IX CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.tec.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Una introducción al estudio de las funciones

Maricruz Rivas Esperanza
Universidad de El Salvador
maricruz@yahoo.com

Pedro Armando Ramos A
Universidad de El Salvador
pedro_ramalberto@yahoo.com

Karen Jeannette Ortiz
Universidad de El Salvador
karenortiz@yahoo.com

Resumen: En este taller se presenta una propuesta para el abordaje de los principales elementos del concepto de función, con la modelación de muchos fenómenos observables de la vida cotidiana. Se presentan actividades retomando aspectos de la cotidianeidad en la que es importante para la comprensión, interpretación, formulación y representación de las funciones a través de diferentes lenguajes: tablas, fórmulas, enunciados comunes, gráficos, y consecuentemente traducir dichas expresiones entre sí e incorporarlas al lenguaje del conocimiento matemático para intervenir en diversas situaciones de la realidad. Seguidamente, se analizan ejemplos en donde se reflejan las características de cada uno de los fenómenos para detectar los tipos y propiedades fundamentales de las funciones; creciente, decreciente, inyectividad, biyectividad. Finalmente, se realiza el análisis del comportamiento gráfico de las funciones usando transformaciones con el apoyo del software Geogebra.

Palabras clave: Función, registros, funciones elementales, transformaciones, Geogebra.

Abstract: In this workshop a proposal for the boarding of the principal elements of the concept of function, modeling many observable phenomena of daily life presents. Activities are presented recalling aspects of daily life in which it is important for to understanding, interpretation, development and representation of functions across different languages: tables, formulas, common statements, graphics, and consequently translate these expressions together and incorporate language mathematical knowledge to interpret and intervene in various situations of reality. Next, examples in which reflect the characteristics of each of the phenomena to detect the types and basic properties of functions are analyzed; increasing, decreasing, injectivity, bijectivity. Finally, analysis of the behavior of graphic functions are performed using transformations supported software Geogebra

Keywords: Function, registers, elementary functions, transformations, Geogebra

1. Introducción

El estudio de las funciones está presente en todo tipo de fenómenos que acontecen a nuestro alrededor, podemos nombrar fenómenos físicos, químicos o naturales, como la variación de la presión atmosférica, la velocidad y la aceleración, el comportamiento regular de algunos fenómenos para su modelación matemática, la desintegración de sustancias radiactivas, la reproducción de especies vegetales y animales, etc. Casi todo es susceptible de ser tratado a través del planteamiento y estudio de una o varias funciones que gobiernan los mecanismos internos de los procesos en todas las escalas y niveles.

En el presente trabajo se propone ideas generales para el abordaje del estudio de las funciones. El objetivo principal es realizar un estudio básico de las funciones y desarrollar la capacidad de interpretar y usar la información presentada en una variedad de formas de nuestra vida cotidiana. Para ello se plantean diferentes contextos (registros) para que el profesor seleccione de forma idónea, de acuerdo a las características de los estudiantes en el aula y del nivel de los estudiantes, la enseñanza del concepto de función y de las diferentes características que se presentan en éstas.

Como profesores en área de la matemática nos hemos sentido motivados por la experiencia de investigar las diferentes representaciones del concepto de función, además, compartir este trabajo para que el concepto de función no sea un paradigma negativo y contribuir a la enseñanza y la mejora de la calidad en este contenido.

La metodología que se propone en este documento va dirigido con un enfoque de la resolución de problemas, en la que han sido retomados fenómenos que ocurren y se presentan de la cotidianeidad, que se han escrito para el análisis, la reflexión, el descubrimiento de las características, del comportamiento de los fenómenos, de sus propiedades, básicamente conseguir la comprensión de forma básica del concepto de función con sus respectivas características.

Finalmente utilizar el software Geogebra para graficar y realizar transformaciones de las funciones en donde podrán experimentar y observar de forma sencilla los cambios que se producen en una función cuando se le efectúan traslaciones horizontales, verticales, contracciones y dilataciones, tanto horizontales como verticales.

2. Planteamiento del problema

El concepto función, es de suma importancia en la enseñanza de la matemática, pues se le considera como elemento importante en el campo de la modelización de diferentes fenómenos cotidianos y su importancia se debe a que es indispensable para la comprensión de conceptos que se presentan a nivel de educación superior.

El aprendizaje del tema de funciones está presente en los currículos escolares de los distintos niveles de la Educación, motivo por el cual ha sido objeto de muchas investigaciones en Didáctica de la Matemática. Los estudios contemplan diversos aspectos de la problemática sobre los procesos de abordaje del concepto y la preocupación se basa especialmente en plantear estrategias metodológicas, pedagógicas de enseñanza y aprendizaje sobre el concepto. Sabemos, cómo profesores las dificultades que afrontamos diariamente para que los alumnos asimilen dicho concepto, y por las experiencias del abordaje de este tema, reconocemos que es un concepto complejo debido a que se expresa en una multiplicidad de registros y genera diferentes niveles de abstracción y de significados.

