

ATIVIDADES SUGERIDAS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA NO ENSINO MÉDIO

Josivane da Silva Carvalho – Rodrigo Medeiros dos Santos
josivane.math@gmail.com – rodrigomedeiros182@hotmail.com
Universidade Federal do Oeste do Pará - Brasil

Tema: Pensamento relacionado com a probabilidade

Modalidad: CB

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)

Palabras clave: Atividades, História da Probabilidade, Probabilidade Geométrica

Resumo

Este trabalho tem como objetivo propor atividades para o ensino de Probabilidade Geométrica no ensino médio, criando um cenário pedagógico que seja capaz de congrega a Geometria e a teoria das probabilidades de uma forma integrada e eficiente. Para tanto, foram realizadas pesquisas bibliográficas referentes à situação vivenciada no ensino de matemática, as dificuldades dos professores para ensinar em meio a tantos desafios, pesquisas referentes à origem da Probabilidade e, mais especificamente, sobre Probabilidade Geométrica. Quanto às atividades algumas foram baseadas em certos trabalhos existentes sobre essa temática e a maioria foi idealizada por nós. O ensino de matemática tem se tornado um desafio para muitos professores, já que, um número crescente de alunos não gosta de Matemática, não entende para que serve estudar Matemática e não compreende verdadeiramente a sua relevância. Espera-se que as atividades sugeridas possam auxiliar o aprendizado, tanto de geometria como de probabilidade, tornando-o mais eficiente e prazeroso.

O objetivo deste trabalho é apresentar ou propor atividades para o ensino de Probabilidade Geométrica no ensino médio. Acreditamos que a opção pelo uso da geometria no ensino de probabilidade a principio causará algum impacto nos alunos, pois na práxis habitual nos currículos de Matemática é muito comum ensinar probabilidade apenas com exemplos que envolvem baralhos, cartas e moedas. Ao sugerirmos tais atividades, estaremos ampliando novos métodos de ensino referente à probabilidade, pois agora estamos falando de entes geométricos para cálculo dela, o que poderá causar também entusiasmo já que estarão aprendendo a teoria das probabilidades em um viés diferente do tradicional, e tudo que é novo causa um sentimento de interesse nos jovens.

Usar figuras geométricas para o ensino de probabilidade é um diferente método de ensino, mais diversificado e menos tradicional, acarretando assim mais entusiasmo, pois ao passo de estarem aprendendo estarão também revendo conceitos de área das figuras geométricas.

Ser professor hoje é de certo modo difícil, pois vemos os jovens totalmente envolvidos com as redes sociais, uma febre entre os adolescentes, e as tecnologias fazendo com que

os alunos percam o interesse nas aulas, visto que as mesmas acabam sendo vistas como monótonas e não trazem nada de novo (pedagogicamente falando) para o âmbito escolar, especialmente nas aulas de matemática.

Segundo Alves (2001) o professor deve introduzir métodos de ensino para tentar ajudar no aprendizado dos alunos, e um bom aliado são os jogos, que podem ser utilizados para introduzir, conteúdos e preparar o aluno para aprofundar seus conhecimentos e os itens já trabalhados. Eles devem ser escolhidos e preparados com cuidado para levar o aluno a adquirir conceitos matemáticos de modo significativo e concreto.

Apesar de tantas teorias existentes sobre jogos e atividades lúdicas para o ensino de matemática, nossas escolas continuam a optar por seus velhos métodos de ensino que não ajudam a melhorar o ensino de probabilidade, utilizando sempre quadro para explicar e exercícios para memorizar.

Analisando tais fatores, percebemos que a educação deve ser aprimorada no sentido de ensinar através de atividades manipuláveis, tais como sugerimos neste trabalho.

Metodologia

O trabalho desenvolvido seguiu os preceitos de estudo exploratório, por meio de pesquisa bibliográfica, que segundo Gil (2008). “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído de livros, e artigos científicos”.

Para elaboração este trabalho foram realizadas pesquisas bibliográficas referentes à situação vivenciada no ensino de matemática, as dificuldades dos professores para ensinar em meio a tantos desafios, pesquisas referentes à origem da Probabilidade e, mais especificamente, sobre Probabilidades Geométrica.

Quanto às atividades algumas foram baseadas em certos trabalhos existentes sobre essa temática e a maioria foi idealizada por nós.

