

ESTUDIO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN LOS LIBROS DE TEXTO VENEZOLANOS

Andrés González R

agorondell@yahoo.es

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM), Venezuela.

Tema: I.1 - Pensamiento Algebraico.

Modalidad: CB.

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras Clave: Pensamiento matemático, Educación Básica, Álgebra escolar

Resumen

El NCTM concibe el Álgebra como un conocimiento importante proponiéndola como uno de los cinco bloques de contenido, recomendando que los programas permitan generar modelos, patrones, etc., además, de un correcto uso del simbolismo. Pensar algebraicamente está relacionado con un uso eficaz del lenguaje algebraico caracterizado por la introducción de tales símbolos, un mismo objeto puede representarse de formas diversas y es usual que una notación particular tenga distintos significados. Estudios reportan las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes en la transición del nivel de Educación Primaria al de Educación Media, una de éstas lo constituye el cambio en la “nueva” Matemática caracterizada por el uso de letras para representar cantidades, además de toda una simbología para denotar objetos, constituyéndose el Álgebra en un obstáculo.. Existen evidencias de que esta introducción y manipulación simbólica causa dificultades. Al asumir la noción del Pensamiento Algebraico en los primeros niveles de escolaridad del sistema educativo venezolano algunos hallazgos demuestran que los textos educativos usados por los maestros no fomentan esta competencia. Reportamos un avance de un estudio documental comparativo cuyo objetivo es analizar el abordaje de las ecuaciones en los libros de textos escolares del 6 grado y el primer año.

De entrada se asume el concepto de pensamiento en concordancia con Dewey (1989) para quien el “pensamiento es una imagen mental de alguna realidad, siendo el hecho de pensar una sucesión de tales ideas” (p.23). Es de destacar el punto de vista pragmático de este autor razón por la que no debe desvanecerse la complejidad de este proceso pues “el material de pensar no son los pensamientos, sino las acciones, los hechos, los sucesos y las relaciones de las cosas” (Dewey, 2002, p.138), en consecuencia, y de acuerdo a la perspectiva de este autor “pensar eficazmente supone haber tenido, o tener ahora, experiencias que nos ofrezcan recursos para vencer la dificultad que se presenta” (p.138). Aún más, en este proceso un asunto clave lo constituyen las dificultades siendo éstas las condiciones indispensables para pensar siempre que con tales no se oprima ni se abrume al estudiante pues con ello se allana el camino para el desanimo. Estas ideas adquieren una relevancia particular en el contexto de enseñanza y aprendizaje de la

Matemática en razón de algunos procesos básicos que le son propios como la resolución de problemas, la manipulación de signos y el uso de medios tecnológicos como recursos didácticos con los cuales se busca generar experiencias¹ de aprendizaje efectivas.

Ahora bien, en lo que respecta al *pensamiento matemático* se puede entender éste, de una manera particularmente flexible, como las formas en que piensan las personas cuando se enfrentan a un contenido matemático específico (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez, y Garza; 2003); de acuerdo con estos autores este constructo no está enraizado en los fundamentos de la Matemática ni su práctica le pertenece a los matemáticos puros, sino que trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, razón por la que tiene muchos niveles y profundidades. Sin embargo, adentrándose un poco más en la caracterización del pensamiento matemático es posible detectar las complejidades de este constructo; en este sentido, Giménez (1997) afirma que este tipo de pensamiento se orienta básicamente a: (a) Matematizar situaciones a partir del mundo real, (b) Reflexionar sobre las situaciones presentadas, (c) Alcanzar abstracciones y actuar según procesos deductivos, y (d) desarrollar aplicaciones que permitan volver a la realidad. Según este autor, este pensamiento, contiene una componente horizontal que lo impulsa a analizar una misma situación desde diversos puntos de vista y supone también una componente vertical de desarrollo cognitivo cada vez más abstracto. Esto último revela toda su complejidad pues tiene que ver con el uso de un lenguaje matemático de forma fluida, involucra tanto la resolución como el planteamiento de problemas, significa realizar argumentaciones críticas, la búsqueda de demostraciones y el reconocimiento de conceptos matemáticos en distintas situaciones.