En este contexto, pretendemos proponer el siguiente taller como una introducción al abordaje de las funciones utilizando la metodología con un enfoque en la resolución de problemas y para ello se plantean diferentes contextos (registros) retomados de la vida cotidiana para que el receptor de dicho conocimiento haga uso de sus pre saberes y de su familiarización con fenómenos cotidianos. Seguidamente se plantean problemas para la interpretación de gráficos, lectura y construcción de tablas, simbolización y creación de la notación para describir las relaciones de los fenómenos.

Pero este contenido tiene un objetivo que va más allá del tema funciones: es mostrarle, a través de ellas, que la Matemática no es solamente una materia importante en su plan de estudios, sino también una herramienta que le permitirá analizar y entender mejor muchas situaciones que se presentan en su vida cotidiana. Por eso proponemos ejemplos prácticos, y motivar a los maestros a proponer otros modelaciones que permitan enriquecer este tema. Finalmente, utilizando el software Geogebra se representaran las funciones, luego se experimentara los cambios de posición de las gráficas de una función por medio de desplazamientos horizontales y verticales.

3. Objetivos

i. Introducir los conceptos matemáticos básicos de las funciones mediante situaciones de la vida cotidiana o de otras ciencias. (Construir modelos matemáticos).

ii. Comprensión, interpretación, formulación de las funciones a través de diferentes lenguajes: tablas, fórmulas, enunciados comunes, gráficos.

iii. Reconocer y plantear situaciones en las que existan problemas susceptibles de ser formulados en términos matemáticos (modelaciones), resolverlos y analizar resultados utilizando recursos apropiados.

4. Metodología del taller

Para la realización de las jornadas de trabajo, los participantes formaran grupos de trabajo, se le proporcionaran hojas de actividades para que los participantes reflexionen con las diferentes problemáticas con el fin de adquirir habilidades y destrezas para la interpretación de gráficos, lectura, construcción de tablas, simbolización, identifique las características, propiedades, creación de la notación del concepto de función plasmadas en los fenómenos.

Se pretende que los participantes lo realicen en cooperación con los compañeros para que estos se desenvuelvan con fluidez, confianza e identificación para conseguir los objetivos planteados. Y a su vez, con esta estrategia metodológicas facilitar la socialización de conocimientos, consoliden de forma natural el concepto de función y promuevan el desarrollo de las competencias básicas en el aula.

Entonces, el trabajo en grupo permitirá que los participantes participen activamente en la construcción de su conocimiento, se unan, se apoyen mutuamente, consiguiendo descubrir, participar y sus aportes individuales cobraran más relevancia en su aprendizaje.

Las características del grupo meta:

- Compromiso y responsabilidad personal de cada miembro del equipo
- Interacción entre los participantes para la construcción del conocimiento en el tema de funciones.
- Que los participantes tengan las mismas oportunidades para contribuir al éxito del equipo y aquellos participantes que necesiten ayuda, el propio grupo debe ofrecérsela o bien tendrán el apoyo de los facilitadores del taller.

5. Aspectos generales

Se espera la participación del público meta de profesores de primaria y secundaria, y como requerimientos del taller, un aula y un laboratorio de cómputo para brindar a los participantes el apoyo tecnológico para que realicen sus prácticas utilizando el software Geogebra como apoyo para la consolidación de su aprendizaje.

Actividades a desarrollar (2 jornadas)

- Análisis Cualitativo del comportamiento de las gráficas cartesianas
- Modelos diversos de funciones elementales: primeras definiciones
- Modelos de diversas funciones elementales: Gráficas de funciones básicas.
- Propiedades de las funciones: análisis de su comportamiento
- Análisis del comportamiento gráfico de las funciones usando transformaciones (Geogebra)

6. Referencias Bibliográficas

Joint matriculation board (1985).El lenguaje de las funciones y gráficas. Ministerio de Educación y Ciencia. Centro de publicaciones. España

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2017). Matemática Funciones. Módulos de Enseñanza Semipresencial, Buenos Aires, Argentina (2017).

Martínez Blanco, José María, Sobre la génesis del concepto de función. Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia, Barcelona España. http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/72869/00820073007861.pdf?sequence=1 Recuperado 7 de octubre 2015

Arana, W., Palacios, R., Ramos, P., (2010). Estudio de Funciones, Ministerio de Educación (MINED), San Salvador, El Salvador.

