La tecnología integrada en la enseñanza de las matemáticas

Jesús Victoria Flores Salazar y Francisco Ugarte Guerra
jvflores@pucp.pe y fugarte@pucp.edu.pe
Pontificia Universidad Católica del Perú/IREM-PUCP

Resumen

El presente curso utiliza el software GeoGebra como instrumento mediador para la enseñanza de contenidos matemáticos. Se señala que las actividades de la primera parte del curso son adaptadas del taller de Silva (2011). Los participantes del curso no requieren de conocimientos previos sobre el uso de este ambiente de geometría dinámica. El software contiene diversas herramientas, funciones y recursos que ayudan a trabajar contenidos matemáticos de manera interactiva. Las actividades del curso se desarrollan en dos encuentros. En el primer encuentro, se trabajan actividades de geometría y algebra (uso de herramientas y recursos como el deslizador y el texto con sintaxis en $\LaTeX$) que permiten explorar algunos recursos funciones y herramientas del GeoGebra. En el segundo encuentro se trabajarán actividades relacionadas con el concepto de derivada de una función real de variable real: función derivada, reglas de derivación, recta tangente, criterio de la primera derivada. Para finalizar, se hace una reflexión sobre el uso correcto de estos ambientes tecnológicos en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática.

Palabras clave: GeoGebra; geometría; funciones; derivada.

Consideraciones iniciales

Investigaciones en el área de educación matemática como las de Salazar (2009), Malaspina et al. (2012) y Salazar et al. (2012a; 2012b) muestran que existen preocupaciones cognitivas con relación a la matemática o a los significados construidos para su enseñanza cuando se desarrollan actividades mediadas por ambientes tecnológicos.

Los investigadores afirman que al estudiar la influencia del uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se debe considerar necesariamente relaciones recíprocas entre la tecnología y el desarrollo del pensamiento matemático.

En ese mismo sentido, Artigue (2002) afirma que los ambientes tecnológicos utilizados estratégicamente pueden ser de gran utilidad para que los estudiantes comprueben resultados, refuercen conceptos; o puedan usarlos como herramientas para elaborar conjeturas e inferencias sobre las propiedades de objetos matemáticos representados. En el caso de los profesores, la investigadora afirma que estos ambientes tecnológicos pueden ser utilizados por el profesor como recursos para el desarrollo de su clase.

También, en cuanto al uso de ambientes tecnológicos que tiene como característica fundamental la manipulación directa y el arrastre, Olivero y Robutti (2001) y Grinkraut (2009) coinciden en afirmar que los ambientes de geometría dinámica, como el GeoGebra, poseen ventajas, entre las que señalan, por ejemplo, el lenguaje visual que es un nuevo medio de comunicación de conceptos matemáticos abstractos y la interactividad que estimula a los estudiantes a interesarse en diferentes contenidos matemáticos.

A continuación presentamos algunas características de este ambiente de geometría dinámica.

GeoGebra

El GeoGebra es un software de geometría dinámica para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos que se puede utilizar tanto en la Educación Básica Regular como en el nivel universitario.

Este ambiente, según Chumpitaz (2013) también es utilizado como un sistema de álgebra computacional (CAS) ya que las funciones básicas del CAS se orientan a disminuir brechas entre la geometría, el álgebra y el cálculo.

Se puede acceder a él mediante la descarga del GeoGebra 4 (`www.GeoGebra.com`) o el GeoGebra 4 Webstart, o bien se puede ejecutar directamente desde internet, tal como se muestra en la figura 1.

