



Resumen

En el presente trabajo se discute, a partir de conclusiones derivadas de evidencia empírica, la posibilidad de reorientar el entendimiento sobre *qué enseñar* y *cómo enseñar matemáticas*, hacia un entendimiento que precise centrar la atención y reconocer la dimensión social de la matemática. Es por ello que el trabajo se sustentó en la teoría Socioepistemológica a la Investigación en Matemática Educativa, permitiendo reconocer a las nociones matemáticas como los objetos de enseñanza, y a las prácticas como medios que conducen al aprendizaje.

Abstract

In the present study it discusses, from conclusions derived of empirical evidence, the possibility of reorient the understanding of *what to teach* and *how to teach mathematics*, to an understanding that requires focus the attention and recognize the social dimension of mathematics. That is why the work was supported on the Socioepistemological theory in Mathematics education, allowing recognize mathematical notions as the teaching objects, and the practices as means of learning.

Introducción

Con estudios sobre diseños curriculares para la enseñanza de la ciencia Matemática, se ha debatido que para su organización y estructura se requiere valorar, desde un marco social y no sólo técnico y pedagógico, aspectos tales como quién decide, qué se enseña, el porqué de la organización y jerarquía de las áreas del conocimiento, entre otros (Díaz, Lule, Pacheco, Saad, y Rojas, 2006).

Particularmente, en el presente reporte de investigación se centra la atención en el qué enseñar y cómo enseñar Matemáticas desde una perspectiva Socioepistemológica.

Como fundamento de un diseño educativo, es común pensar que la eficacia de la enseñanza de la Matemática requiere de dos aspectos fundamentales. Por un lado, el dominio de los contenidos matemáticos a favorecer en el seno de las aulas, así como el uso de técnicas y estrategias pedagógicas y didácticas para abordar contenidos disciplinares. Tal forma de pensar, en ocasiones, condiciona una enseñanza que centra su atención en los objetos matemáticos considerados como rígidos y acabados. Por ejemplo, en Pérez (2011) se aporta evidencia que el tratamiento del concepto función, desde una perspectiva didáctica, está regida por una lógica axiomática en la que se presuponen objetos matemáticos preexistentes. En consecuencia se favorece la memorización y algoritmia por parte de los estudiantes, por encima del estudio de relaciones entre variables y de la formulación de modelos matemáticos como herramientas que les permitan explicar situaciones variacionales y construir su conocimiento a propósito de dicho concepto matemático.

Si bien es aceptable pensar que ambos aspectos son esenciales para guiar la práctica educativa, lo cierto es que al centrar la atención en ellos se desatienden otros tipos de consideraciones como la cognición del estudiante, la epistemología del saber y lo didáctico de la matemática presentes en la práctica que tienen influencia en el aprendizaje de los estudiantes.

Investigaciones en el campo de la Matemática Educativa señalan la pertinencia de privilegiar la relación entre el saber qué y el saber cómo, pues su ruptura, evoca un conocimiento neutral, ajeno y autosuficiente e independiente de las situaciones de la vida real o de las prácticas sociales de la cultura a la que se pertenece (Díaz, 2003).

En Alanís y Salinas (2009) y Díaz (2003) se enfatiza que el medio para la enseñanza de las matemáticas debe centrarse en prácticas coherentes, significativas y propositivas, por ejemplo la práctica de modelación que propicia la construcción de conocimiento matemático relativo a los saberes de la variación y el cambio.

Esta nueva tendencia de la enseñanza de las matemáticas, muestra cómo el análisis va tomando un giro de cuestionar el *cómo enseñar* a cuestionar el *qué enseñar*, aunque en cierta medida y con cierta reserva (Alanís y Salinas, 2009).

El estudio sistémico y sistemático de la dimensión epistemológica, cognoscitiva y sociocultural del conocimiento matemático, permite problematizar la enseñanza de

la matemática con el planteamiento y reflexión de preguntas relacionadas con la efectividad del *qué enseñar* y *cómo enseñar*.

Es por ello que en este trabajo se discute y reflexiona sobre la posibilidad de reinterpretar las concepciones que se tienen del *qué* y el *cómo* enseñar, mostrando dos casos concretos en los que al descentralizar la atención de la enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos, y centrarse en procesos de construcción social de conocimiento, se amplía la visión y entendimiento de las preguntas *qué enseñar* y *cómo enseñar* matemáticas.

Referencia para caracterizar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

Para sentar una base que permita generar una discusión sobre ideas relativas con la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, interesó analizar las conclusiones derivadas de tres trabajos de investigación: Chan (2011), Pérez (2011) y López (2011) en los cuales se proporcionan evidencias empíricas de que en la resolución de situaciones de modelación donde intervienen relaciones entre variables, se genera y favorece la construcción de conocimiento matemático asociado al Precálculo. En dichos trabajos se presentan instrumentos cuyos diseños se sustentan en las bases de la teoría Socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa, en la que se propone un análisis de las interacciones entre las componentes didáctica, epistemológica, cognitiva y sociocultural asociadas a la construcción de conocimiento matemático bajo el supuesto de la epistemología de las prácticas sociales.