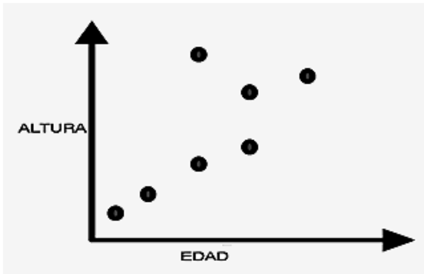
Soto, Efraín.(2012). Funciones. México. Recuperado 23 setiembre 2015 www.aprendematematicas.org.mx/obras/AMDGB4.pdf.

UNA INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES

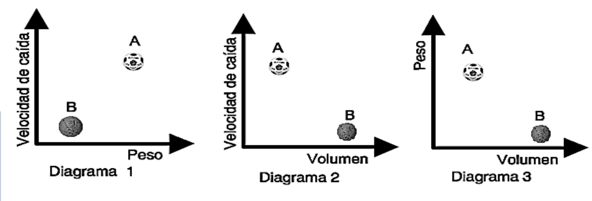
Jornada 1. HOJA DE TRABAJO 1

A continuación estudiaremos algunos ejemplos de graficas cartesianas que representan distintas situaciones cotidianas que implican ideas progresivamente hasta llegar a relaciones funcionales y que pueden ser de utilidad para la introducción a las funciones.

1. Cada una de las personas está representada por uno de los puntos de la gráfica. ¿Quién está representado por cada punto del diagrama cartesiano? Reflexiona.



2. La pelota de futbol y baloncesto

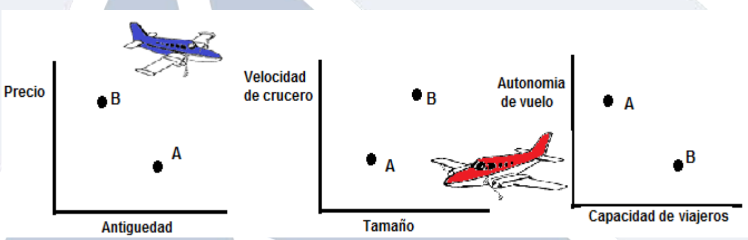


Si A y B representan bolas de futbol y baloncesto respectivamente, a la vista de los diagramas, indica si son ciertas o falsas las afirmaciones siguientes: (Nota: Pelota Futbol: Peso: 410 - 450g: Pelota Baloncesto: Peso: 600 - 800 g)

a) La que tiene más volumen, tiene más peso. b) La que tiene menos peso, tiene más volumen.

c) La que tiene más peso, cae más rápidamente. d) La que tiene más volumen cae más rápidamente.

3. Las gráficas describen dos aviones ligeros A y B.

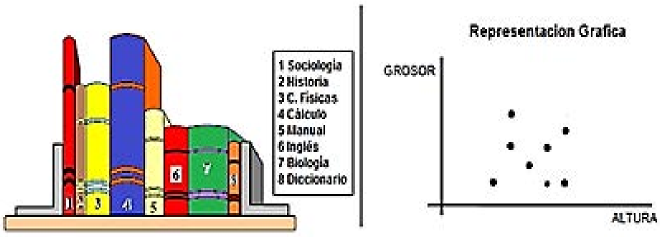


a) La primera gráfica muestra que el avión B es más caro que el A. ¿Qué más indica?

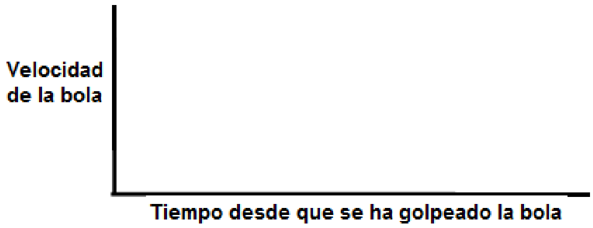
b) Indica el valor de verdad de las siguientes afirmaciones

Proposición	V	F
El avión B es más caro que el avión A		
El avión más viejo es más barato		
El avión más rápido es más pequeño		
El avión más grande es más viejo		
El avión más barato transporta menos pasajeros		
El avión A es manipulable con mayor número de pasajeros		

4. Sobre la repisa se ubican 8 libros de diferentes asignaturas. Auxiliándote de la gráfica, ubica el lugar que ocupa el libro en la representación gráfica

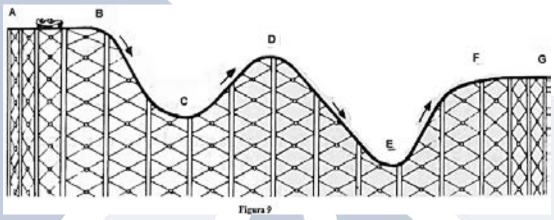


5. ¿Cómo cambia la velocidad de la bola cuando va por el aire en este golpe de golf? Discute esta situación



Con tus compañeros haz una gráfica aproximada para ilustrar como varia la velocidad.

