epsilon 73
2009

«Dos de todo»: El cuento chino de los problemas de comparación multiplicativa en la Educación Infantil

Carlos de Castro Hernández
Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid
James Walsh Gortázar, Emma del Coso Fernández, Cristina Salvador Amador
Centro Superior de Estudios Universitarios La Salle, Universidad Autónoma de Madrid
Virginia González Ovejero y Beatriz Escorial González
CEIP Virgen de Peña Sacra, Manzanares el Real, Madrid

RESUMEN

Narración del desarrollo de dos sesiones de un taller de resolución de problemas con niños y niñas de 5 y 6 años, pertenecientes a dos grupos de Educación Infantil. Partiendo de la lectura del cuento chino «Doble de todo», los pequeños abordan la resolución de dos problemas de comparación multiplicativa. Los niños, a través del uso de diversas estrategias informales de modelización directa, y empleando distintas representaciones manipulativas y gráficas de cantidades, llegan a las soluciones de los problemas y las comparten con sus compañeros. Esta experiencia forma parte de una investigación dirigida al desarrollo del currículo de la Educación Infantil.

Palabras clave: *Educación Infantil, Educación Matemática, problemas de comparación multiplicativa, modelización.*

ABSTRACT

Narrative of two sessions of a workshop on problem solving with children aged 5 and 6, from two kindergarten classrooms. After reading the Chinese folktale «Two of everything», children try to solve two multiplicative comparison problems. They use various informal direct modeling strategies and different manipulative and graphical representations of quantities, reaching solutions to problems, and sharing them with their classmates. This experience is part of a research aimed at developing the mathematics curriculum of the Early Childhood Education.

Keywords: *Early Childhood Education, Mathematics Education, multiplicative comparison problems, modeling.*

INTRODUCCIÓN

Un taller de resolución de problemas de 4 a 6 años

En el presente artículo, describimos una parte del trabajo de investigación que venimos desarrollando desde hace varios años en centros de Educación Infantil. Nuestra investigación tiene una finalidad eminentemente práctica: el desarrollo del currículo matemático de la Educación Infantil.

Para abordar este objetivo, se ha diseñado un dispositivo de trabajo para el aula, el taller, que nos permite indagar con cierta libertad sobre la idoneidad de las innovaciones que proponemos. Pensamos en el taller como un espacio abierto a la experimentación y la innovación en que los niños, junto a sus maestras y maestros, investigan para elaborar un producto, dar respuesta a alguna pregunta o resolver un problema. Siguiendo las propuestas de Borghi (2005), nuestro taller es temático. En el *taller de resolución de problemas*, los pequeños tratan de dar respuesta a un problema que les llega enviado por correo y que es planteado por alguna persona cercana que les pide ayuda (en este taller, *Ares*, maestro de Infantil que trabajó con los niños el curso anterior). Ellos deben intentar resolver el problema, comunicar la solución y el procedimiento empleado a sus compañeros, alcanzar una solución consensuada por todos, y escribir la respuesta y la estrategia empleada a la persona que nos ha planteado el problema. El taller funciona, por así decirlo, como una especie de consultoría o asesoría matemática. El producto 'artesanal' que se elabora en el taller es el 'informe' que se remite a quien planteó el problema; las herramientas del taller son los materiales manipulativos (cubos encajables, ábacos, papel, plastilina, tablas 100, bandas numéricas, etc.) que los niños cada vez emplean con una destreza mayor bajo la supervisión del jefe de taller (el maestro o maestra de la clase). En los últimos talleres que hemos realizado (De Castro, Pastor, Pina, Rojas y Escorial, 2009), los problemas que se plantean están basados en libros infantiles, y sus enunciados remiten a situaciones narradas en los cuentos, para facilitar la comprensión de los mismos (especialmente para el grupo de 4 años).

Nuestros talleres se desarrollan dentro de las coordenadas de un modelo de investigación conocido como «experimentos de diseño». Dentro de este tipo de investigación, Battista y Clements (2000) proponen una serie de 'elementos' con que debe contar cualquier aproximación científica al desarrollo del currículo. A continuación, presentamos sintetizados estos elementos, junto a las opciones que tomamos para los mismos dentro de nuestro propio trabajo de desarrollo del currículo matemático de Educación Infantil.

1. *Describe el problema que la innovación curricular trata de resolver.* El problema que abordamos, en términos generales, es la transformación de un currículo matemático tradicional para la Educación Infantil (que predomina todavía en muchas escuelas infantiles) en un currículo de enfoque socio-constructivista que integre aspectos de la Educación Infantil como el trabajo por proyectos, el juego por rincones y los talleres, con una enseñanza de las matemáticas que parta del interés de los pequeños y resulte adecuada a su desarrollo cognitivo, físico, emocional y social.

