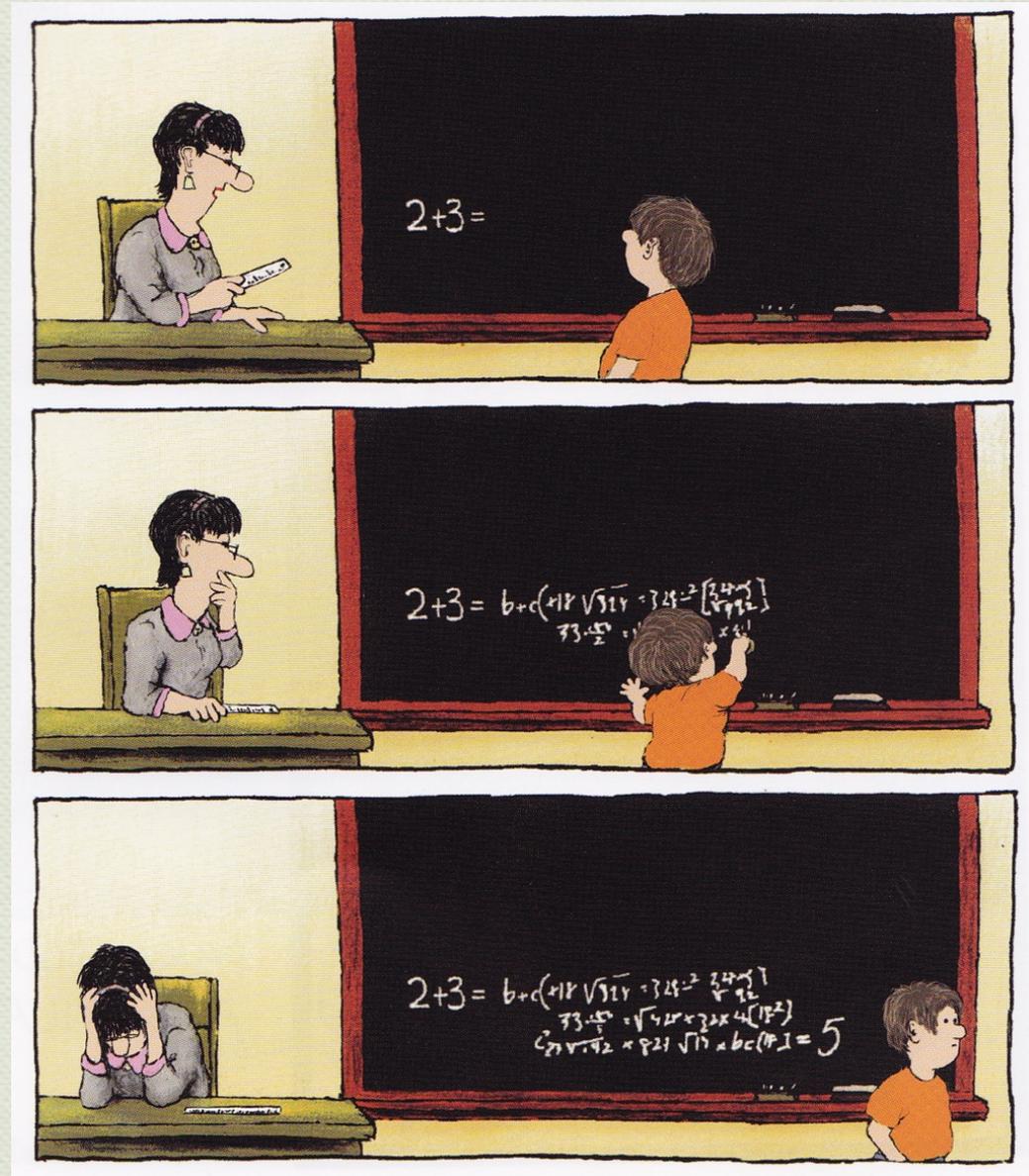


# La Formación Matemática de Maestros

*Jose Luis Lupiáñez*

Universidad de Granada



# Esquema

- ◆ La investigación sobre formación de profesores
- ◆ Qué *deberían* ser capaces de hacer los maestros en matemáticas
- ◆ Qué *son* capaces de hacer
- ◆ Cómo se puede fundamentar su formación
- ◆ Cómo se está llevando a la práctica en la Universidad de Granada

# La formación de profesores

- ◆ Se considera una de las prioridades de la investigación actual en Educación Matemática
- ◆ Líneas de interés:
  - ◆ Procesos de pensamiento, conocimiento y creencias
  - ◆ Diseño e implementación de procesos formativos
  - ◆ Funciones y relaciones de los agentes participantes
  - ◆ Desarrollo profesional y actividad del formador

# La formación de profesores

- ◆ Se considera una de las prioridades de la investigación actual en Educación Matemática
- ◆ Líneas de interés:
  - ◆ Procesos de pensamiento, conocimiento y creencias
  - ◆ Diseño e implementación de procesos formativos
  - ◆ Funciones y relaciones de los agentes participantes
  - ◆ Desarrollo profesional y actividad del formador

