



### PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD CONDICIONAL EN AMBIENTES DE INCLUSIÓN EDUCATIVA

Ricardo Canul, Jonathan Chan, Yoshirah García, Alfredo Hau

halorc@hotmail.com,

jonathan.chan@hotmail.es,

yosh\_garcia@hotmail.com,

alfredo.hau191996@hotmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

.....

Propósito: Identifica la influencia del cambio en el espacio muestral de dos eventos dependientes en un mismo experimento, mediante la resolución de actividades y problemas que involucren el cálculo de probabilidades con espacio muestral reducido.

#### Introducción

La probabilidad condicional es un concepto que permite incorporar cambios en nuestro grado de creencia de los sucesos aleatorios a medida que se conoce nueva información, según mencionan Díaz y De la Fuente (2005). Sin embargo, de acuerdo a los análisis realizados en las dimensiones cognitiva y didáctica de este objeto matemático, se pudo observar que el común denominador en las concepciones erróneas, que tienen los estudiantes en un aula regular, se debe a que no han logrado desarrollar un pensamiento estadístico y probabilístico; una posible explicación es que escolarmente se favorecen la memorización y reproducción de “fórmulas” y algoritmos matemáticos antes que la conceptualización de la noción en cuestión.

En un ambiente escolar, la noción de probabilidad condicional tiende a ser presentada con un enfoque principalmente en algoritmos y procedimientos; excluyendo lo estructural y conceptual del objeto matemático. Sin embargo, el estudiante debe identificar la importancia de esta noción en la toma de decisiones, ya que, la comprensión y la resolución de problemas relacionados con la probabilidad condicional es necesaria para ciertas tomas de decisiones en

la vida real, por eso es necesario construir un medio para que el estudiante pueda generar una forma de pensar probabilísticamente, incluso para aquellos estudiantes que puedan presentar algún tipo de discapacidad, como la visual (en cualquiera de sus niveles).

Uno de los aspectos más relevantes es el uso de representaciones en el estudio de la probabilidad condicional, ya que permite que el análisis de la situación sea más intuitivo para el estudiante, lo cual puede propiciar que la percepción del espacio muestral sea también más sencilla. Por lo tanto, se considera la idea de crear un recurso didáctico que contribuya de manera significativa al aprendizaje de los estudiantes, sin importar si tiene discapacidad visual o no.

### Fundamentación

Se pensó en el diseño de una actividad en conjunto con formas que permitan percibir con mayor facilidad el espacio muestral de la situación basándose en las investigaciones realizadas por Díaz y De la Fuente (2005) en las cuales se evidencian resultados positivos a partir del empleo de herramientas que permitan una mayor facilidad de la identificación del espacio muestral por parte de los estudiantes. Otro de los motivos por el que se decidió basar el diseño de la propuesta en formas que representen la situación es debido a que las representaciones pueden considerarse como herramientas que pueden ayudar al alumno a visualizar la situación planteada y, en la mayoría de los casos, percibir de manera más precisa la influencia de la adición de la información en la situación que se estudia.

Investigaciones como (Batanero, Contreras y Díaz, 2012; Díaz y De la Fuente, 2005) dan muestra de algunas estrategias didácticas diseñadas para estudiantes que no presentan ningún tipo de discapacidad, y dado que el objetivo de este diseño es que sea también utilizado por sectores de la población estudiantil que puedan (o no) tener discapacidad visual, surge la necesidad de inmiscuirse en el campo de la educación inclusiva. No obstante, son pocas las investigaciones cuyo enfoque esté dirigido hacia esta área educativa; algunas de ellas son (López, Ojeda y Cantoral, 2009; López y Ojeda, 2011) en las que se resalta el hecho de que las personas con discapacidad visual tienen una forma de abstraer información por medio de los demás sentidos, uno de los más utilizados es el

tacto, que sirve como medio para generar representaciones semióticas de objetos tangibles.

Según Alsina y Planas (2008), despertar la curiosidad mediante materiales didácticos (como material tangible y con relieve) es muy importante para las ciencias exactas, ya que, a través de la manipulación de objetos que propicien o refuercen los conocimientos, los estudiantes aprenden a pensar de forma crítica. De ahí que surja la necesidad de generar estrategias didácticas que favorezcan el desarrollo del pensamiento probabilístico, a partir del análisis de situaciones que involucren el cálculo de medidas de probabilidad con espacio muestral reducido, con la ayuda de herramientas tangibles y representaciones; con la finalidad de contribuir a una forma de pensar que permita analizar, representar, organizar, interpretar y utilizar datos probabilísticos para advertir la incertidumbre que se encuentra presente en diversos fenómenos, tanto naturales como sociales.

