

A EVOLUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA AO LONGO DA HISTÓRIA, O SURGIMENTO DA MODELAGEM NO BRASIL E SUAS CONTRIBUIÇÕES ENQUANTO ESTRATÉGIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA.

Alexis Silveira, Gessé Pereira Ferreira, Leonardo Andrade da Silva.

prof.alexissilveira@gmail.com; gessepferreira@gmail.com; leonardolas@yahoo.com.br

IFF - Instituto Federal Fluminense, Brasil.

Modalidade: Comunicação Breve.

Nível: Não específico.

Tema: A Resolução de Problemas como Ferramenta para Modelagem Matemática.

Palavra chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; História da Matemática.

Resumo: *A Modelagem Matemática é tão antiga quanto à própria Matemática e, desde as últimas décadas do século XX, vem ganhando espaço como estratégia de ensino da Matemática através da resolução de problemas do cotidiano para introdução de um novo conteúdo. A presente pesquisa busca confirmar a veracidade da afirmação inicial fazendo um breve relato de três situações da História da Matemática em que a Modelagem Matemática surge como ferramenta para resolução de um problema. Em seguida, é relacionado à evolução de modelos matemáticos com o surgimento da Matemática Aplicada e, posteriormente, ao uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizado. A pesquisa é finalizada com a apresentação de alguns grupos de pesquisa que usam a Modelagem Matemática como ferramenta para o desenvolvimento do ensino da matemática no Brasil, ressaltando a importância dessa atividade enquanto estratégia de ensino de Matemática.*

Introdução

As dificuldades para ensinar Matemática no Brasil e em outros países vêm fazendo com que os pesquisadores em Educação Matemática busquem cada vez mais metodologias e estratégias para que se diminua a dicotomia em relação ao que é ensinado e do que de fato é aprendido pelos alunos. É dentro desse contexto que surge a Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizado.

Apesar de esta ferramenta aparecer na Educação Matemática a partir da década de 1970, houve um longo caminho que data, talvez, do próprio início da História da Matemática, passando pela evolução da importância dos modelos matemáticos pela nova ciência inaugurada por Galileu - quando a matemática foi incorporada à física - e também, sem

menos importância, com a criação, no início do século passado, da Matemática Aplicada.

A evolução da Modelagem Matemática ao longo da história

Um estudo mesmo que não muito aprofundado da História da Matemática nos leva ao encontro de diversas situações em que temos um problema prático, por vezes do cotidiano, para se resolver através de ferramentas matemáticas. No século V a.C., por exemplo, os egípcios, segundo o grego Heródoto, usavam conceitos de geometria plana para que, após as enchentes do rio Nilo, os agrimensores determinassem a redução sofrida pelo terreno, passando o proprietário a pagar um tributo proporcional ao que restara.

Dessa forma, não são poucos os pesquisadores que associam a evolução da Modelagem Matemática com a própria História da Matemática. Para Biembengut e Hein, “a modelagem é tão antiga como a própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos” (Biembengut & Hein, 2003, p.8). Indo ao encontro da proposição feita por Maria Salet Biembengut e Nelson Hein, apresentamos três episódios da História da Matemática (e por que não dizer: da humanidade) em que a Modelagem Matemática é utilizada para resolver uma situação problema.

(I) *Arquimedes e a Coroa do Rei Hieron* - Arquimedes nasceu em 287 a.C., na cidade de Siracusa, Sicília. Entre os vários trabalhos publicados por Arquimedes, existe o tratado *Sobre os Corpos Flutuantes*, onde é encontrado o que hoje conhecemos como Teorema ou Princípio de Arquimedes. Nesse trabalho, ele afirma que “todo corpo mergulhado em um fluido recebe um empuxo, de baixo para cima, igual ao peso do volume do fluido deslocado”. Segundo Boyer, Arquimedes, “começando com um simples postulado, sobre a natureza da pressão dos fluidos, obtém resultados muitos profundos” (Boyer, 1996, p. 84), como o teorema supracitado.

Em uma obra notável sobre *Arquitectura* dividida em dez livros, sem uma data precisa, Marcus Vitruvius Pollio, engenheiro e arquiteto romano que viveu no século I a.C., relata que o rei Hieron de Siracusa decidiu colocar no templo uma coroa de ouro como oferta para os deuses, mas o ourives misturou prata com ouro na confecção da mesma. Indignado o rei pediu que Arquimedes resolvesse o problema. Assim, Vitruvius conta que a solução foi encontrada por Arquimedes quando este foi banhar-se.