# Conocimiento del profesor de matemáticas

# Conocimiento del profesor

Diferentes modos de destacar aspectos claves

Conocimientos a adquirir:

◆ común de contenido

◆ especializado del  
contenido

◆ del horizonte matemático

◆ del contenido y el alumno

◆ del contenido y la  
enseñanza

◆ del contenido y el  
curriculum

# Conocimiento del profesor

Diferentes modos de destacar aspectos claves

Competencias a desarrollar:

- ◆ matemática
- ◆ curricular
- ◆ sobre enseñanza
- ◆ sobre aprendizaje
- ◆ sobre evaluación
- ◆ colaborativa
- ◆ para el desarrollo profesional

# La competencia matemática

- ◆ Ser competente en matemáticas es parte de la formación que deben desarrollar los futuros maestros
- ◆ ¿Está condicionada esta competencia por las directrices curriculares?
- ◆ ¿Qué conocimientos matemáticos dominan los futuros profesores de Educación primaria?

**LEP 1945**

**LGE 1970**

**LOGSE 1990**

**LOE 2006**

**Descriptorios que muestran el aprendizaje matemático**

**Dominio de habilidades y destrezas**

**Logro de capacidades  
Resolución de problemas matemáticos**

**Uso de estrategias en la resolución de problemas  
Actitudes positivas hacia la matemática**

**Utilizar conocimientos matemáticos para abordar y dar respuesta a situaciones de la vida cotidiana. Competencias matemáticas**

**El aprendizaje se alcanza mediante**

**Ejercicio y repetición**

**Interiorización y creación de las estructuras matemáticas**

**Desarrollo del pensamiento matemático**

**Desarrollo de cierta complejidad cognitiva. Uso de los conocimientos en contexto**

LEP 1945	LGE 1970	LOGSE 1990	LOE 2006
<b>Las matemáticas escolares consisten en</b>			
Definiciones y algoritmos	Expresión formal de las estructuras mentales	Conceptos y procedimientos. Resolución de problemas. Actitudes	Pensar y razonar; Justificar y argumentar; Comunicar; Representar; Dominar y aplicar las reglas del lenguaje simbólico; Modelizar; Resolver problemas
<b>Fundamentos del aprendizaje matemático</b>			
Conductivistas	Estructuralistas	Constructivistas	Funcional. Contempla distintos niveles de demandas cognitivas y de expectativas de aprendizaje

# TEDS-M: Qué, quién y por qué

- ◆ *Teacher Education and Development Study in Mathematics*
- ◆ Estudio comparativo internacional sobre la formación inicial de profesores de matemáticas
- ◆ International Association for the Evaluation Achievement (IEA)
- ◆ Michigan State University
- ◆ Australian Council for Educational Research
- ◆ Deficiencias y diferencias en el rendimiento escolar (TIMSS)
- ◆ Diversidad de aproximaciones a la formación de profesores

# TEDS-M: Participantes

- ◆ Alemania
- ◆ Botswana
- ◆ Canadá
- ◆ Chile
- ◆ China Taipei
- ◆ España
- ◆ Estados Unidos
- ◆ Filipinas
- ◆ Georgia
- ◆ Malasia
- ◆ Noruega
- ◆ Omán
- ◆ Polonia
- ◆ Rusia
- ◆ Singapur
- ◆ Suiza
- ◆ Tailandia

# TEDS-M: Objeto de estudio

- ◆ COMPONENTE I: Estudio de las políticas educativas sobre la formación del profesorado en matemáticas y el contexto cultural y social de las mismas
- ◆ COMPONENTE II: Estudio de los currículos y programas existentes para la formación inicial del profesorado de matemáticas en educación primaria y secundaria obligatoria
- ◆ COMPONENTE III: Estudio del conocimiento matemático y pedagógico-didáctico que tienen los futuros profesores de matemáticas

# TEDS-M: Objeto de estudio

- ◆ COMPONENTE I: Estudio de las políticas educativas sobre la formación del profesorado en matemáticas y el contexto cultural y social de las mismas
- ◆ COMPONENTE II: Estudio de los currículos y programas existentes para la formación inicial del profesorado de matemáticas en educación primaria y secundaria obligatoria
- ◆ COMPONENTE III: Estudio del conocimiento matemático y pedagógico-didáctico que tienen los futuros profesores de matemáticas

# TEDS-M: Objeto de estudio

## Conocimiento del Contenido Matemático

	Números y operaciones	Álgebra y funciones	Geometría y medida	Datos y Azar
Conocer				
Aplicar				
Razonar				