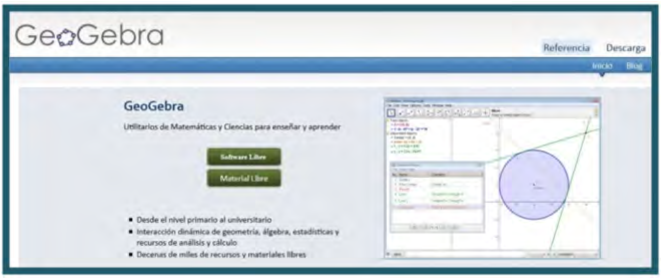


Figure 1: Página web de GeoGebra en español

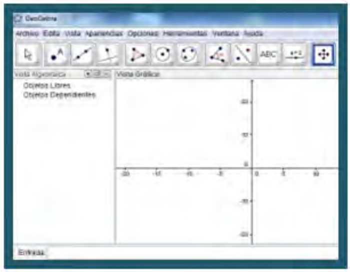
> [...] el GeoGebra ayuda a superar dificultades en la acción de comprobar propiedades y relacionar los objetos matemáticos con sus representaciones. (Chumpitaz, 2013. p. 21)

Asimismo, este software está formado por un conjunto de objetos básicos, como son la barra de herramientas (contiene diferentes cajas de herramientas) y un lenguaje de programación que utiliza una sintaxis específica.

El **GeoGebra**, presenta cuatro apariencias que describimos a seguir:

1. Algebra y gráficos:

Permite por ejemplo, construir gráficos de diferentes funciones dada su regla de correspondencia.

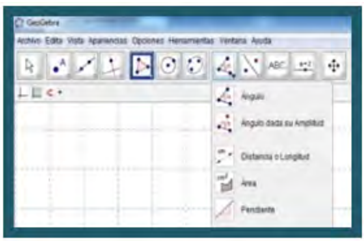


2. Geometría básica:

Se pueden crear puntos, vectores, rectas, segmentos, circunferencias, etc.

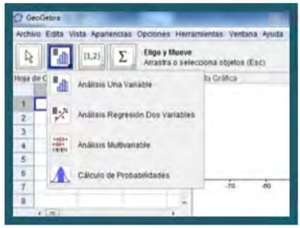
3. Geometría:

Además de lo señalado en la apariencia de geometría básica, se pueden crear polígonos regulares, medir ángulos, etc.



4. Hoja de cálculo y gráficos:

Permite graficar el análisis de regresión, cálculo de probabilidades, etc.



Además de crear gráficos de funciones, en la apariencia de álgebra y gráficos, éstas pueden ser modificadas de forma dinámica y; cualquier modificación realizada dinámicamente sobre el objeto representado, afecta a su expresión algebraica.

Observamos que las herramientas y recursos del software permiten trabajar contenidos matemáticos de manera dinámica, a diferencia de lo que se hace con lápiz y papel.

Actividades del curso

El presente curso utiliza el *GeoGebra* como herramienta para la enseñanza de contenidos matemáticos. Los participantes del curso no requieren de conocimientos previos sobre el uso de este ambiente de geometría dinámica.
El curso consta de dos encuentros cuyos contenidos se muestran en la tabla 1.

Tabla 6: Encuentros y contenidos del curso

Encuentro	Contenidos
Primero	Explorar herramientas y recursos para trabajar contenidos de geometría y de funciones.
Segundo	Explorar herramientas y recursos para trabajar contenidos del cálculo diferencial (derivada).

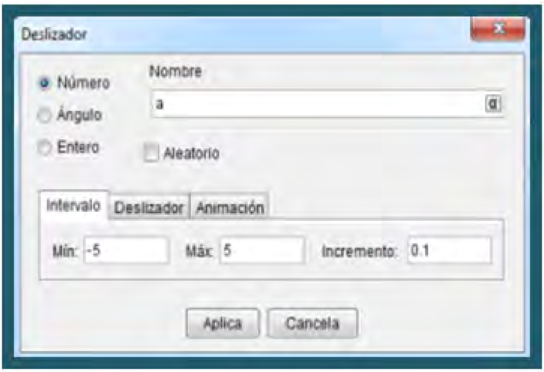
En el primer encuentro se exploran algunos recursos y herramientas del GeoGebra al trabajar actividades orientadas realizar construcciones geométricas y funciones (usan herramientas y recursos como el deslizador y el texto en LaTeX). En el segundo encuentro, se trabajaran actividades relacionadas con el concepto de derivada de funciones reales de variable real: función derivada, reglas de derivación, tangente a la gráfica de una función, crecimiento y derivada de una función.