Muitos autores considerem a história narrada por Vitruvius como lenda, entretanto, pode-se mostrar, em uma linguagem matemática moderna¹, como Arquimedes pode ter resolvido o problema e, mito ou não, o fato é que através de um modelo matemático, Arquimedes resolveu uma situação problema que aparentemente não tinha nada a ver com o mundo da matemática.

(II) *O modelo planetário de Cláudio Ptolomeu* - Entre as diversas definições que podemos encontrar sobre o conceito de modelo matemático, vamos adotar aqui a sugerida por Lima Filho: “um modelo matemático é uma representação aproximada e seletiva (respectivamente, em termos matemáticos) de uma dada situação” (Lima Filho, 2008, p. 16). Um exemplo de modelo matemático marcante é o modelo Geocêntrico do Sistema Planetário apresentado por Ptolomeu no século II d.C. O sistema dominou a astronomia durante quatorze séculos até ser refutado por Nicolau Copérnico (1473-1543) e seus sucessores.

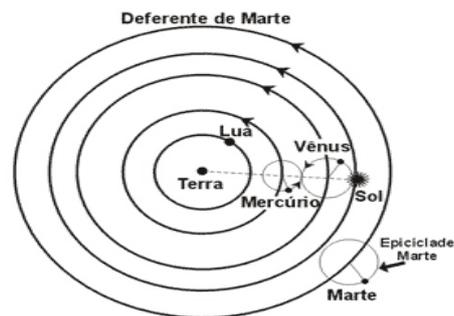


Ilustração 1 – Sistema Planetário de Ptolomeu

A contribuição de Ptolomeu é tão importante que figura também entre os modelos do universo, juntamente com os modelos de Newton (modelo analítico baseado no cálculo) e Einstein (modelo baseado na geometria diferencial). Para Aaboe, o *Almagesto* - obra mais importante publicada por Ptolomeu - “mais do que qualquer outro livro contribuiu para a ideia tão básica nas atividades científicas, de que uma descrição quantitativa e

¹ Uma ilustração da resolução do problema pode ser encontrada em Ferreira, G. P. (2009): *Viabilidade de modelagem discreta como atividade extracurricular*. 2009. 94 f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, Duque de Caxias. Versão em pdf disponível em: http://www.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/dissertacoes/dissertacao_gesse_pereira.pdf.

matemática dos fenômenos naturais, capaz de fornecer predições confiáveis é possível e desejável” (Aaboe, 2002, p. 131).

(III) *Euler e as Pontes de Königsberg* - Os habitantes de Königsberg na Prússia, hoje Kaliningrad, Rússia, costumavam passear atravessando as sete pontes que ligavam o Rio Pregel à cidade. Durante essa caminhada um fato intrigava aos que ali faziam tal percurso: seria possível, partindo-se de qualquer uma das regiões, margens ou ilhas, atravessar as sete pontes do Rio Pregel, sem passar duas vezes na mesma ponte, retornando ao ponto de partida? Essa situação problema, tratada como lenda, enigma, recreação ou ainda como “charada matemática”, ficou conhecida como *O Problema das Pontes de Königsberg* e coube ao grande matemático Leonhard Euler resolvê-la.

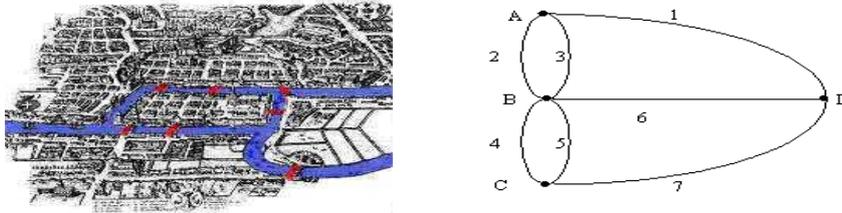


Ilustração 2 – À esquerda, o esquema de pontes da cidade de Königsberg no século XVIII e, à direita, o Modelo Matemático das pontes.

Em uma linguagem moderna, poderíamos dizer que Euler criou um modelo matemático representado por um diagrama parecido com o da ilustração dois - lado direito acima -. Euler apresentou a solução do problema a Academia de Ciências Russa de São Petersburgo no ano de 1736. Ao elevar a charada matemática a um grau de problema de matemática, Euler, como de costume, não se contentou em simplesmente resolvê-lo, deu também um rigor a solução. Rigor em matemática tem a ver com definições, postulados, axiomas e, principalmente, com teoremas, dando, assim, início a Teoria dos Grafos.