# TEDS-M: Objeto de estudio

## Conocimiento Pedagógico del Contenido

Conocimiento  
curricular

Planificación de la  
enseñanza

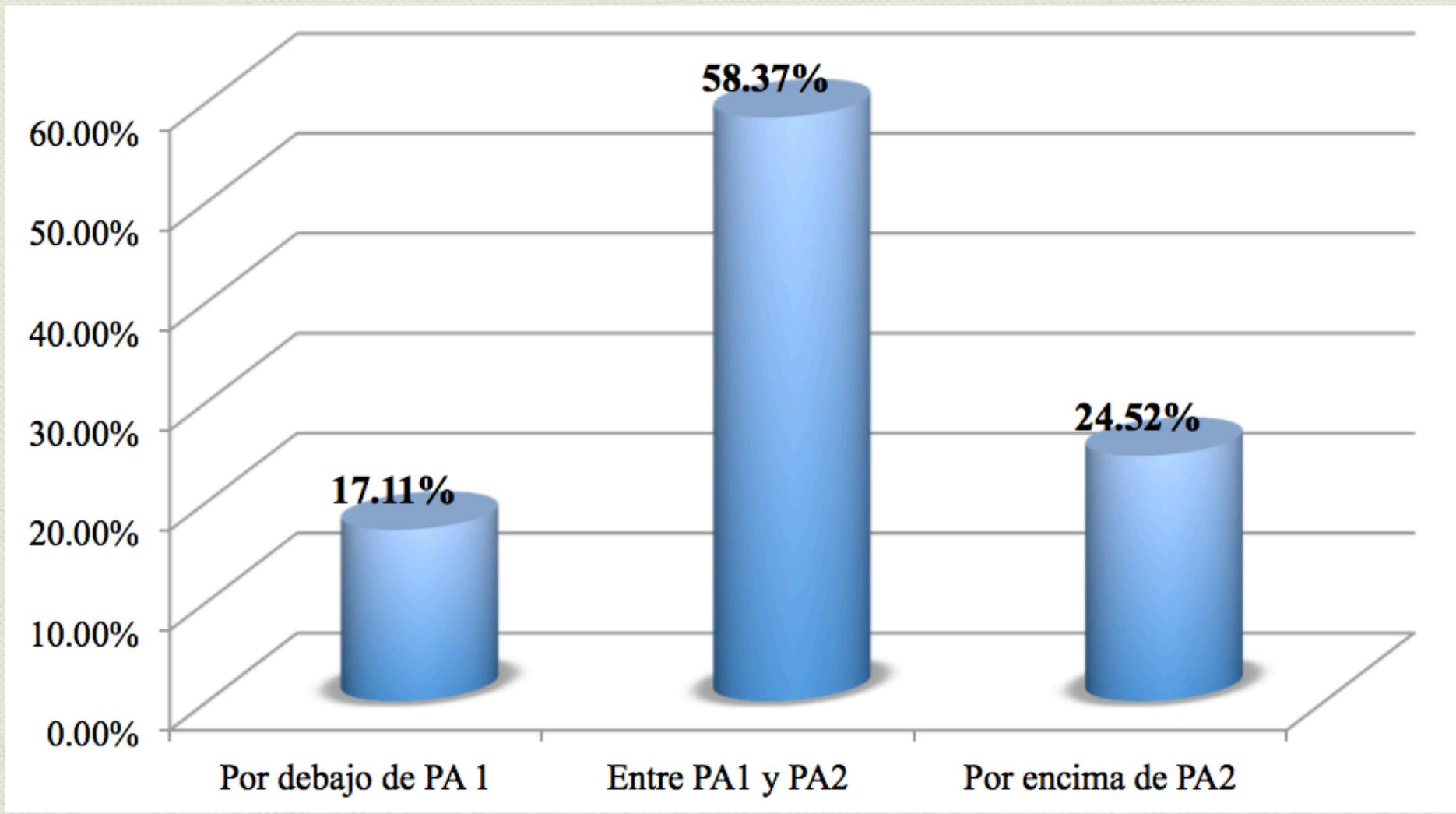
Implementación de la  
enseñanza

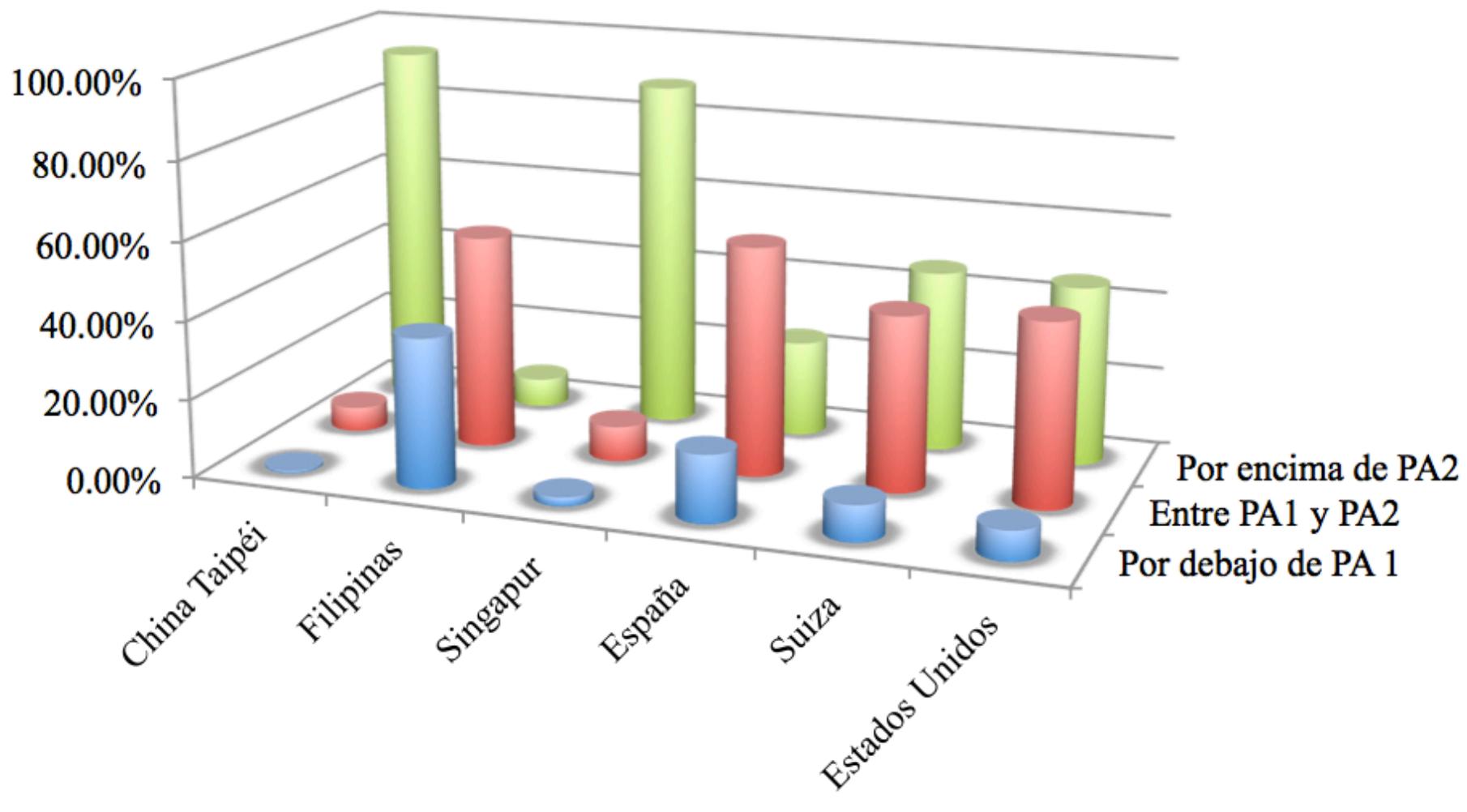
# TEDS-M: Cómo

- ◆ 5 cuestionarios (con preguntas compartidas)
- ◆ Resultados: 2 escalas basadas en la teoría de respuesta de ítems
- ◆ Puntos de anclaje para determinar lo que son o no capaces de hacer los futuros profesores (2 en el caso del contenido matemático)
- ◆ El primer conjunto de preguntas describen lo que un futuro profesor con resultados en el punto de anclaje es capaz de hacer. El segundo representa lo que ese futuro profesor difícilmente puede lograr.

# TEDS-M: España

- ◆ Centrado en la Educación primaria (plan 1991)
- ◆ 47 instituciones (90%)
- ◆ 1093 futuros profesores (86,5%)
- ◆ *FQM193 Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico.*  
PAIDI. Junta de Andalucía
- ◆ <http://www.ugr.es/~tedsm/>





# TEDS-M: España

- ◆ Aprox. 4/5 de los futuros maestros españoles son capaces de:
  - ◆ realizar cálculos básicos
  - ◆ resolver problemas rutinarios con fracciones o ecuaciones sencillas
  - ◆ visualizar e interpretar figuras en 2 y 3 dimensiones
  - ◆ entender usos básicos de variables y de equivalencia de expresiones

# TEDS-M: España

- ◆ 1/4 de los futuros maestros españoles son capaces de:
  - ◆ resolver problemas de enunciado verbal
  - ◆ reconocer ejemplos de números racionales e irracionales
  - ◆ hallar m.c.m en contextos familiares
  - ◆ hallar el área y el perímetro de figuras sencillas
  - ◆ están familiarizados con expresiones lineales y funciones

# Programas de formación de profesores

# Formación Inicial del Profesorado

- ◆ *La Formación Inicial del Profesorado ante la Implantación de los Nuevos Grados en Infantil, Primaria y Máster de Secundaria*
- ◆ SEIEM; CIEM, i-MATH. Abril 2011
- ◆ Panel de expertos de 21 universidades españolas
- ◆ Analizar situaciones y necesidades derivadas de la implantación de los nuevos Grados (EP, EI) y Máster Profesorado (ES)