<u>Primer encuentro</u>

Usando la herramienta "deslizador"

Utilice la apariencia de álgebra y gráficos, geometría o hoja de cálculo y gráficos.

1. Luego, active la herramienta "deslizador"  (caja de herramientas 10) y clique donde quiera que ella aparezca.
2. Aparecerá una ventana, en ella puede editar las propiedades del deslizador como: intervalo (valores mínimo y máximo); deslizador (horizontal o vertical, tamaño, etc.); animación (velocidad que el deslizador cambiará de valor, etc.).



3. Un ejemplo: escriba en el campo de entrada `f(x)=a*x^2` mueva el selector y vea lo que sucede.

4. Ahora clique con el botón derecho del mouse sobre el deslizador, escoja "animación automática" y vea lo que sucede.

5. En el lado inferior izquierdo de la ventana aparecerá un botón del tipo play clicando en este botón, comienza la animación.

Textos con sintaxis en LaTeX

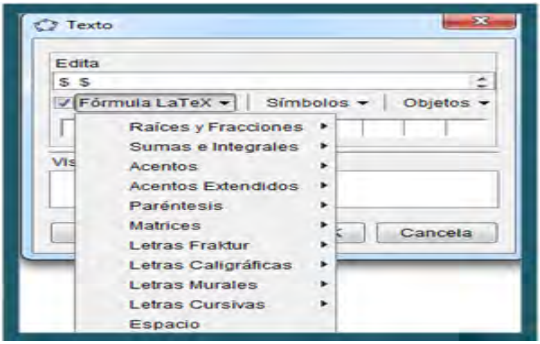
El *GeoGebra* permite que se inserten textos dinámicos en la ventana de visualización y en los deslizadores. Estos textos pueden ser simples o vinculados a alguna variable.

1. Abra una nueva ventana y active la herramienta "insertar texto" (caja de herramientas 10).

2. En la ventana que aparecerá escriba `a^2=` y clique en **ok**. Observe que el texto aparece en la ventana de visualización.

3. Clique con el botón derecho del mouse sobre el texto que acaba de crear y seleccione la opción **editar**. La ventana donde escribió el texto reaparecerá. Luego active la caja de selección LaTeX y clique **ok**.

4. Vea lo que antes era "`a^2=`" ahora es "`a2 =`" con el recurso del LaTeX activado es posible que pueda transformar textos en símbolos matemáticos, como: raíces y fracciones, sumas e integrales, acentos, paréntesis, matrices, etc.



5. Veamos algunos ejemplos en la tabla 2.

Tabla 7: Ejemplos con LaTeX

Sintaxis	Salida
`\sqrt{x^+2}`	$\sqrt{x^{+}2}$
`\frac{5}{(x-2)^2}`	$\frac{5}{(x-2)^2}$
`\sqrt{\frac{x+y}{3+x^2}}`	$\sqrt{\frac{x+y}{3+x^2}}$

Textos dinámicos

En muchas ocasiones es importante ver lo que ocurre con algunos resultados o construcciones cuando alteramos un parámetro. Veamos un ejemplo.

1. Abra una nueva ventana (puede presionar `ctrl+n`).
2. En el campo de entrada digite a=1 y luego **enter**. Clique con el botón derecho del mouse sobre a=1 en la ventana algebraica y

seleccione la opción **mostrar objeto**, aparecerá un deslizador.

3. Nuevamente active la herramienta “insertar texto” (caja de herramientas 10). Lo que se hará es insertar un texto en el que aparecerá un mensaje fijo y otro que varíe (texto dinámico).