Carácter sistémico del conocimiento matemático

El entendimiento de las formas de producción, organización y difusión del conocimiento matemático es producto de un proceso complejo amalgamado por las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos que le son asociados y los mecanismos de su institucionalización vía la enseñanza, que de acuerdo a Cantoral (2004) se articulan en una misma unidad de análisis.

En el sentido anterior, se reconoce que los procesos de construcción de conocimiento matemático deben ser analizados desde una perspectiva múltiple y sistémica, pues el conocimiento se constituye orgánicamente en los individuos en razón de sus experiencias, y ésta a su vez, son producto de interacciones en

situaciones donde se da sentido y significado a las nociones o conceptos matemáticos. Se asume y reconoce que el centro de la discusión y análisis de los fenómenos didácticos asociados a la matemática, lo constituyen las prácticas sociales asociadas a determinado conocimiento y no propiamente los conceptos matemáticos per se (Chan, 2011).

En el sentido anterior, la práctica por sí misma es entendida como las actividades que un grupo de personas enmarcadas en un contexto histórico, cultural y social específico realizan, le dan significado y estructura a lo que se hace (Arrieta, 2003, citado en López, 2011).

Bajo estas consideraciones, se piensa que para otorgar una reinterpretación del *qué* y *cómo* enseñar, se requiere establecer condiciones que favorezcan en el estudiante la construcción de una matemática funcional, es decir, un conocimiento matemático incorporado orgánicamente en él, que lo transforme y que permita transformar su realidad (Cordero y Flores, 2007 citado en Pérez, 2011).

En particular, para el área de Precálculo, estudios como el desarrollado por Torres y Aparicio (2010) citado en Pérez (2011), se evidencia que en actividades humanas de predicción matemática, los estudiantes son capaces de realizar exitosamente actividades matemáticas como medir, identificar variables, cuantificar cambios y establecer relaciones. Asimismo, dichas actividades posibilitaron que entrelacen la comunicación de sensaciones, nociones e imágenes internas con significados asociados a conceptos matemáticos de la variación y el cambio, a partir de procesos de orden sociocultural como el gesto o la argumentación que emergen de su actividad.

Por ende, en esta investigación se considera a la matemática como parte inherente a las prácticas que el ser humano realiza con la finalidad de estudiar o dar sentido a su entorno, lo que permite la construcción y reconstrucción de significados de los objetos matemáticos que devienen de dichas prácticas.

El enseñar y aprender matemáticas desde una perspectiva contextual del conocimiento

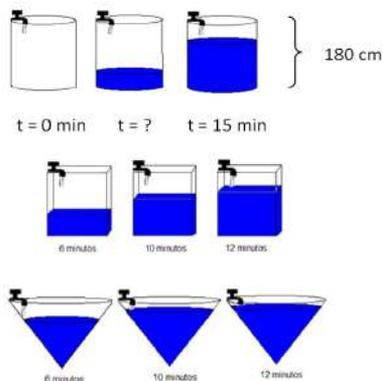
En los trabajos que se revisaron, se tratan conocimientos del área de Precálculo a través de secuencias de actividades diseñadas con la intención de no centrar la atención en los objetos matemáticos, pues se asume que la generación o

construcción del conocimiento matemático obedece más que a una simple secuenciación estratégica de contenidos. Es decir, dicha construcción del conocimiento matemático es producto de una interacción entre aspectos que podrían decirse no son parte de la naturaleza de la matemática, sino más bien de aspectos de naturaleza sociocultural, epistemológica, didáctica y cognoscitiva que encaminan o norman el quehacer de los estudiantes.

El diseño de las actividades en los trabajos siguió un proceso complejo que si bien pretendía tratar nociones matemáticas específicas como función y variación lineal, lo cierto es que el centro de atención en tales diseños no giró en torno a las nociones, sino en aquello que permitía dar un sentido y legitimidad a las mismas, es decir, prácticas que permitieron a los estudiantes poner en juego diversas habilidades no necesariamente relacionadas con las nociones pretendidas, logrando el establecimiento de significados importantes y con sentido para ellos en relación con dichas nociones. Por ejemplo, experimentar acerca del derretimiento de una vela o sobre la razón del llenado de recipientes de formas regulares cuya práctica, estimar estados, favorece la movilidad del pensamiento de los estudiantes al evocar estrategias, supuestos y generar modelos matemáticos.



Estimación del derretimiento de una vela (López, 2011 y Chan, 2011)



Actividad de llenado de un recipiente (Pérez, 2011)

Con base en el análisis de los resultados obtenidos, se determinó que las experiencias fungen como mediadoras en el aprendizaje matemático en ausencia de marcos específicos durante el tratamiento de situaciones, por ejemplo, con la

falta de una dimensión matemática explícita en las situaciones sujetas a análisis. En tareas donde se solicitaba a estudiantes de bachillerato establecer relaciones entre dos columnas de magnitudes y los argumentos que determinaron su elección, se reportó que sus justificaciones estuvieron soportadas en un plano vivencial. Debido a que los procedimientos no se caracterizan por la lógica matemática, sino por un conjunto de vivencias que los individuos experimentan y afectan sus esquemas de comportamiento. Parte de esto se ilustra con los siguientes casos, en los que se muestra las respuestas que dan los jóvenes al relacionar magnitudes como presión, distancia y tiempo.