# Formación Inicial del Profesorado

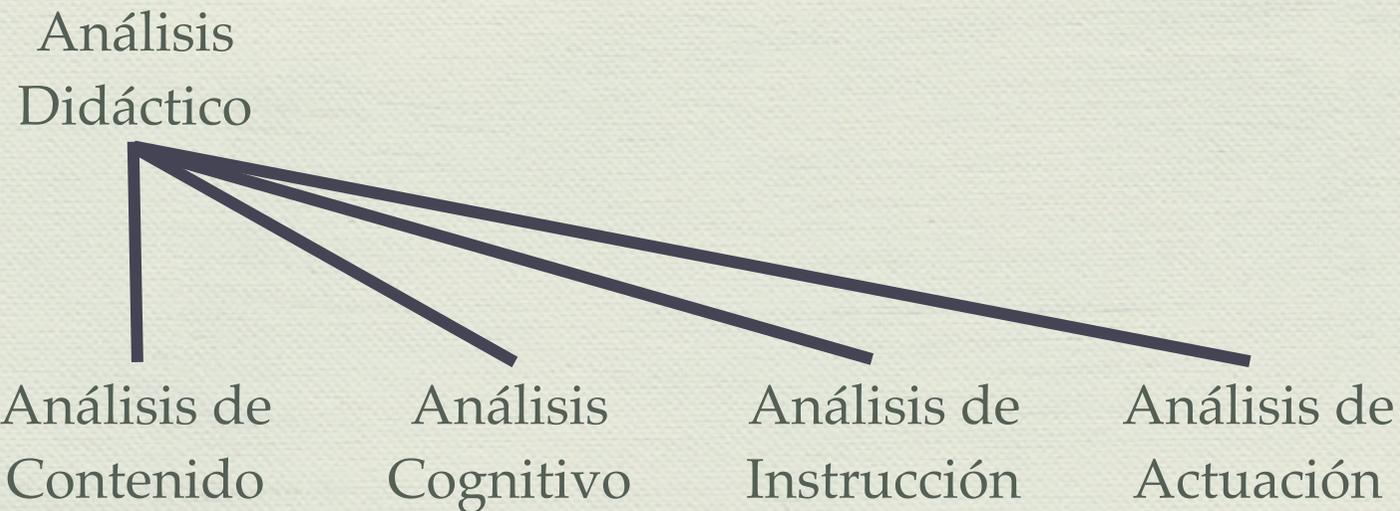
- ◆ Cambio curricular alentador

# Formación Inicial del Profesorado

- ◆ Cambio curricular alentador
- ◆ Adecuar la formación a los contenidos curriculares de Educación primaria y las competencias profesionales del maestro
- ◆ Fundamentar esta formación en las directrices normativas y en los resultados de la investigación sobre formación de profesores
- ◆ Desarrollar modelos de evaluación del desarrollo de esas competencias
- ◆ Elaborar documentos de referencia

# Formación Inicial del Profesorado

- ◆ ¿Qué descriptores básicos deben orientar las materias que forman a los futuros maestros?
- ◆ Un modelo formativo: el *análisis didáctico*



- ▶ Procedimiento para el estudio, diseño, desarrollo y evaluación de un tema de las matemáticas escolares
- ▶ Es específico para cada tema de matemáticas
- ▶ Se fundamenta en la noción de currículo
- ▶ Se orienta hacia un enfoque funcional de las matemáticas
- ▶ Está compuesto, a su vez, por cuatro análisis



- ▶ Los sistemas de representación  
*Recogen los diferentes modos en los que es posible representar los diferentes conceptos y procedimientos y sus relaciones*
- ▶ El análisis fenomenológico  
*Considera los contextos, las situaciones y los problemas que dan sentido al contenido considerado*
- ▶ La estructura conceptual  
*Integra y relaciona los diferentes conceptos y procedimientos de un tema y sus relaciones, sus formas de representación y los contextos a los que responde*

## Análisis Didáctico



### ► Expectativas de aprendizaje

*Que delimitan y organizan lo que el profesor espera que los escolares aprendan sobre un tema, a diferentes niveles*

### ► Limitaciones del aprendizaje

*Análisis de los posibles errores y dificultades que pueden surgir durante el proceso de aprendizaje de los escolares*

