadística en secundaria.

El taller estará dirigido a docentes de secundaria y se requiere de un laboratorio de computadoras y un video beam.

La metodología del taller se enfocará en la experimentación e interacción de las funciones estadísticas y de hoja de cálculo del software.

Se buscará que los participantes sean activos, elaboren sus propios problemas, los modelen con GeoGebra y compartan con el resto de asistentes las ideas implementadas en el proceso de modelización.

La estructura de trabajo del taller se divide en dos partes:

I. Exploración de funciones estadísticas de GeoGebra

En esta etapa se llevará a cabo la primera interacción con el software, los participantes realizarán la modelización de distintos problemas mediante la guía de los facilitadores. Se realizará un vistazo rápido de GeoGebra, se elaborarán tablas con la ayuda de la hoja de cálculo, construcción de diagrama de barras, circular e histogramas.

II. Modelización grupal de problemas

Se realizará una breve presentación de la importancia de la contextualización de problemas, además de las principales características de la metodología de laboratorio. Se mostrará cómo se pueden utilizar el sitio GeoGebra Tube para personalizar y contextualizar materiales de libre acceso.

Los participantes se formarán subgrupos, a cada equipo se le entregará un tema de estadística de secundaria. Cada grupo deberá buscar algún material en GeoGebra Tube que se relacione con la temática indicada. Luego deberán redactar un problema contextualizado a la realidad nacional que se modele con el material que se seleccionó previamente y a su vez crear una guía de preguntas que favorezca el desarrollo de una metodología de laboratorio.

Al finalizar, cada subgrupo, presentará al resto de los participantes la actividad confeccionada. También todos los asistentes compartirán el producto final que idearon en sus subgrupos.

III. Cronograma de trabajo

El taller se brindará bajo la siguiente distribución:

Actividad	Duración
<i>Rápido vistazo de GeoGebra.</i>	1 hora y 30 minutos
<i>Elaboración de tablas con la ayuda de la hoja de cálculo</i>	
<i>Construcción de diagrama de barras e histograma.</i>	
<i>Construcción de gráfico circular</i>	
<i>Modelización grupal de problemas</i>	1 hora y 30 min

3. Guías de trabajo

A. Construcción de un gráfico de barras

1. Considere el siguiente problema:

La siguiente tabla muestra el número de ausencias de 45 estudiantes a las lecciones de Biología de un colegio ubicado en San José. El área administrativa de la institución desea realizar un registro estadístico para determinar cuál es el número promedio de ausencias en todo el centro educativo. Construya el respectivo gráfico de barras y determine la media de las ausencias.

Número de ausencias	Cantidad de estudiantes
1	5
2	6
3	10
4	12
5	8
6	4

- Abra e software GeoGebra.
- En el menú superior, seleccione “Vista” y luego “Hoja de Cálculo”.
- Copie la tabla en las casillas de la A1 hasta la A7 y de la B1 hasta la B7.

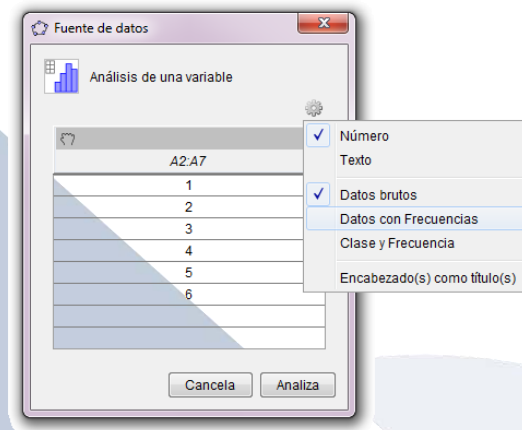
	A	B
1	N° Ausencias	N° Estudiantes
2	1	5
3	2	6
4	3	10
5	4	12
6	5	8

- Seleccione las casillas de la A2 hasta la A7. Luego de clic sobre el botón “Análisis