E4: Distancia-Tiempo

“Pienso que la distancia y el tiempo están muy unidos porque para tener una distancia tenemos que recorrer un camino y eso implica usar el tiempo”

“Si recorro una carretera de 15 Km, estoy indicando que para llegar al kilómetro 15 tuve que recorrer los demás kilómetros y eso implicaría que también use el tiempo”

Cuadro 1. Respuesta de un estudiante ante la tarea solicitada (López, 2011, p. 49)

E1: Presión-Tiempo

“La presión muchas veces es causa del tiempo que dan para elaborar algún trabajo”

Cuadro 2. Respuesta de un estudiante ante la tarea solicitada (López, 2011, p. 50)

Asimismo, se obtuvo que la naturaleza de las actividades determina la forma “única” de resolver una tarea matemática. Esto es, en los trabajos estudiados, se da evidencia que el diseño de las actividades influye en el desempeño de los estudiantes al momento de resolverlas. Por un lado, el orden estratégico seguido en dichos diseños, los cuales parten de exigencias cognitivas menos complejas hacia más complejas, permite que los estudiantes desarrollen sus esquemas mentales y mejoren sus entendimientos. Más importante aún, es que actividades en las que se discute la variación y el cambio permite que los estudiantes

establezcan las condiciones en las que una situación es susceptible de ser modelada linealmente de entre otras que no lo son, a partir de esto, los estudiantes son capaces de establecer supuestos y generar modelos matemáticos.

Por tanto, según lo reportado en estos trabajos, la efectividad del aprendizaje depende de la conjunción de forma consciente de tres dimensiones, a saber, la matemática, cognitiva y situacional, ya que se obtuvo evidencia que la práctica de los estudiantes ante tareas matemáticas es explicada de acuerdo a lo cognitivo (acciones causadas por los procesos mentales del individuo asociadas con el desarrollo del pensamiento matemático), lo situacional (acciones basadas en aspectos más de tipo social como experiencias) y lo matemático (procesos matemáticos, secuencias, operaciones, fórmulas), dejando ver que el predominio de una u otra dimensión en diversas actividades que abordan la misma noción de función atiende el mismo significado.

Hacia una reinterpretación del qué y cómo enseñar

Determinar la relación entre el saber qué y el saber cómo enseñar matemáticas en la escuela, considerando el carácter social de la matemática, permitió reconocer en las investigaciones reportadas, la complejidad para entender dicho proceso, y a su vez éstas presentan puntos de partida para generar dicho entendimiento.

Con base en lo anterior, se reconoce que centrar el trabajo del aula en prácticas proporciona resultados favorables en cuanto a la generación de aprendizajes matemáticos, ya que las prácticas permiten dar cuenta de las nociones y conceptos matemáticos, tal y como sugiere la génesis del conocimiento. Con esto se puede decir que el cómo enseñar está ligado a prácticas de referencia, prácticas de naturaleza social.

En tanto que el *qué enseñar* es lo que se evoca al realizar prácticas, es decir, las nociones asociadas a los objetos matemáticos. Por ejemplo, en una actividad de llenado de recipientes se distingue la noción de función lineal como una variación constante a partir de prácticas como predecir, modelar o interpretar los datos proporcionados.

En consecuencia una enseñanza basada en prácticas le otorga un sentido y significado a los objetos matemáticos favoreciendo la construcción del conocimiento matemático.

Bibliografía

- Alanís, J. y Salinas, P. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(3), 355-382.
- Aparicio, Sosa y Jarero, (2012). *Funciones: Significados y Representaciones*. México: Universidad Autónoma de Yucatán.
- Cantor, R. (2004) Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En L. Díaz (Ed). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 17(1), 1-9. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Chan, M. (2011). *Prácticas matemáticas de estudiantes en bachillerato. Un análisis sobre su efectividad*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Díaz- Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5 (2). Consultado el día 11 de Noviembre de 2011 en: <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>
- Díaz- Barriga, F., Lule, M., Pacheco, D., Saad, E. y Rojas- Drummond, S. (2006). Fundamentos teoricometodológicos. En F. Díaz- Barriga, M. Lule, D. Pacheco, E. Saad, y S. Rojas- Drummond (Eds.) *Diseño curricular para educación superior* (pp. 9-54). México: Trillas.
- López, L. (2011). *Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Pérez, I. (2011). *Unidades didácticas en el área de Precálculo. Un estudio sobre la efectividad de organizadores de contenido*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Torres, L. y Aparicio, E. (2010). Predicción matemática y contextual. Formas de construcción del discurso en situaciones variacionales. En R. Rodríguez y E. Aparicio (Eds.). *Memorias de la décimo tercera Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 77-83). México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa, A.C.