O surgimento da Matemática Aplicada

Podemos perceber, sem muita dificuldade, que o principal objetivo da modelagem matemática é matematizar uma situação dada. Entretanto, o matemático tende a não se limitar em apenas traduzir o problema para a linguagem matemática. O estudo deve vir acompanhado da tentativa de generalizar a situação, de descobrir as possíveis estruturas matemáticas que, de certa forma, estão inseridas dentro do problema. Como Euler fez com *O Problema das Pontes de Königsberg*: modelou a situação e a generalizou, dando

início a Teoria dos Grafos. É claro que nem sempre é preciso uma nova teoria matemática para se modelar um problema.

Dessa forma, o processo de Modelagem Matemática é uma importante ferramenta para o uso de todas as ciências, relacionando a matemática com outras áreas do conhecimento humano. Essa tendência, que se insere na corrente de pensamento conhecida como estruturalismo, contribuiu para o surgimento da Matemática Aplicada, na qual os matemáticos emprestam sua capacidade de generalização para a criação de modelos que possam explicar fenômenos aparentemente não matemáticos. Assim, uma vez que as estruturas são identificadas, destacamos as vantagens do uso de modelos sustentados por alguma teoria matemática: informações novas sobre a situação problema; previsões e projeções; estratégias; economia, já que situações diferentes podem admitir um mesmo modelo.

Embora a ideia de Modelagem Matemática acompanhe a própria História da Matemática, a expressão, em seu conceito moderno, surgiu durante o renascimento, principalmente após Galileu criar o novo método científico, combinando experimentação e teorização matemática. Já a ideia de modelo matemático, segundo Lima Filho, “vem sendo amplamente usada por engenheiros, físicos, estatísticos e economistas desde a década de 1940, pelo menos” (Lima Filho, 2008, p. 15). Assim, com o crescente interesse dos matemáticos profissionais na Matemática Aplicada, os modelos ganharam mais precisão e confiabilidade, passando a ser essencial nas estruturas das ciências ditas não exatas. Bassanezi acrescenta ainda que “a importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidade” (Bassanezi, 2006, p. 20).

O uso da Modelagem Matemática como ferramenta de ensino-aprendizagem

Uma das formas de introduzir um novo conteúdo em sala de aula é através da apresentação de uma situação problema. Esta estratégia é característica da Modelagem Matemática, que vai ao encontro das ideias socioconstrutivistas. Desde as últimas décadas do século vinte, essa estratégia vem ganhando força no Brasil e no Mundo, sendo uma ferramenta de ensino aprendizagem no contexto da Educação Matemática. Os primeiros trabalhos envolvendo Modelagem Matemática e Educação, no Brasil, surgiram na década de 1970, sendo pioneiros os professores: Aristides Camargo Barreto, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro; seguido por Ubiratan D’Ambrósio, um dos representantes brasileiro em Educação Matemática e por Rodney

Carlos Bassanezi da Universidade de Campinas. A forma imparcial em que o processo de modelagem promove a matemática e as diversas formas de se construir ciência, chamou a atenção, destes e de diversos educadores.

Os primeiros cursos de pós-graduação surgem na década de 1980, coordenados, principalmente, pelo professor Bassanezi. A partir daí, a Modelagem Matemática ganha proporções maiores como estratégia de ensino aprendizagem e em 2001 a Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM, cria o Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática. Em Blumenau, Santa Catarina, a professora Maria Salett Biembegut funda, em 2006, o Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino, CREMM.

Em 2007, o GT10 reuniu diversos artigos sobre Modelagem Matemática e os publicou em um livro intitulado *Modelagem Matemática na Educação Matemática: Pesquisas e Práticas Educacionais*. A obra apresenta a Modelagem Matemática de diversas maneiras e em diversas situações, fazendo emergir, de certa forma, quatro grandes áreas de concentração ou, em outras palavras, as tendências da Modelagem Matemática no ensino:

- I. Aspectos teóricos da Modelagem Matemática: em um primeiro momento, os artigos apresentam uma preocupação com o aprofundamento teórico que contribua para a aplicação da Modelagem Matemática.
- II. Modelagem e prática de sala de aula: aqui são apresentadas as pesquisas de campo tanto no Ensino Básico como no Ensino Superior. É o momento onde as estratégias são testadas.
- III. Modelagem Matemática e as tendências da informação e da comunicação – nessa tendência, os artigos defendem o uso da Modelagem Matemática através dos ambientes virtuais de aprendizagem.
- IV. Modelagem Matemática e formação de professores: a Modelagem Matemática aqui é apresentada como estratégia de ensino para o educador e para o educando.