4. La parte fija deberá estar entre comillas. El símbolo + unirá la parte fija con la parte variable. La parte variable quedará de preferencia entre paréntesis. Para ello haga lo siguiente: escriba “`a^2=`”`+(a^2)` y no se olvide de señalar la caja que activa la sintaxis del LaTeX.

5. Seleccione la herramienta mover y modifique el valor del parámetro “a” usando el deslizador. ¿qué ocurre con el texto?

Actividad 1: Teorema de Tales con GeoGebra.

1. Para esta actividad puede utilizar la apariencia geometría y ocultar la cuadrícula.

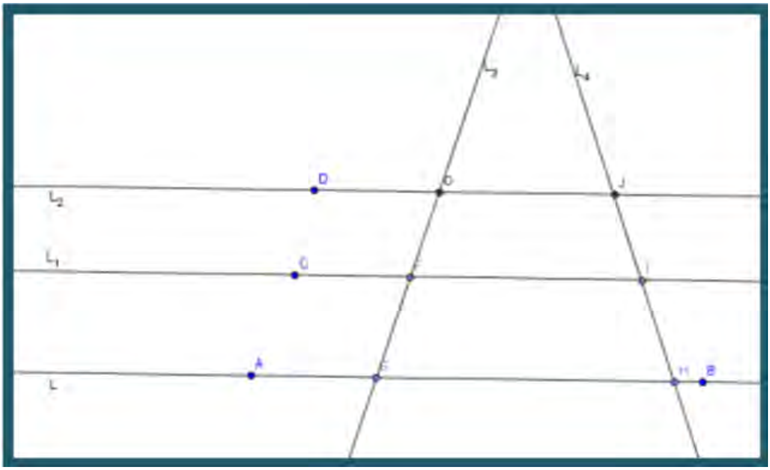
2. Utilice la herramienta “recta definida por dos puntos” (ventana 2), dibuje una recta.

3. Marque dos puntos C y D fuera de la recta dibujada y utilice la herramienta “recta paralela” (ventana 4) y dibuje dos rectas paralelas que pasen por los puntos C y D.

4. Seleccione la herramienta “nuevo punto” y clique sobre la recta L (que pasa por los puntos A y B). Un punto E se creará sobre la recta, además marque un punto F sobre la recta L_1.

5. Active la herramienta “recta definida por dos puntos” y cree una recta por los puntos E y F (llamaremos L_2 a esta recta). Repita este procedimiento para crear las rectas L_3 y L_4, tal como muestra la figura 2.

Figure 2: Rectas paralelas y transversales



6. Con la herramienta "distancia" mida las distancias HI, IJ, EF y FG.

6. Seleccione la herramienta "insertar texto" clique donde quiera que aparezca el texto e ingrese el siguiente texto:

```
"\frac{HI} {IJ}="+(distanciaHI / distanciaIJ)
```

Marque en la caja LaTeX y clique **ok**.

6. Con la herramienta "insertar texto" clique donde quiera que aparezca el texto e ingrese el siguiente texto:

```
"\frac{EF} {FG}="+(distanciaEF / distanciaFG)
```

Marque en la caja LaTeX y clique **ok**.

Momento de reflexión:

Algunos aspectos que debe observar:

1. Presione **esc** y arrastre el punto F. ¿Qué sucede con la razón EF/FG y HI/IJ?

2. Ahora mueva el punto C. ¿Qué sucede con la razón EF/FG? Y ¿HI/IJ? ¿Se modifica el resultado de la división? ¿Qué sucede con la relación entre EF/FG y HI/IJ?

3. Ahora modifique la posición de cualquier punto y vea que sucede con EF/FG y HI/IJ. A partir de lo observado ¿qué podría afirmar sobre $\frac{EF}{FG} = \frac{HI}{IJ}$?

4. ¿Puede identificar otras razones que darán el mismo resultado?