### ► Oportunidades de aprendizaje

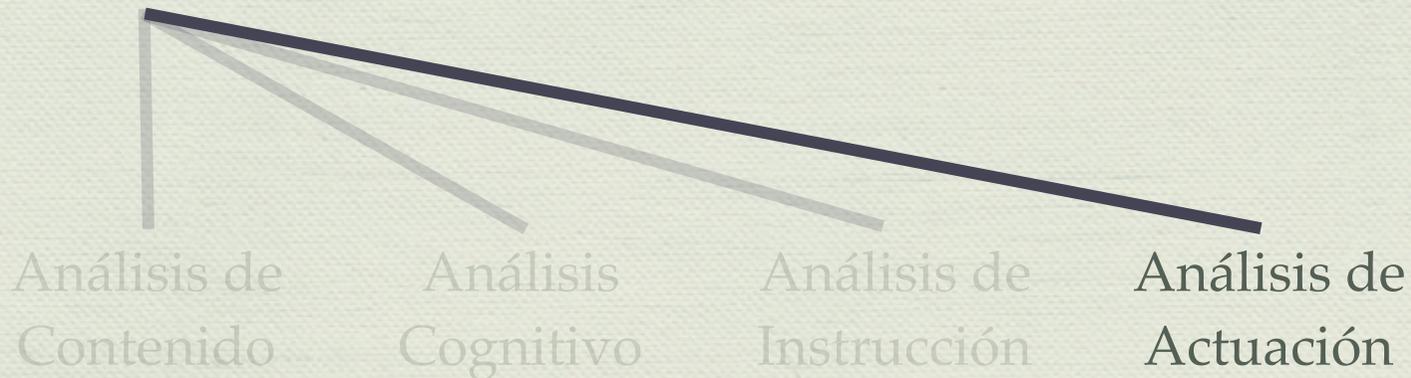
*Selección y el diseño de tareas que realiza el profesor que le suministran a los escolares la oportunidad de aprender*

## Análisis Didáctico



- ▶ Selección de tareas de diferente grado de complejidad
- ▶ Resolución de problemas y modelización
- ▶ Empleo de materiales y recursos
- ▶ Secuenciación de las tareas y las sesiones de clase
- ▶ Selección de criterios e instrumentos de evaluación
- ▶ Gestión del aula

## Análisis Didáctico



- ▶ El profesor puede valorar a qué aspectos de la actuación docente se atribuyen los logros y las carencias destacados
- ▶ El papel de la evaluación es fundamental
- ▶ Esa evaluación afecta a todas las variables consideradas en la actuación docente

# Formación Inicial del Profesorado

- ◆ ¿Es pertinente implementar el análisis didáctico en un programa de formación de maestros?
- ◆ Experiencia de partida:
  - ◆ Formación inicial de profesores de secundaria
    - ◆ Licenciatura
    - ◆ Máster de profesorado
  - ◆ Formación permanente (primaria y secundaria)

# Formación Inicial del Profesorado

- ◆ Un trabajo de investigación en curso:
- ◆ SEJ2005-07354/ EDUC (2005-2008). Secundaria
- ◆ EDU2009-10454EDUC (2009-2012). Primaria
- ◆ Determinar competencias profesionales del profesor de educación primaria (...)
- ◆ Diseñar un plan de formación inicial de maestros en el área de matemáticas basado en el análisis didáctico (...)
- ◆ Producir e implementar diseños curriculares (...)
- ◆ Evaluar el impacto de esta formación en las competencias profesionales del futuro maestro en Matemáticas (...)

# Una propuesta de formación de maestros

# Una propuesta de formación

- ◆ Competencia matemática
- ◆ Competencia sobre la enseñanza
- ◆ Competencia sobre el aprendizaje
- ◆ Competencia sobre evaluación
- ◆ Competencia curricular

# Una propuesta de formación

- ◆ Competencia matemática
- ◆ Competencia sobre la enseñanza y el aprendizaje
- ◆ Competencia curricular y sobre evaluación

# Una propuesta de formación

- ◆ Bases Matemáticas para la Educación Primaria (1º, 9 cr.)
- ◆ Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria (2º, 6 cr.)
- ◆ Diseño y Desarrollo del Currículo de Matemáticas en Educación Primaria (3º, 7 cr.)

# Una propuesta de formación

- ◆ Bases Matemáticas para la Educación Primaria (1º, 9 cr.)
- ◆ Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria (2º, 6 cr.)
- ◆ Diseño y Desarrollo del Currículo de Matemáticas en Educación Primaria (3º, 7 cr.)
- ◆ Competencias Matemáticas en Educación Primaria (4º, optativa, 6 cr.)

# Bases Matemáticas...

- ◆ Contexto en la Universidad de Granada
  - ◆ Grado de Maestro de Educación Primaria
  - ◆ Bases Matemáticas para la Educación Primaria
  - ◆ 1<sup>er</sup> curso, semestral, 9 créditos, 12 grupos, 57-63 estudiantes
  - ◆ 3 h. gran grupo (dos sesiones) y 1,5 h. seminario
  - ◆ Cada alumno: 4,5 h. clase / semana; Profesor: 7,5 h / semana
  - ◆ Proyecto Innovación Docente

# Diseño: expectativas

- ◆ Conocer y relacionar los principales conceptos, estructuras y procedimientos de las matemáticas de Educación Primaria.
- ◆ Comprender y emplear adecuadamente los hechos y las propiedades de los conceptos y estructuras matemáticos.
- ◆ Utilizar correctamente procedimientos matemáticos de forma escrita y simbólica.
- ◆ Analizar, razonar y comunicar argumentaciones matemáticas.
- ◆ Manejar y relacionar los diferentes modos de representar los conceptos y procedimientos matemáticos.