Além da afinidade em usar o processo de Modelagem Matemática como ferramenta de ensino aprendizagem, o GT10 possui em comum com CREMM a busca da integração dos professores, e pesquisadores em geral, com o material disponível sobre Modelagem Matemática. O CREMM apresenta como uma das principais metas “reunir, cada vez

mais, produções acadêmicas de modelagem do Brasil e demais países do mundo e divulgar esses materiais a todos os interessados e, ainda, promover um conjunto de ações virtuais e presenciais com apoio de pesquisadores e professores”.

Destacamos outros grupos de pesquisa no Brasil que utilizam a Modelagem Matemática como ferramenta de ensino-aprendizado: Núcleo de Pesquisa em Modelagem Matemática (NUPEMM), Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM) e o Centro Virtual de Modelagem (CVM).

Ressaltamos que não estamos defendendo aqui a Modelagem Matemática como a melhor estratégia para se ensinar matemática. Algumas vezes pode-se tornar complicado devido ao tempo que se é despendido durante esse processo. Alertamos ainda, que quando o professor apresenta o conteúdo e mostra, em seguida, uma aplicação para o mesmo, não está usando a estratégia de Modelagem Matemática. Nesse caso estaria o docente apresentando apenas um exemplo de aplicação para tal conteúdo.

No processo de Modelagem Matemática aplicada ao ensino, ou Modelação Matemática, o conceito é apresentado através de uma situação problema, ficando a formalização do mesmo como etapa final. Dessa forma, a Modelação Matemática é uma das formas mais democráticas para a aprendizagem de um novo conteúdo, contribuindo para a construção do pensar matemático que deve ser desenvolvido pelo aluno. Neste cenário, o professor é responsável em orientar o processo de ensino-aprendizado e pela formalização do novo conhecimento.

Considerações Finais

Embora o uso de modelos matemáticos para resolver problemas, até mesmo do cotidiano, já venha sendo empregado desde a antiguidade, sua aplicação como estratégia de ensino só floresceu na década de 1970, um pouco depois da criação da Matemática Aplicada, quando pesquisadores envolvidos com a Educação Matemática ampliaram a utilização desses modelos matemáticos como estratégia para a apresentação de um novo conteúdo dentro da sala de aula.

Apesar do número de pesquisadores interessados no processo de Modelagem Matemática como ferramenta de ensino e aprendizado ter aumentado nos últimos anos, ainda existe a necessidade de um maior aprofundamento, principalmente nos aspectos teóricos. Existe ainda certo equívoco, uma vez que mostrar uma aplicação de um conteúdo da matemática em outras ciências ou em um problema do cotidiano não é o

mesmo que a apresentação de um problema para que, em seguida, o conteúdo seja exposto. Esta é a estratégia proposta pela Modelação Matemática.

Referências Bibliográficas

- Aaboe, A. (2002) *Episódios da história antiga da matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM.
- Barbosa, J. C., Caldeira, A. D., Araújo, J. L.(Orgs). (2007) *Modelagem na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM.
- Bassanezi, R. C.(2006) *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto, 2006.
- Biembengut, M. S., Hein, N.(2003) *Modelagem matemática no ensino*. 3. ed. São Paulo: Contexto.
- Boyer, C.B. (1998) *História da matemática*. 2. ed. São Paulo:Edgar Blucher.
- Caldeira, A. D., Araújo, J. L.(Orgs). (2007) *Modelagem na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM.
- Ferreira, G.P. (2009) *Viabilidade de modelagem discreta como atividade extracurricular*. 2009. 94 f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, Duque de Caxias.
- Fiorentini, D., Lorenzato, S. (2007) *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 2. ed. Campinas: Autores Associados.
- Garbi, G.G. (2007) *A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática*. São Paulo: Livraria da Física.
- Quartieri, M. T., Knijnik, G. (2012) Modelagem matemática na escola básica: surgimento e consolidação. *Caderno Pedagógico*, 9, 9-26.
- Lima Filho, E. C. (2008) *Modelos matemáticos nas ciências não exatas*. In: Nogueira, E.D., Martins, L. E. B., Brenzikofer, R (orgs). *Modelos matemáticos nas ciências não exatas: um volume em homenagem a Euclides Custódio de Lima Filho*. São Paulo: Blucher.
- Vasconcellos, F.A. (1925) *História das matemáticas na antiguidade*. Lisboa: Aillaud e Bertrand.