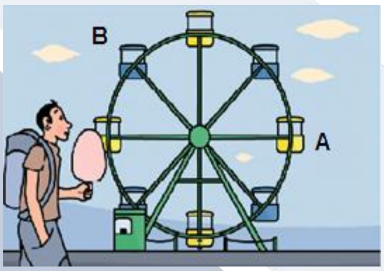
6. La figura muestra la pista de una montaña rusa en la que los carros viajan entre A y B a una velocidad lenta y constante. ¿Cómo varía la velocidad de estos carros cuando van de A a G?, ¿En qué partes de la pista viaja rápido el carro?, ¿Y despacio? ¿Dónde acelera? ¿Dónde decelera? Describe tu respuesta por escrito y mediante una gráfica.



7. El juego mecánico de la figura tiene un diámetro de 50 m y da una vuelta cada 60 segundos.

a) Haz una gráfica que muestre cómo varía la altura del cestillo **A** durante 4 minutos.

b) Describe la gráfica que has dibujado.



c) Utilizando el mismo par de ejes, haz dos graficas que muestren como varia la altura del cestillo A y la del cestillo B respecto al suelo durante 3 minutos.

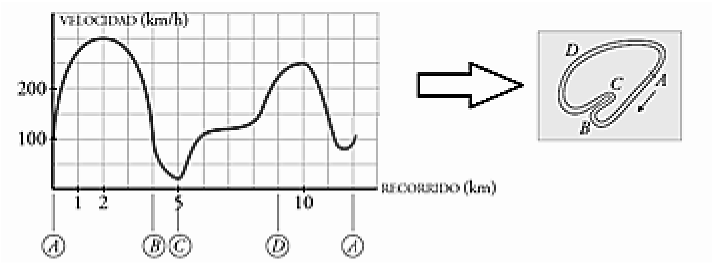
d) Repite la actividad anterior, colocando el origen de coordenadas en el centro de juego.

8. Observa el juego mecánico de la figura

a) Haz una gráfica que muestre cómo varía la altura del columpio durante 4 minutos.

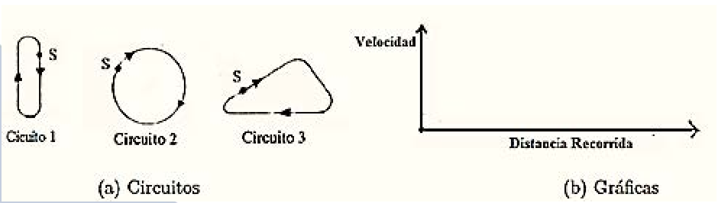
b) Describe la gráfica que has dibujado.

9. La gráfica describe la velocidad de un auto de carreras en cada lugar de este circuito:



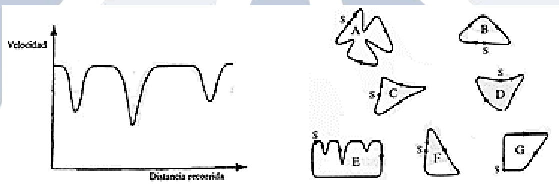
Di en qué tramos la velocidad aumenta y en cuáles disminuye. ¿A qué crees que se deben los aumentos y las disminuciones de velocidad?

10. Ahora, ¿Cómo crees que varía la velocidad de un carro cuando está dando la segunda vuelta en cada uno de los tres circuitos que se muestra en la figura 14? (S= punto de salida).

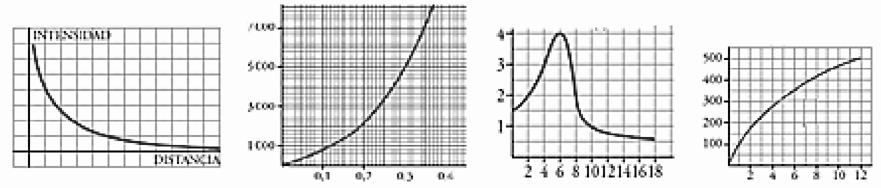


Explica tus respuestas en cada caso, por escrito y mediante una gráfica. Indica claramente las suposiciones que realices. Compara tu gráfica con el dibujo del circuito

11. La figura muestra cómo varia la velocidad de un carro de carreras durante la segunda vuelta de una carrera: ¿Cuál de los circuitos de la figura 16 estaba recorriendo?



12. Elige la gráfica que mejor se ajuste a cada una de las situaciones siguientes. Escribe qué variable se representa en cada uno de los ejes de coordenadas.