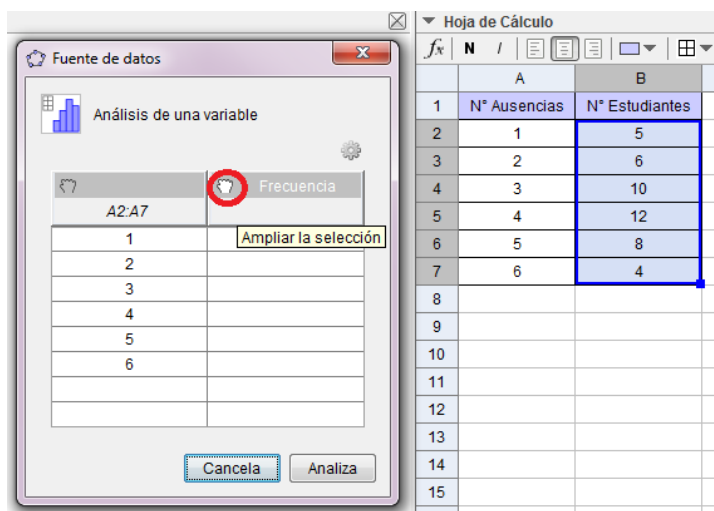



de una variable” que se encuentra en el menú sobre el borde superior izquierdo de la pantalla.

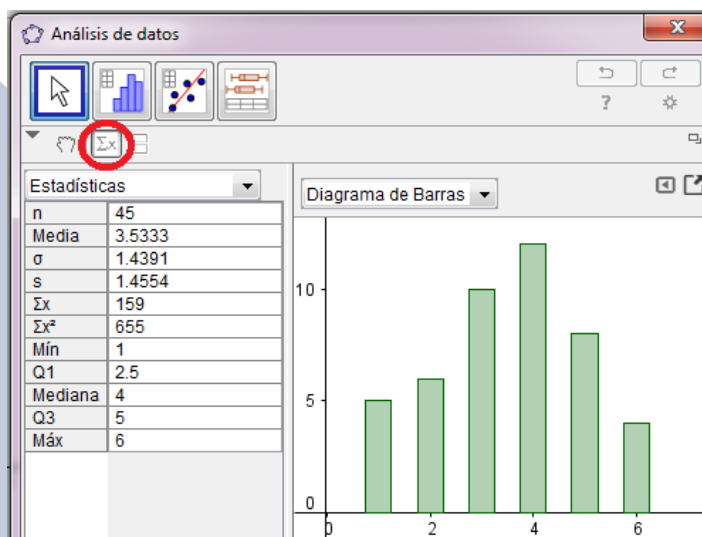
- En la ventana que aparece, de clic sobre el botón con forma de tuerca que se encuentra en el borde superior derecho y escoja la opción de “Datos con frecuencias”





- Seleccione las casillas de la B2 hasta la B7. En la ventana que apareció en el paso anterior, de clic sobre la mano que se encuentra en la columna de “Frecuencias”. Finalmente presione el botón “Analiza”.



8. Observe que se le presenta el gráfico de barras, ahora se procederá a cambiar el formato de las barras. De clic sobre el botón, en el borde superior derecho de la ventana, que tiene forma de triángulo . En el menú que se le presenta, interactúe con las diferentes opciones que le permiten cambiar el ancho de las barras o las dimensiones del gráfico.
9. Para mostrar las estadísticas del gráfico presione el botón con forma de sumatoria que se encuentra en el borde superior izquierdo de la ventana.



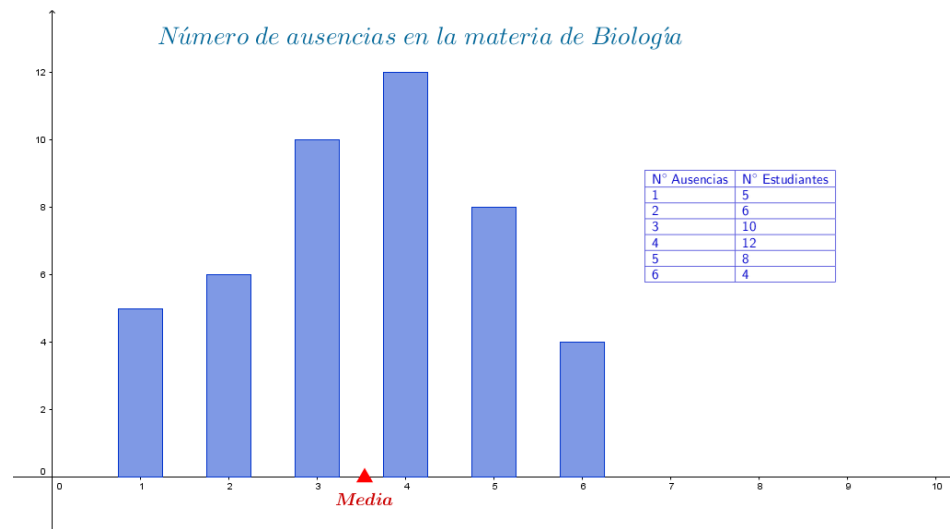
10. Si se desea guardar el gráfico como imagen o colocarlo en la “Vista gráfica de GeoGebra”, de un clic sobre el botón .