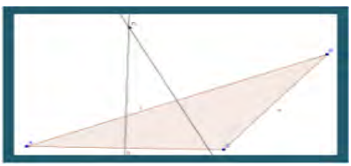
Actividad 2: Construcción del circuncentro.

Para esta actividad puede utilizar la apariencia geometría y ocultar la cuadrícula.

1. Seleccione la herramienta "polígono" y cree un triángulo con vértices en los puntos A, B y C.

2. Active la herramienta "mediatriz" (ventana 4) y clique sobre el lado c y sobre el lado b.

3. Seleccione la herramienta "intersección de dos objetos" y clique sobre las rectas. Un punto D (llamado circuncentro) será creado como muestra la figura.



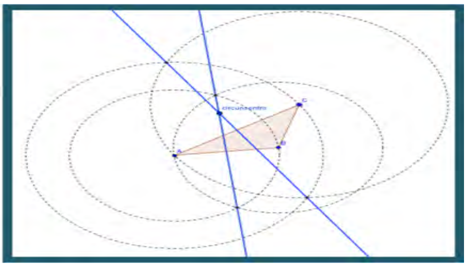
Observación: otra manera de construir el circuncentro.

1. Para esta actividad puede utilizar la apariencia geometría y ocultar la cuadrícula.

2. Seleccione la herramienta "polígono" y cree un triángulo con vértices en los puntos A, B y C.

3. Construya la mediatriz de los lados b y c del triángulo ABC como muestra la figura.

4. Seleccione la herramienta "intersección de dos objetos" y clique sobre las rectas. Un punto D (llamado circuncentro) será creado como muestra la figura.



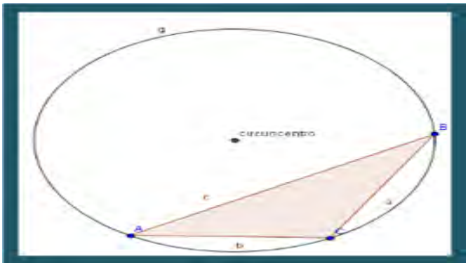
Momento de reflexión (a):

Algunos aspectos que debe observar:
Piense sobre la construcción hecha: ¿será que las mediatrices de cualquier triangulo se encontrarán siempre en un mismo punto? Para ayudarlo en la respuesta haga lo siguiente: presione **esc** y arrastre cualquier vértice, ¿qué observa?

Continuaremos nuestra actividad con una pregunta: ¿el circuncentro tiene alguna propiedad especial?

5. Active la herramienta "mostrar y ocultar objetos" (ventana 11) y esconda las mediatrices de los lados c y b.

5. Modifiquemos el nombre del punto D para **circuncentro**. Para ello, clique con el botón derecho y seleccione la opción "renombrar" y en la ventana que aparecerá escriba circuncentro, luego clique **ok**.



5. Active la herramienta "circunferencia dado su centro y uno de sus puntos" (ventana 6) clique en el punto circuncentro y en uno de los vértices de triángulo. Será creada una circunferencia g. ¿qué observa?

Momento de reflexión (b):

1. Escriba lo que observó.

2. Parece que el triángulo está inscrito en la circunferencia. ¿Si el triángulo fuera diferente esto podría suceder?

Actividad 3: Construcción de un mosaico utilizando la herramienta "traslación" del *GeoGebra*.

1. Para esta construcción debe utilizar la apariencia de geometría básica.

2. Construya un cuadrado $ABCD$.
3. Construya un triángulo con un lado común al lado AC del cuadrado.
4. Cree un vector $\overrightarrow{AB}$.
5. Traslade el triángulo según ese vector y grafique el polígono $ABCDEF$.
6. Traslade el polígono ABCDEF según el vector $\overrightarrow{AB}$.
7. Cree el vector $\overrightarrow{AC}$ y traslade nuevamente el polígono según el vector.

También puede modificar el color del mosaico construido utilizando los recursos del *GeoGebra*.