Por tanto, para el diseño de la propuesta didáctica se opta por ejercicios en donde se visualice la reducción del espacio muestral, ya que, como mencionan Arias y Cardona (2008), al tener dos eventos  $A$  y  $B$ , que pertenezcan al mismo espacio muestral simple, (correspondiente a una sola variable) es posible calcular la probabilidad condicional por una reducción del espacio muestral. En

otras palabras, una probabilidad condicional  $P(B|A)$  se puede obtener

simplemente calculando  $P(B)$  en el sub-espacio muestra, el cual estará definido por la ocurrencia del evento  $A$ .

### **Puesta en escena**

Las actividades han sido diseñadas para grupos de aproximadamente 20 estudiantes, considerando alumnos con discapacidad visual en el aula. Se estima un tiempo aproximado de 30 minutos por actividad; o más, si se requiere.

En la primera actividad se requiere que los estudiantes se integren en grupos de 5 personas. La actividad, con un material didáctico, será entregada a los estudiantes en hojas con las representaciones resaltadas con un relieve, se

sugiere que la actividad también sea proyectada.

Al término de la primera actividad se pretende que los estudiantes hayan desarrollado una noción intuitiva de la probabilidad condicional (en términos del espacio muestral) describiéndola verbalmente como la modificación del espacio muestral que puede influir en la medida probabilidad de ocurrencia de un evento. Transcurrido el tiempo destinado para la resolución de la primera actividad, el profesor, con el uso de la computadora y el proyector, presentará la segunda actividad, que consta del empleo de la Figura 2 y se les solicitará a los estudiantes que permanezcan en los mismos equipos de la actividad anterior; la actividad tiene la finalidad de establecer relaciones entre la información que se proporciona y su influencia en la medida de probabilidad de eventos dependientes.

Para la tercera actividad, se pedirá a los estudiantes que se integren en equipos de cinco personas, diferentes a los que se formaron en el inicio, y se les proporcionará al menos dos hojas de trabajo por equipo para que entre todos lean, analicen, discutan y resuelvan. Se pretende que la actividad permita al estudiante identificar un posible sentido de la noción de probabilidad condicional en la toma de decisiones, a partir de un contexto extramatemático.

### Conclusión

Se espera que el diseño del material didáctico concreto, en conjunto con actividades que involucran el cálculo de probabilidades con espacio muestral reducido, permita que los estudiantes identifiquen la influencia que tiene la modificación del espacio muestral con la probabilidad de ocurrencia de un evento.

Para dar evidencia de esto, se realizará un análisis de los resultados de la implementación de esta propuesta a un grupo de estudiantes entre los que se encuentren personas con (y sin) discapacidad visual, con la finalidad de generar un referente didáctico para el diseño de estrategias que favorezcan el desarrollo del pensamiento probabilístico en ambientes de inclusión educativa.

### Referencias

Alsina, A y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: propuestas para una matemática accesible* NARCEA SA, Madrid, España. Recuperado de

[https://www.academia.edu/16290991/Matem%C3%A1tica\\_inclusiva.\\_Propuestas\\_para\\_una\\_educaci%C3%B3n\\_matem%C3%A1tica\\_accesible](https://www.academia.edu/16290991/Matem%C3%A1tica_inclusiva._Propuestas_para_una_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica_accesible)

Arias, J. y Cardona, J. (2008). *Didáctica para la enseñanza de la probabilidad condicional*. Universidad Tecnológica de Pereira. Recuperado de: [biblioteca.ucp.edu.co/ojs/index.php/entrecei/article/download/1657/1565](http://biblioteca.ucp.edu.co/ojs/index.php/entrecei/article/download/1657/1565)

Batanero, C., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2012). Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 12(2). Recuperado de <http://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/1673/1529>

Díaz, C. y de la Fuente, I. (2005). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Epsilon*, 59, 245-260. Recuperado de [http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/epsilon\\_condicional.pdf](http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/epsilon_condicional.pdf)

López, J. y Ojeda, A. (2011). Pensamiento probabilístico en educación especial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24. Cap. 2 (pp. 499-507).

López, J., Ojeda, A., Cantoral, R. (2009). Estocásticos en el segundo grado de educación especial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22. Cap. 1 (pp. 5-13).

## Actividades

### ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 1

**Instrucciones.** En equipos de trabajo colaborativo (5 integrantes), analicen y resuelvan de manera correcta.

Considera la Figura 1 y describe el espacio muestral si se deja caer una bola por E, y calcula la medida de probabilidad de que la bola se vaya por el canal B.

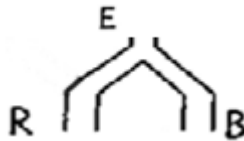


Figura 1

Supongamos que la Figura 1 estaba incompleta, entonces se piensa que la versión completa es la Figura 2. Describe el espacio muestral si se deja caer la bola por E y calcula la medida de probabilidad de que la bola se vaya por el canal B.