11. Teniendo el gráfico copiado sobre la vista gráfica, de clic con el botón derecho a cualquiera de las barras del gráfico. Escoja la opción de “Propiedades” y modifique el color y el estilo de su gráfico.
12. Ahora se procederá a obtener todas las medidas de tendencia central, para ello seleccione las casillas de la A2 hasta la A7. Luego de clic sobre el botón  y seleccione la opción “Lista”. En la ventana que se le presenta, renombre la lista como “Ausencias” y luego de clic sobre el botón “Crea”.
13. Cree una nueva lista con la información de las casillas de la B2 hasta la B7, nombre a esta lista como “Frecuencias”.
14. En la “Barra de Entrada” escriba cada uno de los siguientes comandos para obtener las distintas medidas de tendencia central y variabilidad:

Medida	Comando
Media	Media[Ausencias, Frecuencias]
Mediana	Mediana[Ausencias, Frecuencias]
Varianza	Varianza [Ausencias, Frecuencias]
Desviación estándar	DE[Ausencias, Frecuencias]
Cuartil 1	Q1[Ausencias, Frecuencias]
Cuartil 3	Q3[Ausencias, Frecuencias]

15. Se procederá a representar la media en el gráfico mediante un punto. Para ello seleccione el valor que representa a la media en la “Vista Algebraica” y renómbrela como “media”.
16. En la barra de entrada digite (media, 0) esto permitirá graficar el punto que representa a la media en el eje X.

17. Modifique las propiedades de este punto, hágalo más grande y cámbiele el color. Colóquelo la etiqueta bajo el nombre de “Media”.
18. Seleccione toda la tabla que se encuentra en la “Vista de hoja de Cálculo”, luego de clic derecho sobre ella y en la opción “Crea” elija “Tabla”. Observe que obtendrá la misma tabla sobre la “Vista Gráfica”. Finalmente con un texto coloque el título de *Número de ausencias en la materia de Biología*.



B. Construcción de un histograma

1. Considere el siguiente problema:

Manuel tiene 15 años y los fines de semana ayuda en el negocio familiar: El hotel “Parador”, ubicado en la zona de Manuel Antonio. Su padre necesita información relacionada con las edades de los turistas que visitaron el hotel la semana pasada, con la finalidad de decidir cuáles actividades de playa puede sugerir el hotel. Miguel debe realizar un pequeño informe con los datos suministrados por su padre.

20, 21 ,25, 27, 28, 28, 35, 37, 38, 39, 40,
 41, 42, 43, 44, 45, 50, 51, 53, 54, 55, 61,
 62, 63, 63, 63, 65, 67, 68, 69, 70, 75

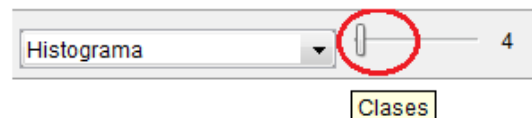
2. Abra el programa GeoGebra en su computadora.
3. En el menú elija la opción “Vista” y luego “Hoja de Cálculo”.
4. En las celdas de la “Hoja de cálculo” escriba las edades suministradas en el problema.

Hoja de Cálculo			
f_N	N	/	
	A	B	C
1	20	21	25
2	27	28	28
3	35	37	38
4	39	40	41
5	42	43	44
6	45	50	51
7	53	54	55
8	61	62	63
9	63	63	65
10	67	68	69
11	70	75	

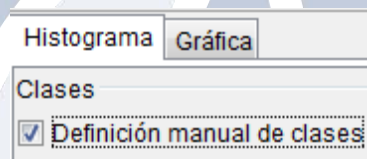
5. Seleccione todas las celdas que tienen la información digitada, aparecerá un recuadro azul indicando lo que estamos marcando.



6. De un clic sobre el botón “Análisis de una variable” que se encuentra en el menú superior.
7. En la ventana emergente que se muestra, de un clic sobre el botón “Analiza”.
8. Inmediatamente se abrirá una ventana en la que se presenta un histograma. Con el deslizador que se contiguo a la casilla con la palabra “Histograma” usted puede modificar el número de clases que desea mostrar.