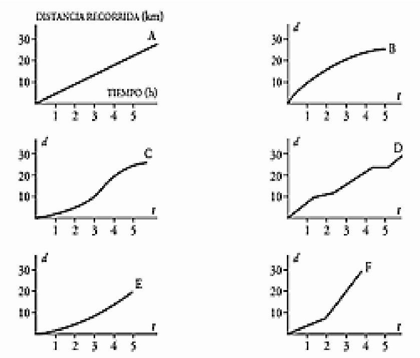
a) Soltar un globo que se eleva y alcanza cierta altura

b) La capacidad espiratoria de los pulmones

c) La resistencia de un tipo de hilo de una vara de pescar y con su grosor

d) La intensidad del sonido en función de la distancia

13. Las gráficas siguientes nos muestran la marcha de seis montañeros:



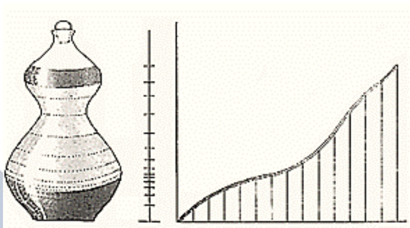
a) Describe el ritmo de cada uno.

b) ¿Cuáles de ellas te parecen menos realistas?

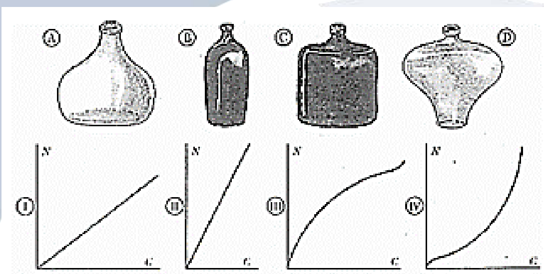
c) ¿Quién recorre más camino?

d) ¿Quién camina durante menos tiempo?

14. Llenando botellas. Tomamos una curiosa botella vacía y la vamos llenando de agua con un vaso. Cada vez que echamos uno, medimos el nivel que alcanza el agua en la botella y lo anotamos en una gráfica. Explica la relación que hay entre la forma de la botella y la forma de la gráfica.



15. Se muestran 4 botellas y 4 graficas. Relaciona cada botella con su correspondiente gráfica:

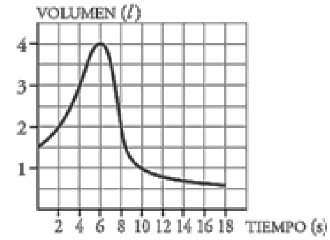


UNA INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES

Jornada 2. HOJA DE TRABAJO 2

(Continuación)

1- Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y después espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado "espirómetro". Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones.



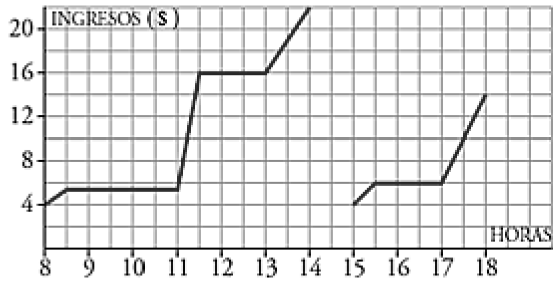
a) ¿Cuál es el volumen en el momento inicial?

b) ¿Cuánto tiempo duró la observación?

c) ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona?

d) ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba?

2. En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En esta gráfica se ve la cantidad de dinero que hay en su caja a lo largo de un día.



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos esta mañana?

d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

e) ¿Es esta una función continua o discontinua?

3. Tres deportistas han estado nadando durante media hora. Su entrenador ha medido las distancias recorridas cada 5 minutos

A

TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30
DISTANCIA (m)	95	235	425	650	875	1 100

B

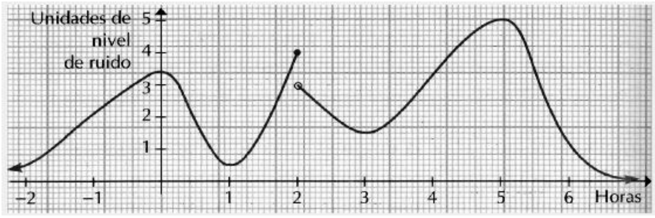
TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30
DISTANCIA (m)	250	500	750	1 000	1 250	1 500

C

TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30
DISTANCIA (m)	360	710	1 020	1 300	1 490	1 600

Describe el comportamiento de cada nadador y dibuja la gráfica que relaciona la distancia y el tiempo de cada uno.

5. La gráfica muestra el nivel de ruido de una habitación en función del tiempo.



a) ¿Cuándo crece el nivel de ruido? ¿Cuándo decrece?