Probabilidade: Um Pouco de História

Até antes do final do século XV e o início do século XVI não houve nenhum tratamento matemático a respeito da probabilidade, o que existia a respeito disso era o interesse de alguns estudiosos de descobrir algum fenômeno que envolvia determinadas possibilidades e sobre esse interesse do homem em estudar tais fenômenos fez surgir a Probabilidade.

O desenvolvimento das teorias da probabilidade e os avanços dos cálculos probabilísticos devem ser atribuídos a vários matemáticos. Dos quais podemos citar os algebristas italianos Pacioli, Cardano e Tartaglia (séc. XVI) as primeiras considerações matemáticas acerca dos jogos e das apostas. Mas em geral se concorda que a questão à

qual se atribui a origem da probabilidade é o *problema dos pontos*. Esse problema pede que se determine a divisão das apostas de um jogo de azar interrompido, entre dois jogadores igualmente hábeis, supondo conhecer a contagem no momento da interrupção e o número de pontos necessários para ganhar o jogo. Esse problema foi estudado por alguns matemáticos como, Cardano e Tartaglia, mas só verificamos um avanço significativo quando, em 1654, o Chevalier de Méré, um experiente jogador, cujo raciocínio teórico sobre o problema não coincidiu com suas observações, o propôs a Pascal para tentar resolvê-lo. Esse por sua vez se interessou pelo problema e participou através de correspondência com Fermat, daí em diante surge troca de cartas a respeito da resolução do mesmo. As suas cartas contendo as reflexões de ambos sobre a resolução de certos problemas de jogos de azar, são considerados os documentos fundadores da Teoria das Probabilidades

Como Surgiu a Probabilidade Geométrica

As primeiras evidências sobre Probabilidade Geométrica surgiram por volta do século XVIII, baseado no “problema da Agulha de Buffon”, pelo então naturalista francês George Louis Leclerc ou comumente conhecido na corte francesa como Conde de Buffon (1707-1788). Ele apresentou um trabalho à Academia Real de Ciências, chamado “jogo de Franc Carreau”, que consistia em atirar uma agulha sobre um piso ladrilhado com lajotas iguais, isto é, com as mesmas dimensões. Apostava-se onde a agulha cairia: sobre uma única lajota (franc-carreau) ou sobre uma ou mais juntas entre lajotas?

Em relação ao problema de Buffon, ele analisou a seguinte situação: uma agulha de comprimento l permanece no sentido horizontal a certa altura de uma folha de papel com traços paralelos, igualmente espaçados de uma distância d , representado matematicamente assim: $d \geq l$. Ao deixar a agulha cair sobre a folha, ela poderá cruzar as linhas ou não.

Um ponto curioso neste problema é que, mesmo não existindo qualquer círculo no problema original, na sua solução aparece o valor de π . Esta ocorrência se dá pelo fato de que, considerando o centro da agulha, para cada ponto do papel em que este centro possa cair, tem-se um conjunto de possíveis posições para a agulha que delimitam um círculo.

Sugestões de Atividades de Probabilidade Geométrica para Aplicar em Sala de aula

O objetivo dessas atividades é abordar conceitos geométricos e probabilidade Laplaciana a fim de possibilitar um aprendizado mais eficiente e que os alunos

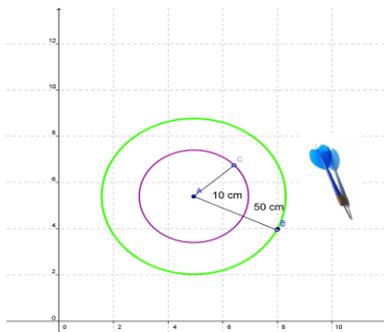
realmente sintam-se mais envolvidos nas aulas e percebam que a matemática esta inserida em varias situações que geralmente não percebem.

Atividade 01

Um dos alunos de uma turma desejava mostrar para seus colegas que possuía um ótimo senso de direção. Logo, propôs o desafio de, com os olhos vendados, procurar atingir um alvo circular com 50 cm de raio, tendo no centro um disco de 10 cm de raio. Em certo momento, temos a informação de que ele acertou o alvo.

- Encontre a área do alvo
- Calcule a área da região central do alvo.
- Qual a probabilidade de que o aluno tenha atingido o disco central?

Figura 1: Alvo circular



Para responder às perguntas, os alunos precisarão saber calcular a área do círculo e também conhecer a relação de probabilidade entre os dois círculos, tais como esta relacionada abaixo:

$$P(C) = \left(\frac{\text{área do círculo menor}}{\text{área do círculo maior}} \right)$$

Respostas:

a) Para encontrar a área do alvo apenas utilizaremos a fórmula do círculo;

$A = \pi \cdot r^2$, substituindo o valor do raio encontramos;

$$A = \pi \cdot (50)^2 = 2500 \pi \text{ unidade de área.}$$

b) A área da região central do alvo é 100π unidades de área. Resolução análoga a anterior, somente mudamos o valor do raio.