Actividad 4: Construcción del dominio y rango de una función acotada.

1. Para esta construcción utilice la apariencia algebra y gráficos y cambie el fondo a cuadricula.
2. En el campo de entrada escriba directamente en el campo de entrada la palabra función y de inmediato aparecerá el comando:

   ```
   Función[<Función>,<valor inicial de x>,<valor final de x>]
   ```

3. Si no apareciera el comando anterior, escriba
   `Función[-(x-2)^2+5,1,4]`
   y presione *enter*. Aparecerá la gráfica de la función
   $f(x) = -(x-2)^2 + 5, x \in [1;4]$.

4. Para cambiar el color y el estilo de la curva presione el botón derecho del mouse y aparecerá un menú. Seleccione *Propiedades de Objeto*. Usted puede escoger el atributo que desea modificar.

5. Active la opción deslizador (10^a ventana). Luego indique el intervalo desde 1 hasta 4.

6. Escriba en el campo de entrada la ecuación: $x = a$. De esta manera se conecta la gráfica de la función con el deslizador. Lo que se desea es buscar la intersección de dicha recta con la gráfica de la función y con el eje X, ubicando el punto A y B respectivamente. Para ello se debe ir a la barra de menú y ubicar el botón: intersección de objetos, lo activamos y marcamos las curvas para obtener a los puntos A y B.

7. Clique (botón derecho del mouse) sobre la recta ocúltela. Ubique luego la herramienta segmento $\overline{AB}$ (use atributos para que tenga: color rojo y línea punteada).

8. Trace una recta perpendicular que pase por A y sea perpendicular al eje Y, y ubique el punto C.

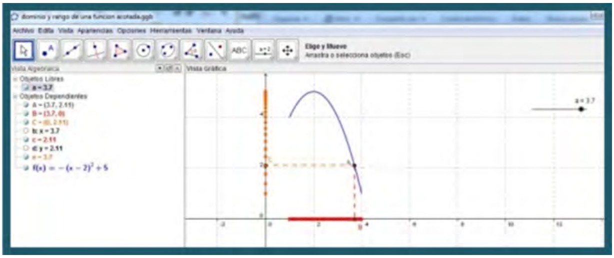
9. Oculte la recta, y trace el segmento $\overline{AC}$. Cambie los atributos del segmento (naranja de grosor 3 y tipo de línea punteada).

10. Manipule el deslizador y cambie los valores de a ¿qué observa?

11. Clique en los puntos A y B y active la herramienta rastro. De este manera al mover los valores de a en el deslizador, se moverá los puntos A y B de los ejes X e Y respectivamente, observándose así, el dominio y rango de la función.

12. Active la opción deslizador y con el botón derecho del mouse sobre él active la opción animación automática. De esa manera podrá observar (ver figura abajo) la representación gráfica el dominio y rango de una función acotada.

Figure 3: Dominio y rango de una función acotada



Actividad 5: noción de derivada a partir de rectas tangentes.

1. Ingrese la función $f(x) = x^3 - 2x + 4$ en el campo de entrada.

2. Utilice el deslizador (caja de herramientas 10), clique en la ventana geométrica. En la caja del deslizador exhibida, atribuya el valor de a variando de -5 (min.) a 5 (máx.).

3. Ingrese el punto A en el gráfico colocando en el campo de entrada la expresión $A = (a, f(a))$.

4. Utilice la herramienta recta tangente (4^a ventana). Clique en el gráfico de la función y en el punto A, así obtendrá la recta tangente (b) al gráfico en este punto.

5. Con la herramienta pendiente (8^a ventana), clique en la recta tangente, así obtendrá el valor de m que corresponderá a su inclinación en ese punto.

6. En el campo de entrada, ingrese el punto B con las siguientes coordenadas (a, m). Con el botón derecho del mouse en el punto B, active la opción habilitar rastro.