9. De clic sobre el ícono que se encuentra a la par del deslizador y que tiene forma de triángulo.
10. Se abrirá una especie de pestañas, seleccione en la categoría de “Clases” la opción de “Definición manual de clases”.



11. En la parte superior se mostrará una barra de entrada, donde usted podrá indicar con qué clase iniciar y el ancho de cada clase.

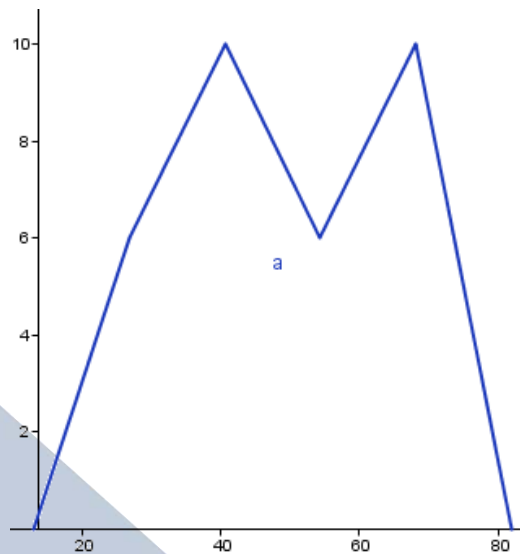
Inicio Ancho

12. En la categoría de “*Tipo de frecuencia*” podrá elegir si la desea acumulada o no. También si los datos son expresados de manera de “*Cuenta*” o “*Relativos*”. Eso hace que los valores para el “*eje y*” cambien.

13. En la opción “*Mostrar*” usted puede desplazar la tabla de frecuencias con su respectivo intervalo y frecuencia.

Intervalo	Frecuencia
20 - 33.75	6
33.75 - 47.5	10
47.5 - 61.25	6


14. En la misma opción de “*Mostrar*” usted podrá elegir si desea un “*Poligono de Frecuencias*”.



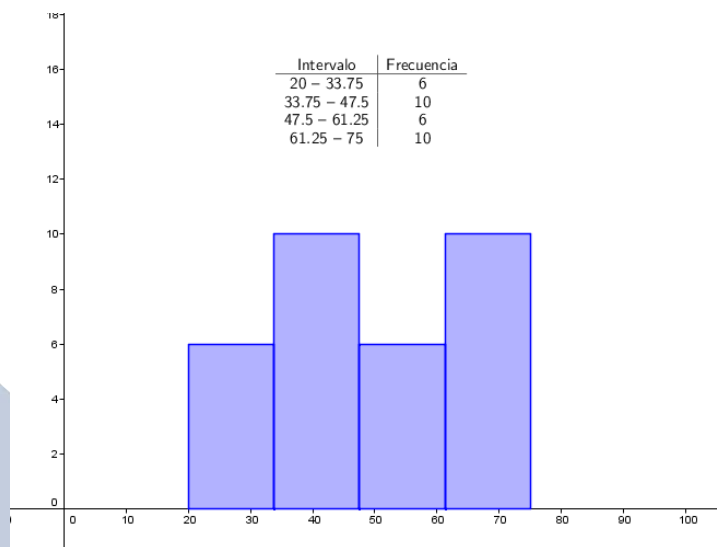
15. Regrese a la opción de “*Histograma*” y “*Tabla de frecuencias*” .

16. Seleccione el ícono de “*Mostar Estadísticas*” Σx que se encuentra en la parte superior de la ventana. Le aparecerá un apartado con estadísticas de utilidad.

Estadísticas	
n	32
Media	48.1875
σ	15.6314
s	15.8815
Σx	1542
Σx^2	82124
Mín	20
Q1	37.5
Mediana	47.5
Q3	63
Máx	75

17. De clic sobre el siguiente ícono  y luego en la opción “Copia en vista gráfica”.

18. Observe que se generó el histograma en la “Vista Gráfica” y además la tabla se presenta en estilo LaTeX.



19. Seleccione el histograma y de un clic derecho, en las opciones de propiedades modifique el color, opacidad y estilos de línea.