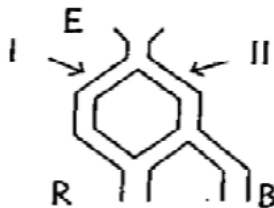


Figura 2

Sin embargo, también se podría pensar que la versión completa de la Figura 1 es la Figura 3. Describe el espacio muestral si se deja caer la bola por E y calcula la medida de probabilidad de que la bola se vaya por el canal B.

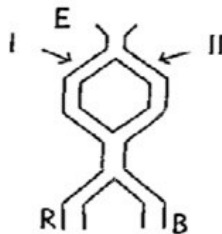


Figura 3

¿Cuál sería la diferencia entre las Figuras 2 y 3 con respecto a sus espacios muestrales?

¿Cuál sería la diferencia entre la medida de probabilidad de que la bola salga por B en las Figuras 2 y 3 con respecto a la medida de probabilidad de que la bola salga por B en la Figura 1?

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 2

**Instrucciones.** Considera la Figura 2 para resolver los siguientes incisos.

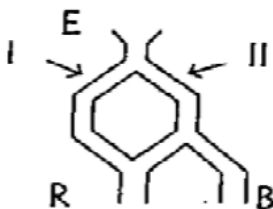


Figura 2

Calcula la medida de probabilidad de que la bola haya salido por el canal R si se sabe que la bola cruzó por el canal II.

Si se sabe que la bola salió por el canal R, ¿Qué es más probable, que haya cruzado por el canal I o por el canal II?

Compara la medida de probabilidad de que la bola haya salido por el canal R si se sabe que cruzó por el canal II y la medida de probabilidad de que la bola haya cruzado por el canal II si se sabe que salió por el canal R. ¿Son iguales? ¿Difieren?

Si no se supiera que la bola ha salido por alguno de los canales, ¿La medida de probabilidad de que la bola cruce por el canal I o II seguiría siendo la misma? ¿Por qué?

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 3

**Instrucciones.** En equipos de trabajo colaborativo (5 integrantes), analicen y resuelvan de manera correcta la situación que se les presenta a continuación, mediante argumentos lógicos que sustenten sus resultados obtenidos.

**Situación.** El Servicio Militar Nacional (SMN) es una obligación que los jóvenes mexicanos mayores de 18 años deben realizar como parte de la responsabilidad y compromiso para servir al país. Se hace cada año, y mediante un sorteo en donde se indica a los jóvenes que deberán realizar

labores militares y de altruismo y los que solamente tienen que realizar el trámite para liberar su cartilla de servicio militar. El proceso de selección es el siguiente:

Cada individuo se registra como postulante al SMN, y el día correspondiente al “sorteo” los llaman uno por uno, de acuerdo a una lista que sigue un orden alfabético según el apellido paterno de los postulantes.

Conforme los encargados del sorteo llaman a los postulantes, estos pasan y sacan (al azar) una bola, de una urna que contiene 30 bolas blancas por cada 70 bolas negras. En caso de que la bola sacada sea blanca, indica que el individuo deberá “marchar”; si por el contrario resulta una bola negra, el postulante deberá únicamente realizar los trámites para liberar su Cartilla Militar Nacional. Al retirar alguna bola de la urna es colocada en otro contenedor.

Con base a la situación presentada, respondan cada cuestionamiento, argumentando cada una de las respuestas.

El año pasado se inscribieron 320 jóvenes. ¿Cuál es la medida de probabilidad que tiene el primer individuo de la lista, de sacar una bola blanca? ¿El primer individuo de la lista tiene la misma probabilidad de sacar una bola blanca, que el último individuo de la lista? ¿Por qué?

¿Cuál es la medida de probabilidad que tiene el postulante número 120 en la lista de marchar, si se sabe que ya se han sacado 80 bolas negras y 39 bolas blancas?

El postulante número 221 pasa y antes de sacar la bola, el encargado del sorteo le dice que aproximadamente el 75% de bolas negras han salido de la urna, y le propone que trate de adivinar el color de la bola que sacará: si acierta, sea cual sea el color de la bola que saque, el chico no marcha, pero si no acierta, el joven marcha. ¿Consideran que es una apuesta justa? ¿Qué color de bola debería elegir el joven si lo que quiere es no marchar? Justifiquen.

¿En algún momento se sabrá con certeza qué color de bola saldrá? Si la respuesta es afirmativa, indiquen el momento y justifiquen. En caso de proporcionar una respuesta negativa, proporcionen argumentos que lo sustenten.

Tomando en cuenta las condiciones con las que se realiza el sorteo, ¿Consideran



que es un sorteo justo para todos los postulantes?