# Diseño: expectativas

- ◆ Modelizar fenómenos de diferentes disciplinas con nociones y herramientas matemáticas básicas.
- ◆ Enunciar, formular y resolver problemas matemáticos mediante diferentes estrategias en una variedad de situaciones y contextos.
- ◆ Utilizar modelos manipulativos, gráficos, simbólicos y tecnológicos para expresar relaciones, propiedades y operaciones.
- ◆ Emplear el lenguaje simbólico en matemáticas y relacionarlo con el lenguaje cotidiano.
- ◆ Percibir el conocimiento matemático como parte de nuestra cultura, con un carácter interdisciplinar y socialmente útil.

# Diseño: temario teórico

1. El número natural. Sistemas de numeración
2. Aritmética
3. Números racionales
4. Figuras geométricas
5. Transformaciones geométricas planas. Orientación espacial
6. Magnitudes y su medida
7. Introducción a la estadística y la probabilidad

# Diseño: temario teórico

1. El número natural. Sistemas de numeración
2. Aritmética
3. Números racionales
4. Figuras geométricas
5. Transformaciones geométricas planas. Orientación espacial
6. Magnitudes y su medida
7. Introducción a la estadística y la probabilidad

# Diseño: temario práctico

## ◆ Prácticas de Laboratorio

- ◆ Específicas para cada tema

- ◆ Desarrolladas durante los seminarios

- ◆ Dos modalidades: manipulativos e informática (2 semanas)

- ◆ Trabajo en grupos de 3 o 4 integrantes

- ◆ Cuadernos individuales y de grupo

- ◆ Introducen contenidos propios del tema

# Diseño: temario práctico

- ◆ Prácticas de Campo (exterior)
  - ◆ Voluntarias e individuales
- ◆ Trabajos voluntarios
  - ◆ Inicialmente, uno por tema
  - ◆ Envíos a través de una plataforma digital

# Magnitudes y su Medida

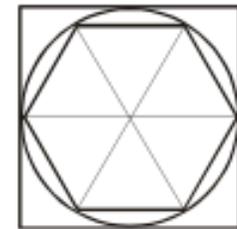
- ◆ Importancia social y cultural de la medida
- ◆ Aproximación al concepto de magnitud; tipos y ejemplos
- ◆ Situaciones y contextos asociados a las magnitudes. Necesidad de la medida; soluciones históricas
- ◆ Noción de cantidad
- ◆ Concepto de medida; unidad de medida; el Sistema Internacional de Medida (S.I.)
- ◆ Medida directa de magnitudes; instrumentos de medida
- ◆ Precisión y errores en la medida

- ◆ Medida indirecta de magnitudes. Proporcionalidad.
- ◆ Regla de tres simple directa e inversa. Regla de tres compuesta.
- ◆ Proporcionalidad geométrica: circunferencia y arco; el número  $\pi$ . Teorema de Pitágoras; Teorema de Tales.
- ◆ Amplitud: ángulos centrales de un círculo.
- ◆ Superficie: Áreas de figuras planas; áreas laterales y totales de cuerpos en el espacio
- ◆ Volumen de cuerpos
- ◆ Estimación en medida. Destrezas previas. Estrategias.
- ◆ Materiales y recursos

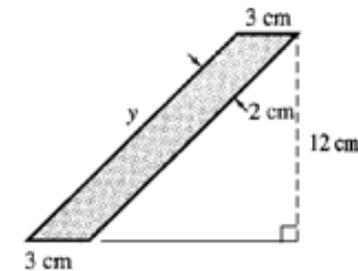
- ◆ ¿Qué es una magnitud? ¿Qué tipos de magnitudes hay? ¿Qué es una cantidad de magnitud?
- ◆ ¿En qué consiste medir una cantidad de magnitud? ¿Qué acciones realizamos al medir?
- ◆ ¿Qué es el Sistema Internacional de Medidas? ¿Qué es el Sistema Métrico decimal?
- ◆ ¿Qué es la medida directa? ¿Y la indirecta? ¿Qué expresan las fórmulas de medida indirecta de áreas? ¿Y las de volumen?
- ◆ ¿Qué es estimar la medida de una cantidad de magnitud? ¿Qué estrategias se pueden emplear para ello?