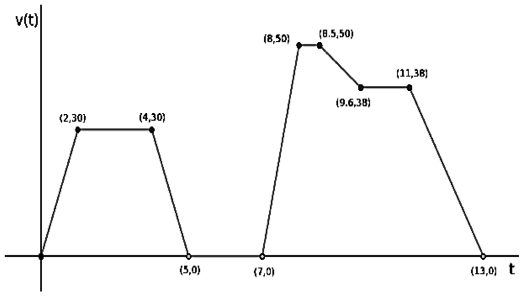
b) ¿Hay algún momento en que el nivel de ruido sea nulo?

c) ¿Qué nivel ruido había en el momento que se considera origen de tiempos?

d) En un momento determinado alguien apaga la radio, que estaba sonando a gran volumen. ¿Qué instante crees que es éste?

e) ¿En qué se diferencian y en qué se parecen los niveles de ruido de los instantes t = 0 y t = 5? ¿Y de los instantes t = 1 y t = 3?

6. El siguiente bosquejo representa la velocidad v (en kilómetros por hora) del auto de Mario como función del tiempo. (En minutos). Conteste las preguntas con base en la gráfica.



a) ¿En qué intervalos viaja José más rápido?

b) ¿En qué intervalos tiene una velocidad cero?

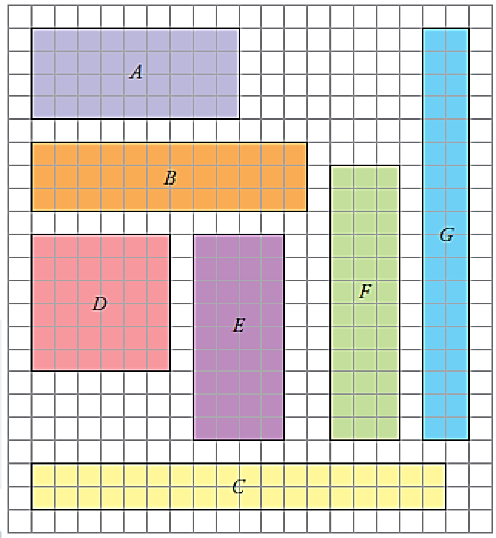
c) ¿Cuál es la velocidad de José entre 0 y 2 minutos?

d) ¿Cuál es la velocidad de José entre 5 y 7 minutos?

e) ¿Cuál es la velocidad de José entre 8 y 8.5 minutos?

f) ¿Cuándo va a velocidad constante?

7. Todos estos rectángulos tienen la misma área, 36 cuadraditos.



a) Asigna a cada uno su base y su altura, y tómalos como coordenadas de un punto.

Por ejemplo: *A*: base 9, altura 4 8 *A* (9, 4)

b) De este modo obtendrás 7 puntos que has de representar en unos ejes cartesianos.

c) Une todos los puntos para obtener una curva, que es la gráfica de la función.

8. En el gráfico siguiente tenemos representada la compra que hemos realizado: ¿cuántos kilos hemos comprado de cada producto y cuánto ha costado?

9. La gráfica representa la temperatura del agua cuando hacemos café:

a) Haz una tabla de valores

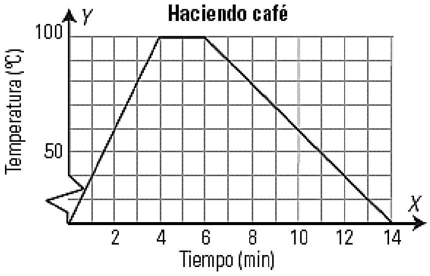
b) ¿Es una gráfica de puntos o de líneas?

c) Interpreta el tramo de 0 a 4 minutos.

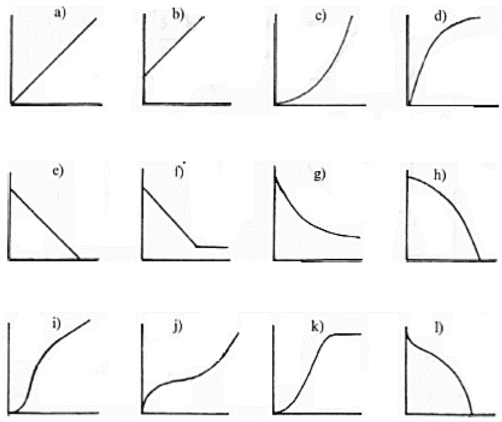
d) Interpreta el tramo de 4 a 6 minutos.

e) Interpreta el tramo a partir de los 6 minutos.

e) Si el café se toma a los 13 minutos de empezar a hacerlo, ¿a qué temperatura se toma?