En cuanto a la noción de Pensamiento Algebraico, Love (1986) (citado por Fernández, 2007; p.16), lo ha definido así:

Hoy en día el álgebra no es meramente dar “significado a los símbolos” sino otro nivel más allá de eso, que tiene que ver con aquellos modos de pensamiento que son esencialmente algebraicos, por ejemplo, manejar lo todavía desconocido, invertir y deshacer operaciones, ver lo general en lo

¹ El término experiencia utilizado no es casual ni neutral más bien es utilizado con este planteamiento de Dewey (2002) para quien significa “hacer alguna cosa y que la cosa a su vez haga algo perceptiblemente a uno” (p. 136).

particular. Ser consciente de esos procesos, y controlarlos, es lo que significa pensar algebraicamente (Love, 1986, p.49)

De forma particular, sostiene Palarea (1998), el “conocimiento algebraico se construye a través de manipulaciones e investigaciones de expresiones formales y además de cambios en paralelo desde simbolismo a metamorfosis conceptuales” (p.5)

En Educación Matemática diversos trabajos han mostrado el interés por la manipulación del signo en el aprendizaje de las matemáticas, de ello dan cuenta, entre otros, los realizados por Kieran (1981) que trata del significado atribuido al signo de igualdad, el de Booth (1984) y Bednarz y Janvier (1992) sobre el sentido asignado a la letra y a las convenciones de la escritura, así como la indagación de Puig (2003) en relación con los signos, textos y sistemas matemáticos de signos. Todos ellos, resultan referencias importantes cuando se consideran en el ámbito del estudio de los procesos relacionados con el pensamiento algebraico en el que estos aspectos juegan un papel de extraordinaria relevancia, por ejemplo cuando se estima la transición entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico.

Al asumir este tipo de pensamiento en los primeros niveles de escolaridad del sistema educativo venezolano, resulta pertinente examinar lo que aporta la investigación de García (2001) quien analizando los textos educativos usados por los maestros concluye de forma significativamente enfática que el pensamiento algebraico está totalmente ausente en estos libros, por lo que, obviamente no se fomenta el desarrollo de este tipo de competencia. En virtud de sus hallazgos recomienda:

El pensamiento algebraico, puede incorporarse siguiendo los lineamientos del aprendizaje significativo de manera que se minimice el grado de abstracción al ubicarlo en un determinado contexto significativo para el niño; esto permitiría evitar dificultades insalvables en el manejo posterior de estructuras más complejas. (p. 8)

Ahora bien, distintas investigaciones señalan una ruptura cognitiva que genera el tránsito del pensamiento aritmético hacia el pensamiento algebraico, esto es, “la entrada en el mundo del álgebra supone para los alumnos que vienen de prácticas aritméticas una ruptura cognitiva esencial, un cambio fundamental en su racionalidad matemática².”

² La autora considera con esta expresión “los modos de validación, las formas de abordar los problemas, las estrategias de control y las creencias que pone en juego un sujeto en su actividad matemática” (p. 43)

(Papini, 2003). En muchos casos este conflicto no es resuelto de forma satisfactoria o, en el mejor de los casos, sólo se remedia en forma parcial convirtiéndose en fuerte limitante para la adquisición de conceptos progresivamente complejos desde el punto de vista algebraico.

Lo anterior plantea un escenario en el que “la interacción entre los/las participantes del proceso de aprendizaje y enseñanza tendrá éxito, en cuanto a la comprensión conceptual, si ambos sujetos o grupos de sujetos tienen dominio del significado de la simbología con la cual están trabajando” (Mora, 2006, p.241). Sin embargo, para Bazzini (2007) existen evidencias de que la introducción y la manipulación de símbolos puede ser una causa relevante de las limitaciones del discente. También se ha afirmado que “la mayoría de los estudiantes tienen serias dificultades para desarrollar una comprensión adecuada del uso de las letras en Álgebra y lograr una capacidad aceptable para trabajar con ellas” (Ursini; Escareño; Montes; Trigueros, 2005, p.11).

