



PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN CÁLCULO: PROPUESTA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Jessica Bolio

jess.bolio19@hotmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

.....

Introducción

Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2000) definen el pensamiento matemático, como la forma en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a la matemática. En este sentido, el desarrollo del pensamiento matemático en el estudiante consiste en desarrollar su capacidad para producir explicaciones y procedimientos escritos o verbales mediante un razonamiento matemático para dar solución a tareas matemáticas. Debido a que el cálculo está relacionado con la matemática de variación y cambio, el presente artículo tratará aspectos del desarrollo del pensamiento variacional como parte importante en la enseñanza aprendizaje del cálculo, posteriormente se presentará el papel de las representaciones semióticas en el desarrollo del pensamiento matemático y finalizará con la importancia del proceso cognitivo de visualización que comparte sentido y significado al utilizar estructuras semióticas. Se proponen algunas consideraciones para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo a partir de la relación expuesta entre lo variacional, lo semiótico y lo cognitivo.

Pensamiento variacional

El desarrollo del pensamiento variacional requiere de una ruptura con la forma de pensamiento algebraico para que el estudiante tenga éxito en la resolución de problemas que involucren la variación. Molina y Sánchez (2006) mencionan que dentro del pensamiento variacional en cálculo, el concepto de variación tiene una importancia fundamental, ya que el estudio de la variación de diferentes situaciones generó las ideas fundamentales que le dieron origen al cálculo.

La ya clásica didáctica de la matemática que va de la definición al teorema, del teorema a la demostración y de ésta a la aplicación, sólo atiende a la matemática como producto del pensamiento, pero no respeta la matemática como forma de pensar (Cantoral, 1993. P. 17). En la didáctica del cálculo esta estructura no resulta ser la más propicia para permitir el desarrollo del pensamiento variacional, dado que se enseñan los productos de la matemática y no los procesos mediante los cuales se obtienen esos productos, lo cual favorece erróneamente la percepción de los objetos matemáticos como existentes y estáticos. En este sentido, el desarrollo del pensamiento variacional debe contribuir a desarrollar la capacidad para comunicar, interpretar y representar información de naturaleza cambiante en un sentido dinámico, esto implica percibir los objetos como resultado del movimiento e inexistentes, por tanto, desarrollar el pensamiento variacional implica favorecer el pensamiento dinámico en los estudiantes.

La semiótica en el cálculo

Coincidiendo con Macías (2014), el papel que juegan los símbolos y signos en el desarrollo del pensamiento matemático es determinante, por ello, la semiótica se ha incorporado como ámbito de estudio en el área de la educación matemática. Una característica propia de los objetos matemáticos es la necesidad de emplear diversas representaciones para asimilarlos en toda su complejidad, debido a que los signos y representaciones en matemáticas no tienen como función primordial la de comunicar o evocar algún objeto ausente, sino que, de acuerdo con Duval, (2006, citado en Macías, 2014) son las transformaciones de una representación a otras lo que permite obtener nueva información y propiedades, extrayendo así nuevos conocimientos de los objetos, ideas y conceptos representados, es decir, entre más representaciones se tenga de un objeto y se pueda transitar de una representación a otra, más cerca se está del significado de los conceptos matemáticos.

En el contexto del pensamiento variacional, las representaciones semióticas adoptan una perspectiva en donde el cambio juega un papel fundamental, de modo que la representación lograda no es el objetivo final de estudio, ya que en ésta se analizan los cambios según el tipo de representación. Por tanto, interesa desarrollar capacidades que le permitan al estudiante utilizar diferentes representaciones semióticas e interpretar dinámicamente lo que sucede en la otra representación.

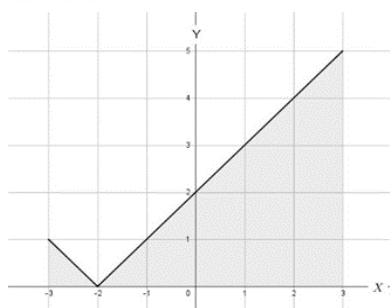


Figura 1. Representación gráfica de la expresión $\int_{-3}^3 |x + 2| dx$ como área bajo la curva.

Para ejemplificar lo anterior, en la Figura 1 se observa la representación gráfica de la expresión $\int_{-3}^3 |x + 2| dx$ como área bajo la curva. Para que el estudiante logre transitar de la representación algebraica a la representación gráfica es necesario que consiga identificar que existe una acumulación de áreas cuando la variable x está cambiando, la cual se presenta como la superficie color gris de la imagen y tiene un significado más allá de la simple representación gráfica.