C. Construcción de un diagrama circular


1. Considere el siguiente problema:

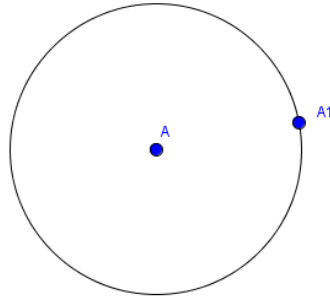
El Colegio Daniel Oduber Quirós se está implementando una serie de actividades culturales. Con la intención de realizar una tarde de cine, se realizó una encuesta para determinar el nivel de agrado de distintos géneros cinematográficos y así seleccionar la película a proyectar. Los datos que se obtuvieron se ubican en la siguiente tabla:

Género	Número de menciones	Porcentaje Total
Ciencia ficción	274	46.91
Acción	153	26.19
Comedia	74	12.67
Drama	62	10.61
Terror	21	3.59
Total	584	100

- Abra el programa GeoGebra en su computadora.
- En el menú superior, seleccione “Vista” y luego “Hoja de Cálculo”.
- En las celdas de la B1 a la B6 anote los géneros que se presentan en la tabla y de la C1 a la C6 los porcentajes.

	A	B	C
1		Género	Porcentaje
2		Ciencia Ficción	46.91
3		Acción	26.19
4		Comedia	12.67
5		Drama	10.61
6		Terror	3.59

- En la “Vista Gráfica” con la herramienta de “Circunferencia (centro, punto)” , confeccione la circunferencia que representará al diagrama.
- Renombre el punto B, que se encuentra sobre la circunferencia, como A1. Observe que en la “Hoja de Cálculo” en la casilla A1 aparecen las coordenadas del punto.

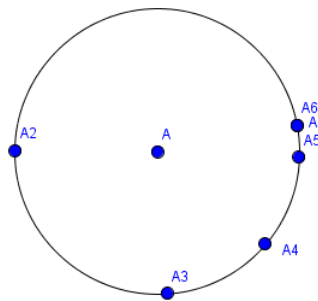



7. Escriba en la barra de entrada el siguiente comando:

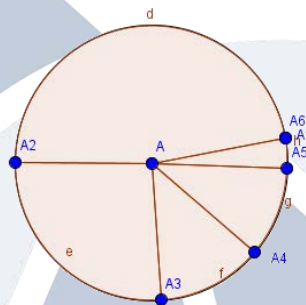
$A2=Rota[A1, C2*3.6^\circ, A]$

8. Seleccione la casilla A2, observe que en la esquina inferior derecha de esta casilla aparece un pequeño cuadro, de clic sobre él y arrastre hasta la casilla A6. Observe que en el círculo se crean el resto de puntos que determinaran cada uno de los sectores en el gráfico.

	A
1	(6.54, 3....
2	(1.86, 3....
3	
4	
5	
6	



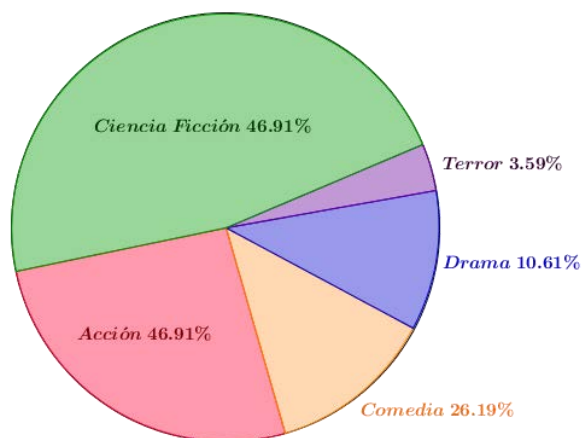
9. Seleccione en el menú principal, la herramienta de “Sector circular”  y confeccione cada uno de los sectores del diagrama circular.



10. Oculte las etiquetas de los sectores circulares y los puntos sobre la circunferencia. Cambie el color de cada uno de los sectores del diagrama.

11. Agregue etiquetas dinámicas a cada uno de los sectores del diagrama.

*Predilección de géneros cinematográficos
de los estudiantes del Colegio Daniel Oduber*



Referencias bibliográficas

Batanero, C. y Díaz, C. (2011). Estadística con proyectos. Granada, España: Universidad de Granada.

Versión en línea:
<http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>

Batanero, C., Garfield, J., Ottaviani, M. y Truran, A. (s.f). Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias. Consultado en: www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Investiga.pdf

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos en investigación y formación en educación matemática*, 2 (3), 11-44

Monge, C. y Sánchez, S. (2015). *Enseñanza de la inferencia estadística usando GeoGebra*. Acapulco, México: Memorias del XXX Foro Internacional de Estadística.