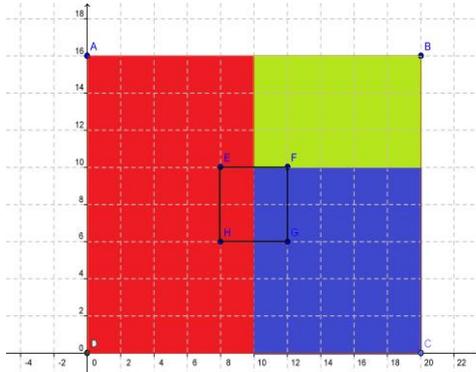
c) A probabilidade é 0,04 ou 4%, pois calculamos usando a fórmula abaixo:

$$P(C) = \left(\frac{\text{área do círculo menor}}{\text{área do círculo maior}} \right) = \frac{100}{2500} = 0,04 \text{ ou } 4\%$$

Atividade 2

Observe o gráfico e imagine ser um alvo:

Figura 2: Alvo



- Observando o gráfico, qual a região que o atirador atingirá com maior facilidade?
- Calcule a probabilidade de o dardo atingir a região vermelha, faça o mesmo para as regiões verde e azul;
- Calcule a probabilidade de acertar área do quadrado EFGH (chamar de área bônus);
- Qual a probabilidade do atirador acertar a região vermelha e a área do bônus? Repita o processo para as outras regiões.
- Dado que o atirador acertou a área bônus, qual a probabilidade que ele acerte a região vermelha?

Respostas

- O atirador terá maior facilidade de acertar a região vermelha já que possui área maior, e menor probabilidade na região verde, por ter área menor.

$$b) P(\text{vermelho}) = \left(\frac{\text{área da região vermelha}}{\text{área total}} \right) = \frac{40 \text{ unid. área}}{80 \text{ unid. área}} = 0,5 \text{ ou } 50\%$$

$$P(\text{verde}) = \left(\frac{\text{área da região verde}}{\text{área total}} \right) = \frac{15 \text{ unid. área}}{80 \text{ unid. área}} = 0,1875 \text{ ou } 18,75\%$$

$$P(\text{azul}) = \left(\frac{\text{área da região azul}}{\text{área total}} \right) = \frac{25 \text{ unid. área}}{80 \text{ unid. área}} = 0,3125 \text{ ou } 31,25\%$$

Observamos aqui que as áreas não possuem medidas dadas em unidade de medida, somente noção intuitiva.

Para obter a probabilidade de o dardo atingir as regiões, é necessário calcular as áreas de cada uma das figuras e depois dividi-la pela área total do alvo.

- Procederemos da mesma forma para obter a probabilidade da região bônus

$$P(\text{bônus}) = \left(\frac{\text{área da região bônus}}{\text{área total}} \right) = \frac{4 \text{ unid. área}}{80 \text{ unid. área}} = 0,05 \text{ ou } 5\%$$

$$d) P(V \cap B) = \frac{2}{80} = 0,025 \text{ ou } 2,5\%$$

$P(\text{Verde} \cap B) = \emptyset$, aqui a probabilidade é impossível já que não há intersecção entre as áreas, ou seja, nenhuma área em comum entre as regiões.

e) $P(V|B) = \frac{P(V \cap B)}{P(B)} = \frac{2,5}{5} = 50\%$, sabemos aqui a probabilidade da intersecção e a probabilidade da área do bônus, tendo esses resultados, usamos nesse caso a formula da probabilidade condicional para resolvermos esta questão.

$$P(\text{Verde}|B) = \frac{P(\text{Verde} \cap B)}{P(B)} = 0$$

$$P(\text{Azul}|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2,5}{5} = 50\%$$

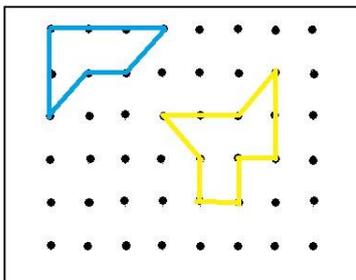
Atividade 03

Atividade Construa no geoplano dois polígonos desconexos, ou seja, separados. Em seguida, desenhe na malha pontilhada. Chame a primeira região de A e a segunda de B. Agora, considere um paraquedista descendo de uma forma aleatória em um campo como o representado no geoplano, e tente responder as seguintes questões:

Qual é a probabilidade do paraquedista pousar nas regiões A e B?