2. *Proporciona una explicación teórica de cómo influirá la innovación en la resolución del problema.* Pensamos que el dispositivo que tratamos de desarrollar, el taller de resolución de problemas, puede dar respuesta parcial a este problema. Nos basamos en los resultados de años de investigación dentro de la «enseñanza de enfoque cognitivo» aplicada a la Educación Infantil

(Carpenter, Ansell, Franke, Fennema y Weisbeck, 1993) y en el modelo de enseñanza que Baroody (2003) denomina «enseñanza de enfoque investigativo» que tratamos de aplicar en nuestros trabajos (De Castro y Escorial, 2007).

3. *Documenta el desarrollo de la innovación realizada y la recogida de información*. En cada sesión del taller se elabora una documentación cuyo punto de partida son las grabaciones en vídeo, fotografías, grabaciones de audio y el uso de hojas de registro. Esta recogida de información, junto con una pequeña entrevista a la maestra de aula sobre la sesión, da lugar, mediante una primera reelaboración, a una narración de la sesión que incluye reflexiones y preguntas que se hacen los participantes en el taller.

4. *Analiza la documentación*. Toda la documentación recogida pasa por un proceso de análisis retrospectivo realizado durante el proceso (análisis de cada sesión del taller) y al final del mismo (del conjunto de las sesiones). Este análisis genera nuevas hipótesis sobre la marcha a contrastar en futuras sesiones y talleres. Por ejemplo, una de las conclusiones extraídas de talleres previos (De Castro y otros, 2009) es que los niños emplean el mismo tipo de representación con funciones diferentes durante el proceso de resolución del problema. Así, algunos dibujos infantiles constituyen representaciones necesarias en procesos de modelización del enunciado del problema con la finalidad de resolverlo, pero otros dibujos, simplemente, son ilustraciones más o menos elaboradas del resultado (ya conocido) del problema, y descubierto mediante otras estrategias, y de la 'escena' del cuento evocada por el enunciado. Estas conclusiones de trabajos anteriores hacen que en los siguientes talleres centremos más la atención en averiguar cuáles son las funciones de las representaciones gráficas en los problemas y en detectar aspectos de estas representaciones, como el grado de iconicidad en la representación de los objetos, que pueda servirnos para averiguar la función que los pequeños dan a los mismos.

5. *Disemina tus resultados y análisis de la documentación*. En nuestro proyecto, el trabajo realizado ha dado lugar a varias publicaciones (De Castro y Escorial, 2007; De Castro, González y Escorial, 2009; De Castro y otros, 2009) entre las que se puede incluir también la presente.

LOS PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA

Uno de los objetivos del taller, durante el curso 2008-09, fue la incorporación de problemas de comparación multiplicativa a las sesiones de trabajo. Este tipo de problemas ha sido estudiado en profundidad por Castro (1995) con alumnos de 5° y 6° de Educación Primaria. De las 12 clases de problemas de comparación multiplicativa que presenta Castro (1995), nos hemos limitado a enunciados del tipo: «María tiene 3 caramelos. Juan tiene 4 veces más caramelos que María. ¿Cuántos caramelos tiene Juan?» En este caso, la *cantidad comparada* es la cantidad de caramelos de Juan (la incógnita), el *escalar* es 4 (el escalar es el número correspondiente a la expresión «4 veces más» del enunciado), y *el referente* de la comparación es la cantidad de caramelos de María (3).

Dentro de nuestro planteamiento innovador y de investigación, partíamos de la pregunta: ¿Bajo qué condiciones es posible plantear problemas de comparación multiplicativa, que habitualmente se consideran muy difíciles, en la Educación Infantil? Nuestra hipótesis de trabajo, basada en investigaciones anteriores sobre resolución de problemas en Educación Infantil (Carpenter y otros, 1993; De Castro y Escorial, 2007; De Castro y otros, 2009) es que debíamos reducir los problemas de comparación multiplicativa a los de «doble y mitad», para reducir la dificultad lingüística del enunciado, planteados en el último curso de Educación Infantil, con números inferiores a 20, y que sería necesario además buscar un contexto que hiciera que los enunciados de los problemas resultasen familiares para los alumnos.

Para buscar un contexto adecuado, elegimos el cuento de Toy Hong (1993), titulado: «El doble de todo», que trata el concepto del doble. En él, un anciano muy pobre encuentra una olla mágica en la que cualquier cosa que se introduce sale duplicada de la misma. A partir de ahí, redujimos la complejidad de la expresión de comparación utilizando sólo el término «doble» (en estos problemas, el escalar es fijo e igual a 2), y dejamos como incógnitas, para los problemas planteados, la cantidad comparada y la referencia.