10. Sin dibujar los puntos, elige entre las gráficas de la figura 46 la que se ajuste mejor a cada una de las tablas siguientes. Escribe los nombres de los ejes y explica tu elección. Si no puedes encontrar la gráfica que deseas, dibuja tu propia versión.



a) Café enfriándose

Tiempo (minutos)	0	5	10	15	20	25	30
Temperatura (^oC)	90	79	70	62	55	49	44

b) Tiempo de cocción de un pavo

Peso (Kgs)	3	4	5	6	7	8	9	10
Tiempo (horas)	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6

c) Cómo crece un bebé antes de nacer

Edas (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	9	16	24	30	34	38	42

d) Cantidad de alcohol en la sangre después de ingerir cuatro cervezas

Tiempo (horas)	1	2	3	4	5	6	7
Alcohol en la sangre (mg/100 ml)	90	75	60	45	30	15	0

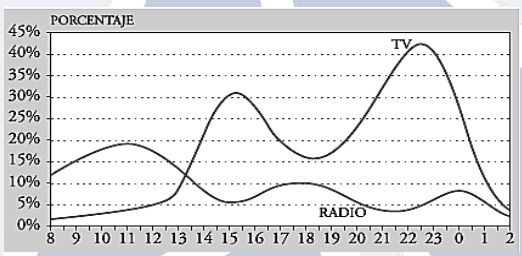
e) Número de especies de pájaros en una isla volcánica

Año	1880	1890	1900	1910	1920	1930	1940
Número de especies	0	1	5	17	30	30	30

f) Esperanza de vida

Edad (años)	No. de supervivientes	Edad (años)	No. de supervivientes
0	1000	50	913
5	979	60	808
10	978	70	579
20	972	80	248
30	963	90	32
40	950	100	1

11. Esta gráfica corresponde al porcentaje de personas que ven la televisión o escuchan la radio, en las distintas horas del día.



a) Describe la curva correspondiente a la televisión: dónde es creciente, dónde es decreciente, máximos, mínimos... Relaciónala con las actividades cotidianas: levantarse, acostarse, comida, cena...

b) Haz lo mismo con la curva correspondiente a la radio.

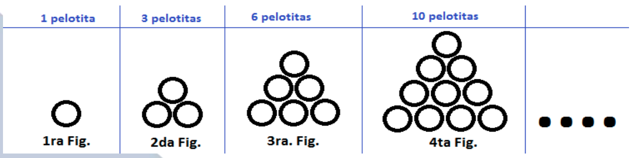
c) Compara las dos curvas y relaciónalas.

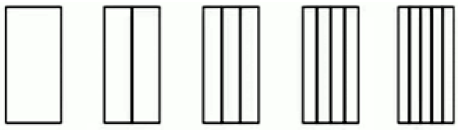
12. El ayuntamiento de un pueblo, quiere promover el uso de la bicicleta, para efecto de mejorar la contaminación en su ciudad. Para ello, ha establecido un local y han decidido alquilarlas según las tarifas siguientes:

HORARIO: DE 9 DE LA MAÑANA A 9 DE LA NOCHE
• Las dos primeras horas .... gratuito
• 3.ª hora o fracción y sucesivas .... 1 €

El tiempo máximo diario es de 12 horas (desde las 9 de la mañana hasta las 9 de la noche). Representa la gráfica de la función tiempo de uso de la bici-coste.

13. Se pide que encuentres la relación para cada uno de los problemas siguientes:





(I) (II)

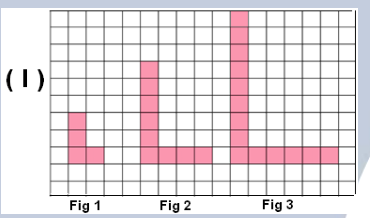
a) Reflexiona el patrón, regularidad o una relación que nos permita describir el fenómeno

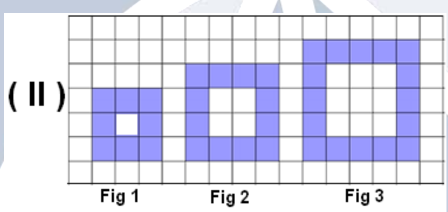
b) Elabora en tu cuaderno la tabla de valores y representa la familia figuras

c) Razona que la relación entre sus variables (podrían ser x, y).

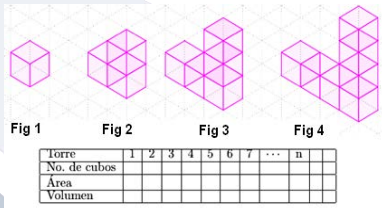
d) Representa la gráfica de la función.

14. Observa la siguiente sucesión de figuras y encuentra al menos 3 fórmulas para cada una que describan el comportamiento para calcular el número de cuadrados en función del número de orden de la figura.