7. Mueva el parámetro a (con la opción mover 1^a ventana) y observe la curva obtenida por el rastro dejado. La curva resultante de la unión de los puntos dejados por el rastro, ¿corresponde al gráfico de una función? ¿Qué relación tienen los dos gráficos?

Observación

Puede graficar la derivada de una función directamente de la siguiente manera:

1. Ingrese en el campo de entrada la función:

$$f(x) = x^3 - 2x + 4$$

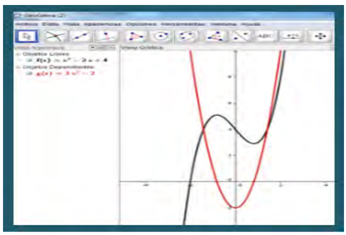
2. Active la ayuda de entrada (botón en el lado inferior derecho de la pantalla) allí se abrirá una ventana.

3. Escoja la opción función y cálculo, en seguida Derivada. Clique en pega para que el comando derivada aparezca en el campo de entrada e ingrese $f(x)$ y *enter*.

4. Aparecerá representada la gráfica de la derivada de $f(x)$ en la ventana gráfica y en la algebraica su derivada. (ver figura).

Segundo encuentro

1. Los cálculos podrán realizarse usando el programa *GeoGebra*.
2. Aunque el ejercicio no lo pida, Ud. puede graficar las funciones indicadas.
3. En el programa *GeoGebra* encuentre un comando llamado Derivada.



4. La expresión $f'(x)$ significa: derivada de la función f en x.
5. La expresión $f'(2)$ significa: derivada de la función f en $x = 2$ (Primero se deriva y luego el resultado se reemplaza en $x = 2$).

El comando Derivada

En la parte inferior de la ventana principal, seleccione Entrada y escriba Deriva, a continuación le aparecerá la sintaxis correspondiente al comando, tal como se muestra a continuación:

Derivada[<Función>]
Derivada[<Curva>]
Derivada[<Función>, <Orden de la Derivada (número o valor numérico)>]
Derivada[<Función>, <Variable>]
Derivada[<Curva>, <Orden de la Derivada (número o valor numérico)>]
Derivada[<Función>, <Variable>, <Orden de la Derivada (número o valor numérico)>]

El *GeoGebra* tiene también otros comandos asociados como Derivada Implícita y Derivada Paramétrica, para ver su sintaxis realice la misma operación anterior o bien utilice la opción Ayuda de Entrada, en la parte inferior derecha, con ella accederá a la lista completa de comandos o si desea a los comandos agrupados por temas.

Actividad 1: Las reglas de derivación

1. Sean $f(x) = x^2 + 3x^3 + x^5 + x^1 0,\ g(x) = cos(x) + \sqrt{x+1}$.

2. Calcule f'. Respecto al resultado ¿qué obtiene una función o un número?
   a. ¿Cuál es el dominio de g?
   b. Calcule g' ¿cuál es el dominio de g'?

<u>**Momento de reflexión:**</u>

Existe alguna relación entre los dominios de una función y su derivada, ¿por qué?

1. Sean las funciones $f(x) = x^3 - 6x$ y $g(x) = 6x - 12$. Calcule:
   a) $[f(x)]'$
   b) $[g(x)]'$
   c) $[f(x)]' + [g(x)]'$
   d) $[f(x) + g(x)]'$
   e) $[f(x)]' \cdot [g(x)]'$
   f) $[f(x) \cdot g(x)]'$
2. Halle las derivadas de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = C$, donde C es una contante real.
   b) $f(x) = x^n$, donde n es un número racional.
   c) $f(x) = \sqrt{x}$
   d) $f(x) = \frac{1}{x}$
   e) $f(x) = sen(x)$
   f) $f(x) = cos(x)$

Nota: en el programa sen(x) se escribe: sin(x)

Actividad 2: Rectas tangentes

Grafique la función $f(x) = \frac{1}{(x-3)}$ y ubique el punto $Q(4, 1)$ en el plano.

a) Calcule $f'(4)$.

b) Determine la ecuación de la recta L que pase por el punto Q con pendiente $f'(4)$.

c) Grafique la recta L en el mismo plano en el que graficó la función f.

d) ¿Qué puede afirmar acerca de la recta L respecto a la gráfica de la función f?