## Ejercicios y problemas

1. Enumera al menos cuatro magnitudes que sean comunes a los siguientes objetos: (a) niño, perro y pez; (b) mesa, coche, persona; (c) vaso, caja y botella. Identificar en ellas cantidades de magnitud referentes a los objetos.
2. Define y relaciona los conceptos de magnitud y cantidad de magnitud. Da ejemplos de cada uno de ellos, utilizando magnitudes que se trabajan en las matemáticas de Educación primaria.
3. Indica las distintas unidades de medida del Sistema Métrico Decimal (S.M.D.) y su relación con el metro. Explica la relación que existe entre el Sistema Métrico Decimal y el Sistema de Numeración Decimal.
4. Explica qué es el sistema internacional de medida (S.I.) y qué unidades lo forman. Indica magnitudes que pertenecen al S.I. y no al S.M.D.
5. Describir brevemente el origen y evolución del S.M.D.
6. Pon ejemplos de unidades de medida no convencionales, es decir que no pertenecen al S.I.
7. Indica situaciones o contextos cotidianos asociados a las unidades de longitud. Haz lo mismo para las unidades de superficie.
8. En la figura adjunta, consideramos el diámetro de la circunferencia ( $D$ ) como unidad de medida, ¿Cuál es la medida del perímetro del cuadrado y del hexágono? ¿y la longitud de la circunferencia?
9. Define y distingue la medida directa de la medida indirecta. Pon ejemplos de ambas.

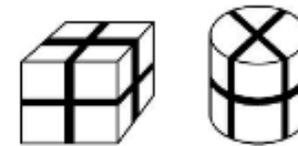


17. Calcula el área del paralelogramo de la figura y la medida de la longitud "y".



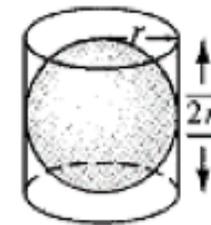
18. En una hoja cuadriculada dibuja dos figuras diferentes con: (a) igual perímetro y superficie, (b) igual perímetro y diferente superficie y (c) igual superficie y diferente perímetro.

19. La figura muestra dos cajas de regalo atadas con una cinta. La caja A es un cubo de 10cm de arista. La caja B es un cilindro de altura y diámetro de 10cm. Indica si ambas cintas son de igual tamaño o si alguna de ellas es más grande y justifica tu respuesta.



20. El diámetro de Júpiter es 11 veces mayor que el diámetro de la Tierra. a) ¿Cuántas veces es mayor el área de la superficie de Júpiter?; b) ¿Cuántas veces es mayor el volumen?

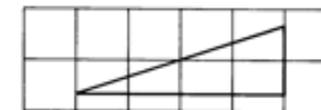
21. Arquímedes demostró que el volumen de una esfera es los dos tercios del volumen del cilindro circular recto que contiene a la esfera (de manera ajustada). Demostrar que el área de la esfera es también los dos tercios del área de la superficie total del cilindro.



22. Responde a las siguientes cuestiones, justificando tu respuesta:

a) ¿Qué mide más la diagonal de un cuadrado o su lado?

b) Si dos figuras tienen el mismo perímetro ¿tendrán la misma área?



c) Si dos figuras tienen la misma área ¿Tendrán el mismo perímetro?

d) En la figura que se adjunta, ¿Cuál es la longitud del lado inclinado? 4 cuadros, más de 4 cuadros o menos de 4 cuadros.

# Seminario: Laboratorio

## ◆ Individualmente

- ◆ Estimar varias medidas accesibles y explicitar estrategias
- ◆ Emplear instrumentos de medida y contrastar
- ◆ Medir la altura del aula (medida inaccesible)

## ◆ Grupo

- ◆ Describir las diferentes estrategias seguidas por el grupo
- ◆ Medir la altura de la Facultad (Thales)
- ◆ Reflexionar y extraer conclusiones: importancia, diferencia y utilidad de medir y estimar

# Seminario: Informática

- ◆ Individualmente (GeoGebra)
  - ◆ Medida directa usando cuadrícula
  - ◆ Condiciones para la construcción de triángulos
  - ◆ Estudio del área y perímetro en un rectángulo
- ◆ Grupo
  - ◆ Elaborar un informe sobre área y perímetro
  - ◆ Como se relacionan; ejemplos de figuras
  - ◆ Tratamiento en páginas Web

# Trabajo voluntario

- ◆ Contexto: desarrollo sostenible
- ◆ Elaboración de un informe (1000 palabras)
- ◆ Elegir un tema relacionado con el desarrollo sostenible
- ◆ Describir y analizar las medidas de las cantidades de las diferentes magnitudes que promueven o impiden ese modelo de desarrollo

Balance

# Balance

- ◆ Programa formativo organizado secuencialmente pero dentro de una estructura
- ◆ La prioridad son las competencias profesionales que han de desarrollar los maestros
- ◆ 1<sup>er</sup> curso: cimentada sobre las matemáticas escolares
- ◆ La competencia matemática que deben desarrollar los futuros maestros para enseñar matemáticas
- ◆ Enfatizar diferentes significados, representaciones y situaciones y contextos de aplicación
- ◆ Una visión ambiciosa, coherente y necesaria

# La Formación Matemática de Maestros

*Jose Luis Lupiáñez*

Universidad de Granada