(III)

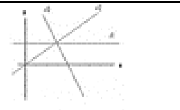
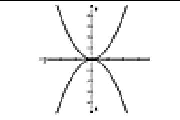
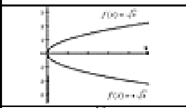
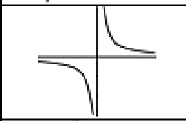
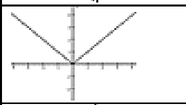
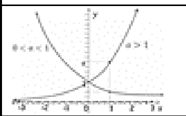
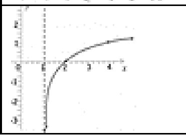


a) Elabora en tu cuaderno la tabla de valores y representa la familia figuras

b) Razona que la relación entre sus variables (podrían ser x, y).

c) Represента la gráfica de la función.

MODELOS DIVERSOS DE FUNCIONES ELEMENTALES

Ecuación	Nombre	Gráfica	Características
$f(x) = mx + b$	Lineal		
$f(x) = x^2$ $f(x) = -x^2$	Cuadrática		
$f(x) = \sqrt{x}$ $f(x) = -\sqrt{x}$	Raiz		
$f(x) = 1/x$	Recíproca		
$f(x) = \|x\|$	Valor absoluto		
$f(x) = senx$	Seno		
$f(x) = a^x$	Exponencial		
$f(x) = log\ x$	Logarítmica		

Transformación	Nombre	Efecto geométrico
$y = f(x) + k,\ k > 0$	Traslación vertical	Subir k unidades la gráfica de f
$y = f(x) - k,\ k > 0$	Traslación vertical	Bajar k unidades la gráfica de f
$y = f(x + h),\ h > 0$	Traslación horizontal	Desplazar k unidades a la izquierda la gráfica de f
$y = f(x - h),\ h > 0$	Traslación horizontal	Desplazar k unidades a la derecha la gráfica de f
$y = af(x),\ a > 1$	Dilatación vertical	Estirar verticalmente la gráfica de f
$y = af(x),\ 0 < a < 1$	Contracción vertical	Comprimir verticalmente la gráfica de f
$y = f(ax),\ a > 1$	Contracción horizontal	Comprimir horizontalmente la gráfica de f
$y = f(ax),\ 0 < a < 1$	Dilatación horizontal	Estirar horizontalmente la gráfica de f
$y = -f(x)$	Reflexión	Reflejar la gráfica de f en el eje x
$y = f(-x)$	Reflexión	Reflejar la gráfica de f en el eje y
$y = f^{-1}(x)$	Reflexión	Reflejar la gráfica de f respecto la recta $y = x$
$y = \dfrac{1}{f(x)}$	Inversión	Invierte ceros en asíntotas y viceversa
$y = \|f(x)\|$	Reflexión	Reflejar las imágenes negativas en el eje x
$y = f(\|x\|)$	Reflexión	Reflejar las abscisas positivas en el eje y

En este apartado se hace uso del lenguaje geométrico de las trasformaciones para desarrollar una noción de función como objeto matemático y realizar operaciones con funciones en el contexto geométrico, favoreciendo la coordinación entre las representaciones algebraicas y gráfica.

Asumiremos conocidas las gráficas de las funciones construidas en la sección anterior. Así, dada la gráfica de la función y = f(x) preguntamos:

1. ¿Qué patrón se observa en las gráficas de $y = f(x) + k$? ¿ $y = f(x + k)$?

2. ¿Qué patrón se observa en las gráficas de $y = f(-x)$ ¿ ¿ y $y = -f(x)$?

3. ¿Qué patrón se observa en las gráficas de $y = af(x)$?

4. ¿Qué patrón se observa en las gráficas de $y = |f(x)|$? y $y = f(|x|)$

5. ¿Qué patrón se observa en las gráficas de $y = \frac{1}{f(x)}$?

6. ¿Cómo se modifica el recorrido de la función? ¿Y el rango?

Para responder a estas preguntas, considera cualquiera de las funciones estudiadas en la sección anterior y aplica estas transformaciones.

Entonces;

1. Usando Geogebra se pide graficar las funciones básicas de la tabla anterior.

2. Se pide que, usando Geogebra, grafiquen las siguientes funciones

$$
\begin{gathered}
a)\ f(x) = (x+1)^2 \\
b)\ f(x) = (x-\ 1)^2 \\
c)\ f(x) = (x-\ 1)^3 \\
d)\ f(x) = (x+\ 1)^3 \\
e)\ f(x) = -(x-\ 1)^2 \\
f)\ f(x) = -(x-\ 1)^3 \\
g)\ f(x) = |x+2| \\
h)\ f(x) = x^2\ + 1 \\
i)\ f(x) = -x^2 - 1 \\
j)\ f(x) = \frac{1}{x+1} \\
k)\ f(x) = 3^x \\
l)\ f(x) = e^x
\end{gathered}
$$

3. Utilizando el software Geogebra se pide experimentar cómo que cambian la posición de la gráfica de una función. En general, se pretende que las gráficas de las funciones se trasladen hacia arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda, utilizando las funciones previas (2).