Esta situación es explicada por los precitados autores en los términos siguientes:

Si bien los alumnos, desde la escuela primaria, han tenido acceso al uso de letras en Matemática cuando trabajan, por ejemplo, con las fórmulas geométricas, no suele darse a las letras una interpretación algebraica. Más bien, se acostumbra a los alumnos a que las consideren como etiquetas que se refieren a entidades específicas o a la inicial de una palabra (por ejemplo, se suele usar la b para referirse a la ‘base’; la A para el ‘área’; h para la ‘altura’, etc.). (Ursini; Escareño; Montes; Trigueros, 2005, p.11)

Este hecho muestra las dificultades con las que se encuentran los alumnos al manejar el lenguaje matemático y específicamente el algebraico, y también es producto de que “tradicionalmente la enseñanza de las Matemáticas ha tenido un carácter más sintáctico que semántico, más basado en la aplicación de reglas que en la comprensión del significado” (Gómez-Granell, 1997, p.206). Es por ello que Thom (1973) (citado por Pimm, 2002) ha señalado que “el problema fundamental de la enseñanza de las Matemáticas consiste en la construcción de significados más que en la cuestión del rigor” (Pimm, 2002, p.32).

En cuanto al modo de acercar el Álgebra a los alumnos o la manera en la que ellos deben aprenderla no existe un consenso establecido, aun cuando se tiene certeza de que el paso de la aritmética al álgebra, como ya se ha dicho, supone una ruptura cognitiva

para lo cual la psicología puede aportar explicaciones para abordar los problemas didácticos (Papini, 2003).

También parece haber claridad de que existen tres procesos específicos del lenguaje algebraico: la sustitución formal, la generalización y la modelización (Ruano, Socas y Palarea, 2007). En este sentido, estos mismos autores ubican en el grupo de los que privilegian la generalización a Mason (1996), también señalan que Freudenthal (1983) prefiere la sustitución formal pues engloba el resto de los procesos; similarmente afirman que otros, enfatizando la fase de formulación del modelo, privilegian la modelización como el mejor método de comenzar la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra.

En el caso de Mason (1996) afirma que “la esencia del pensamiento matemático es el reconocimiento, apreciación, expresión y manipulación de la generalidad” y justifica su preferencia por la generalización en los siguientes términos “En una economía de mercado, la generalización es necesaria para el empresario, no es una ‘necesidad corriente’. Pero es una necesidad fundamental para ser un ciudadano de pleno derecho” (p.8) .

Desde el punto de vista de Palarea (1998) se afirma que se debe “aprender el Álgebra como un conjunto de competencias incluyendo la representación de las relaciones cuantitativas, como un estilo del pensamiento matemático, el pensamiento algebraico” (p.6).

En el contexto descrito destacamos que entre los símbolos matemáticos, el de igualdad es uno con mayor arraigo en la comunidad de matemáticos y de educadores matemáticos. Particularmente estos últimos han expresado su interés en focalizar su mirada en este símbolo dado que éste se convierte en un obstáculo epistemológico (Bachelard, 2007, p. 15) para la comprensión de algunos conceptos algebraicos entre los que figuran ecuación e identidad, y en consecuencia en su manipulación, manejo, o tratamiento se manifiestan muchas dificultades y errores de los estudiantes tal como lo muestran González y González (2011). La interpretación de este signo es un asunto que ha ocupado un lugar importante en los trabajos relacionados con la didáctica del Álgebra y el Pensamiento Algebraico como se desprende del trabajo de Molina (2004),

razón que muestra su inseparabilidad y trascendencia al momento de tratar lo concerniente a la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra.

Preguntas de interés indagatorio

En el ámbito venezolano puede resultar altamente provechoso tomar en cuenta el desarrollo alcanzado por la Educación Matemática a fin de darle respuestas a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles aspectos caracterizan la transición entre el pensamiento aritmético al pensamiento algebraico de los escolares venezolanos?
2. ¿Cómo consideran los libros de texto venezolanos esa transición?

En particular, pretendemos examinar las anteriores interrogantes considerando el signo de igualdad como objeto matemático base. Por ello, este trabajo constituirá un estudio documental comparativo cuyo objetivo es analizar el abordaje de algunos objetos matemáticos, particularmente las ecuaciones, en los libros de texto escolares del 6 grado de Educación Primaria y el primer año de Educación Secundaria.