Momento de reflexión:

¿A qué llamamos la recta tangente a una curva en un punto?

Actividad 3: Criterio de la primera derivada

Sean: $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 + 2x^2 + x + 5$.

a) ¿En qué intervalo f crece, en qué intervalo f decrece, en qué punto cambia de decreciente a creciente?

b) Halle f' ¿en qué intervalo f' es negativa, en qué intervalo f' es positiva, en qué punto f' es cero?

c) ¿Encuentra alguna relación entre los resultados obtenidos en a) y b)?

d) Repita las preguntas a),b) y c) pero con la función g.

e) ¿Podría escribir una conjetura respecto a la relación entre función y derivada?

Momento de reflexión:

¿Hasta qué punto podemos asegurar que las conclusiones obtenidas en unos ejemplos son válidas siempre?

Consideraciones finales

El uso del *GeoGebra* favorece el desarrollo del pensamiento geométrico de los sujetos. Porque las construcciones geométricas, que se pueden trabajar en este ambiente, permiten que los estudiantes conjeturen propiedades de los objetos geométricos representados asimismo, ayuda a que el sujeto realice múltiples representaciones que le permiten desarrollar estrategias de resolución de situaciones problema.

Este software, reúne todas las ventajas didácticas que poseen otros ambientes de geometría dinámica (Cabri II plus, etc.) pero además la presencia de una ventana geométrica y otra algebraica posibilita el tránsito "natural" de la geometría sintética a la geometría analítica.

Agradecemos a la Dra. Maria José Ferreira da Silva por facilitar algunos materiales que fueron adaptados para el desarrollo de este curso.

Referencias

Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning 7.* Kluwer Academic Publishers, 245-274.

Chumpitaz, L. D. (2013). *La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería.* Tesis de maestría de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.

Grinkraut, M. L. (2009). *Formação de professores envolvendo a prova matemática: um olhar sobre o desenvolvimento profissional.* Tesis doctoral, Pontifícia Universidad Católica de São Paulo. São Paulo, Brasil.

Malaspina, U. J.; Ugarte, F.; Salazar, J. V. F.; Osorio A.; Gaita, C. (2012). *Didáctica de las Matemáticas: Avances y Desafíos Actuales en la Educación Básica Regular.* Editorial Hozlo: Lima, Perú. ISBN: 978-612-46343-0-7.

Olivero, F.; Robutti, O. (2001). *Measures in Cabri as a bridge between perception and theory.* En: Proceedings of the 25th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education. Netherlands: PME 25. (4), 9-16.

Salazar, J. V. F. (2009). *Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de Transformações Geométricas no Espaço.* Tesis doctoral, Pontifícia Universidad Católica de São Paulo. São Paulo, Brasil.

Salazar, J. V. F.; Malaspina, U. J.; Gaita, C.; Ugarte, F. (2012a). *Three-Dimensional Geometric Transformations Using Dynamic Geometry: A View from the Instrumental Genesis.* En: 12th International Congress on Mathematical Education. Corea: ICME 12. (1), 2435-2443.

Salazar, J. V. F.; Gaita, C.; Beteta, M. (2012b). *Introducción a la Geometría Espacial con CABRI 3D.* En: VI Congreso Iberoamericano de Cabri (IBEROCABRI 2012) PUCP. Lima: PUCP, (12), 278-285.

Jesus Victoria Flores Salazar.
Profesora del Departamento de Ciencias/Sección Matemática y de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
Miembro de los grupos de Investigación DIMAT/PUCP y PEAMAT/PUC-SP.
Pos-doctorado en Educación Matemática del Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
Bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq/Brasil).