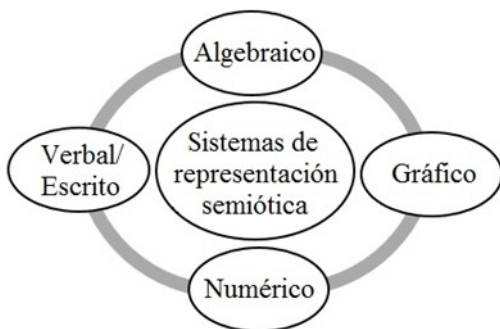


Figura 2. Sistemas de representación semiótica en matemática.

Transitar de una representación a otra requiere de un sistema de representación semiótica (ver Figura 2). La combinación y coordinación de unas y otras da lugar a

que el estudiante aprehenda las nociones que se quieren transmitir a partir de aquellas que se adecuan más a su estilo de aprendizaje.

Sin embargo, cuando en el cálculo se utilizan los sistemas de representación semiótica, el estudiante debe ser capaz de:

- ◆ Reconocer la situación variacional en cálculo.
- ◆ Interpretar esa situación en más de un sistema de representación diferente al que se le dio originalmente, reconociendo la utilidad de cada registro según la situación.
- ◆ Dar significado a lo que realiza, es decir, puede leer en términos de la situación cada una de las representaciones.

Dominar el tránsito entre los sistemas de representación favorece el desarrollo del pensamiento matemático que le permite al estudiante una mejor conceptualización de los objetos matemáticos en cálculo. Por ello, buena parte de la práctica docente debe consistir en desarrollar formas de leer información en dichos registros al mismo tiempo que se transita por ellos.

Procesos cognitivos: la visualización

La cognición trata sobre el pensamiento humano en su acción por conocer (Cantoral, 1993, p. 6). Los procesos cognitivos constituyen lo que se va convirtiendo en información y aprendizaje para el estudiante, por tanto, el cerebro tiene procesos de interpretación de datos y manda imágenes mentales, dichas imágenes están relacionadas con el proceso cognitivo de visualización. Cantoral y Montiel (2003) señalan que la visualización no es el simple acto de “ver”, pues visualizar no significa “mirar el objeto matemático”, así como el pensamiento matemático no se reduce a pensar cuando se está ante una actividad matemática. Por tanto, se entenderá la visualización como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar y documentar información visual en el pensamiento de quien aprende.

Ahora bien, realizar la actividad de visualización requiere de la utilización de nociones matemáticas asociadas a lo numérico, gráfico o algebraico, exige también del uso de un lenguaje común para explicar fenómenos e incluso para describir experiencias vivenciales, es decir, requiere de los sistemas de representación semiótica. Cantoral (1993) menciona que “nadie puede ver lo que no puede entender”, por tanto, favorecer el tránsito entre las

representaciones semióticas permite, además, promover el desarrollo de la visualización en el estudiante.

En este sentido, considerando el ejemplo anterior, si se solicita determinar el valor

de la integral $\int_{-3}^3 |x + 2| dx$ el estudiante puede desarrollar el algoritmo para dar la solución. Sin embargo, movilizar el proceso de visualización le permite transitar de la representación algebraica a una representación gráfica (ver Figura 1), de modo que logre visualizar que el valor del área dado por los dos triángulos rectángulos formados por la expresión corresponde a la solución de la integral. En este sentido, la visualización no solo se relaciona con la ilustración, sino también resulta ser un elemento del razonamiento que involucra a la integral como el área bajo la curva, a saber, un acto cognitivo propio del pensamiento matemático.

Conclusión

Coincidiendo con Radford (1998, citado en Macías, 2014), en definitiva, las representaciones son parte esencial de la estructura conceptual necesaria para poder realizar un análisis de los procesos de comprensión, aprendizaje y asignación de significados que llevan a cabo los estudiantes en el aprendizaje de la matemática. Debido a ello interesa favorecer, como parte del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo, la transición entre cada uno de los sistemas de representación semiótica. Cabe destacar que no importa el orden en el que suceda dicha transición, pues lo importante es lograr comprender cada uno de ellos mediante el desarrollo de habilidades como la comunicación, interpretación y representación de diferentes registros de representación; mismas cualidades que ofrece el desarrollo del pensamiento variacional. Asimismo, el estudio de la semiótica en la didáctica del cálculo permite utilizar el tránsito entre las diversas representaciones semióticas como un medio para facilitar su enseñanza aprendizaje, debido a que dicha acción favorece el desarrollo de la visualización como proceso cognitivo en el aprendizaje del cálculo.

Referencias

- Cantoral, R. (1993). Hacia una didáctica del cálculo basada en la cognición. *Publicaciones Centroamericanas*, 2, 1-24.
- Cantoral, R., & Montiel, G. (2003). Visualización y pensamiento matemático. *Acta latinoamericana de matemática educativa*, 16(2), 694-701.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. & Garza, A. (2000). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

- Macías, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect@2*, 4(9), 27-57
- Molina, J. & Sánchez, M. (2006). Pensamiento y lenguaje variacional: una aplicación al estudio de la derivada. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 739-744.