Método

El estudio que planteamos lo ubicamos en el contexto de la Educación Matemática como campo disciplinar, por lo que se tomarán en cuenta sus avances en la materia objeto de indagación en lo que respecta a autores específicos destacados, perspectivas, técnicas, instrumentos, etc.

Los libros de texto constituirán la unidad de análisis de la investigación, éste último será del tipo comparativo y confirmatorio de las teorías y/o hallazgos de investigaciones precedentes.

Procedimiento

Se concibe el procedimiento como el conjunto de estrategias asumidas y seguidas por el investigador con la expresa intención de recabar los datos de interés investigativo, para su organización y posterior análisis.

Referencias bibliográficas

Andonegui, M. (2009). *La Matemática de primer año de bachillerato*. XIII Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática.

- Bachelard, G. (2007). *La formación del espíritu científico .Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. México: Siglo veintiuno editores.
- Bazzini, L. (2007). *On The Construction And Interpretation Of Symbolic Expressions*.
http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/papers_vol2/g6_bazzini.pdf Consultado 10/07 2007
- Bednarz, N. y Janvier, B (1992). The emergente and development of algebra in a problemsolving context: A problem Analysis. *Proceedings of the 18th International Conference for the Psicology of Mathematics Educaction*, 2,64-71.
- Cantoral, R.; Farfán, R; Cordero, F; Alanís, J; Rodríguez, R. y Garza, A. (2003). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos: Nueva Exposición de la Relación entre Pensamiento Reflexivo y Proceso Educativo*. Barcelona: Paidós.
- Dewey, J. (2002). *Democracia y Educación*. Madrid: Morata
- Fernández, F. (2007). *Evaluación de competencias en álgebra elemental a través de problemas verbales*. Granada. Universidad de Granada.
<http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/FernandezF97-62.PDF> Consultado 20/08/2007.
- Freudental, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*.
<http://www.uv.es/puigl/cap16lenguajealgebraico.pdf>. Consultado 30/06/2013
- García, Y. (2001). *Análisis de contenido del texto escolar de Matemática según las exigencias educativas del nuevo milenio*. *Pixel-Bit: Revista de medios y educación*, 16 <http://www.sav.us.es/pixelbit/articulos/n16/n16art/art162.htm> Consultado 05/05/2013
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas. Una integración de perspectivas*. Madrid: Síntesis, S.A.
- Gómez-Granell, C. (1997).Hacia una epistemología del conocimiento escolar: El caso de la Educación Matemática. En María J. Rodrigo y José Arnay, (Eds) *La construcción del conocimiento escolar*. España: Paidos.
- González, A. y González, F. (2011). Exploración del pensamiento algebraico de profesores de Matemática en formación. “La prueba EVAPAL”. *Acta Scientiae*, 13 (1), 32-55.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326.

- Kieran, C. & Filloy, Y. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.
- Mason, J. (1996). El futuro de la aritmética y del álgebra: utilizar el sentido de generalidad. *UNO*, 9, 7-21.
- Molina, M. (2004). *Resolución de educaciones de igualdades numéricas por estudiantes de tercer grado. Un estudio sobre la comprensión del signo igual y el desarrollo del pensamiento relacional*. Trabajo de Investigación tutelada, España.
- Mora, D. (2006). Relación entre lenguaje, pensamiento, matemáticas y realidad. En Mora, D. y Serrano, W. (Eds). *Lenguaje, Comunicación y Significado en Educación Matemática. Algunos aspectos sobre la relación entre Matemática, lenguaje, pensamiento y realidad desde una perspectiva crítica*. Bolivia: Campo Iris, s.r.l.
- Palarea, M. (1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Tesis doctoral dirigida por Socas M.
- Papini, M. (2003) Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 6, 41-71.
- Pimm, D. (2002). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata
- Puig, L. (2003). Signos, textos y sistemas matemáticos de signos. En Filloy, E. (Ed). *Matemática educativa. Aspectos de la investigación actual*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Rojano, M. (2013). *Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos*. <http://www.sinewton.org/numeros>. Consultado 28/03/2013.
- Ruano, R.; Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2003). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, 311-322.
- Ursini, S; Escareño, F; Montes, D. y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del Álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. México: Trillas, S.A.