- Explique como você chegou a essa resposta.
- É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Figura 3: Geoplano com polígonos desconexos



Respostas:

a) Como existem duas áreas formadas por polígonos e eles são disjuntos, então são eventos mutuamente excludentes o que acarreta em intersecção vazia, pois os dois eventos não possuem nenhuma área comum.

$$b) P(A \cap B) = \emptyset$$

Como os polígonos são desconexos $P(\text{pousar em A e B}) = \emptyset$

então não é possível calcular a probabilidade do paraquedista pousar nas regiões A e B ao mesmo tempo.

Conclusão

O objetivo deste trabalho foi apresentar ou propor atividades para o ensino de Probabilidade Geométrica no ensino médio. Ao sugerirmos tais atividades, estaremos contribuindo para o ensino e aprendizagem de probabilidade, tendo como aliada a geometria pois agora estaremos falando de entes geométricos para esse cálculo, o que poderá causar também entusiasmo já que estarão aprendendo a teoria em um viés diferente do tradicional. Analisando o trabalho percebemos que mudar a educação não é tarefa fácil, mas também não é algo impossível, visto que, depende quase que exclusivamente do docente tornar a aula mais atrativa e dinâmica atraindo dessa maneira a atenção dos alunos para a aula e deixando de lados outros atrativos externos.

Espera-se que com a aplicação dessas atividades em sala os alunos possam entender pelo menos em parte como calcular probabilidades e também perceber que ela esta constantemente envolvida em nosso meio social. Além do mais, essas atividades podem ajudar aos alunos a distinguir quando usarem a regra do “ou” e “e” onde geralmente é emotivo de confusão na hora de resolver alguns assuntos referente a isso.

A probabilidade tem um amplo campo de aplicação, dessa forma não podemos nos tornar alheios ao seu ensino principalmente nas escolas, já que os alunos vão se deparar com varias situações que envolverão este conceito.

Vale ressaltar a importância do ensino de probabilidade na escola como um poderoso instrumento social que pode permitir ao aluno uma melhor compreensão das estatísticas oficiais capacitando-o para exercer a sua cidadania e ate mesmo conseguir analisar dados em que essas duas matérias estão unidas, não ficando alheios aos fatos ocorridos mundialmente.

E não esquecendo da probabilidade geométrica tema deste trabalho, que oferece ao aluno a oportunidade de rever alguns conceitos geométricos e também probabilísticos, com atividades que podem aguçar a vontade de aprender dos alunos.

Espera-se com essas atividades que os alunos tornem-se aptos a calcularem áreas de círculos, possam relacionar a probabilidade com a geometria e também verificarem que podemos calcular probabilidades através de grandezas como área e volume, além de compreenderem alguns conceitos fundamentais como eventos impossíveis, intersecção de eventos, eventos disjuntos, excludentes, intersecção, noções básicas de aleatoriedade etc.

Ao final deste trabalho, chegamos a conclusão de que a probabilidade pode ser trabalhada de forma diferente, usando métodos alternativos para tornar o ensino mais

proveitoso. Portanto, acreditamos que este trabalho contribua no estudo das probabilidades geométricas, especificamente sobre as situações apresentadas.

Referências bibliográficas

Alves, E. M. S.(2001). *A ludicidade e o ensino da matemática: Uma prática possível*. Campinas, SP: Papirus.

Coutinho, C.Q.S. (1994). *Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista*.(Tese inédita de mestrado). PUC, São Paulo,SP.

Gil, A. C.(2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*.6.ed.São Paulo: Atlas,200 p.

Moretti, A.R., Santos,V.G.(2012).*Probabilidade Geométrica: trabalhando com problema das Agulhas de Buffon e algumas aplicações*. Rev. De Ci. Exatas, v. 27, nº 1.

Pereira, C. A. B. (2011). *Alguns Tópicos em Probabilidade Geométrica*. (Tese inédita de mestrado).Unicamp, Campinas,SP. Eves, H.(2011) *Introdução à História da Matemática*. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas-SP: Editora da Unicamp.

Viali, L.(2009). *Algumas considerações sobre a origem da Teoria da Probabilidade*. Revista Brasileira de História da Matemática, volume(8) nº 16. P. 143 – 153. <http://www.editora.ufrj.br/revistas/exatas/rce/> Consultado 20/10/2012