EL DESARROLLO DE LA PRIMERA SESIÓN EN EL TALLER DE DESIRE

Tras haber leído el cuento «Doble de todo» un par de veces durante la semana anterior, los niños ya conocen bien la historia y están familiarizados con el concepto de doble. Llega la carta de *Ares* y, como siempre, el encargado del día, que esta vez es Adrián, es el que la lee a los demás compañeros. El problema que plantea *Ares* es el siguiente: «Si metemos un monedero con 9 monedas de oro en la olla mágica, en la que siempre sale el doble, ¿Cuántas monedas de oro sacaremos de la olla?» En este problema, la incógnita es la cantidad *comparada*. Los niños han escuchado el cuento y la carta sentados en la alfombra. Algunos de ellos, antes de dirigirse a las mesas de trabajo en las que tienen los materiales, intentan resolver el problema sobre la marcha con los dedos. En este caso, esto resulta difícil, debido al tamaño de las cantidades. A continuación, cada grupo pasa a su mesa de trabajo.

Lía ha escogido los centicubos para plantear el problema. Forma dos grupos con 9 centicubos en cada uno, los cuenta todos y dice que son 18, porque «18 es el doble de 9». Al ver que Guille no sabe resolver el problema, le indica que son 9 [los que debe poner en cada grupo]. La maestra, dándose cuenta de que la explicación es incompleta para Guille, pregunta a Lía: «¿Porqué 9? ¿Qué le pasa a la olla mágica»? Intentamos así que Lía explique a Guillermo que siempre sale el doble. Lía responde: «Son 9 porque son 9». Al volver a preguntarle: «¿Y qué pasa si metemos 4?», responde con gran seguridad: «¡Pues que salen 8!»

Hugo intenta solucionar el problema con los dedos, pero le resulta muy difícil, al ser el resultado tan alto. Habitualmente, suele intentarlo con la banda numérica aunque, de momento, no lo ha logrado. Esta vez lo consigue, contando los numerales de la banda numérica del 1 al 9 para, después, contar 9 numerales más (del 10 al 18), deteniéndose en 18, la solución. Le ha ilusionado tanto resolver así el problema que pasa todo el resto de la sesión repitiendo el procedimiento. Después, al hacer un dibujo del problema, representa las 18 monedas con los numerales del 1 al 9 escritos en ellas dos veces.

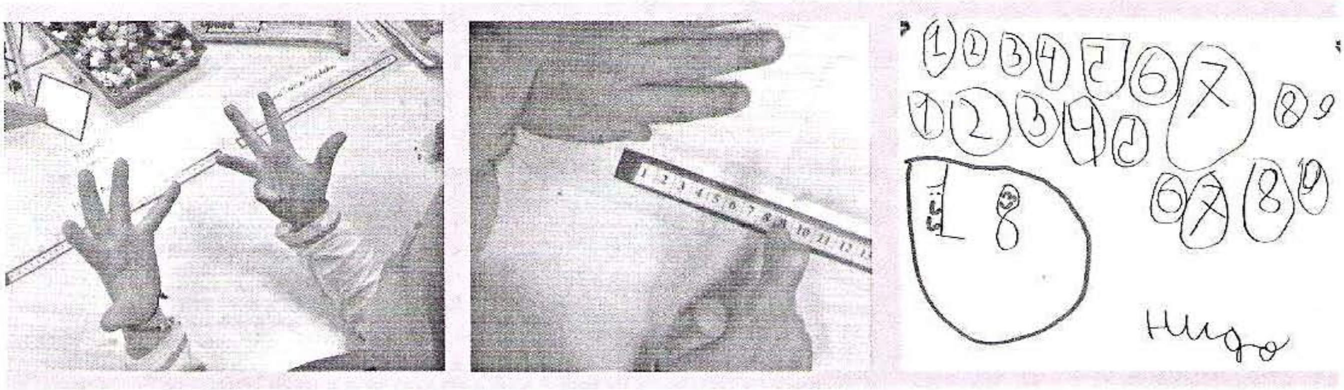

Figura 1. Secuencia de trabajo de Hugo

Alejandro utiliza la plastilina. Forma 9 bolitas pequeñas y otras nueve algo más grandes, que coloca debajo de las anteriores. Al contar todas, obtiene también el resultado de 18. Shakira y Doaa no solucionan el problema, pero al oír a algún compañero que se sacan 18 monedas de la olla, hacen dibujos ilustrando esta solución (Figura 2).

Figura 2. Dibujos de Shakira y Doaa

1.Asier, que lleva varias semanas sin conseguir resolver los problemas, lo consigue a la primera utilizando el rekenrek (tipo especial de ábaco, inventado en Holanda en 1991, que se utiliza de 4 a 8 años para aprender estrategias de cálculo mental). Asier coloca nueve cuentas en la fila superior del rekenrek, a la izquierda y otras nueve cuentas en la fila inferior. Después de contar todas las cuentas, da una respuesta de «dieciocho». Al resolverlo tan rápido, le proponemos que lo haga con un dibujo. Asier, que sabe que el resultado es 18, dibuja 11 redondeles en una fila y 10 en otra. Tacha uno de la fila de abajo, al comprobar que se ha pasado, pero es incapaz de ilustrar el procedimiento correcto y lo deja a medias.

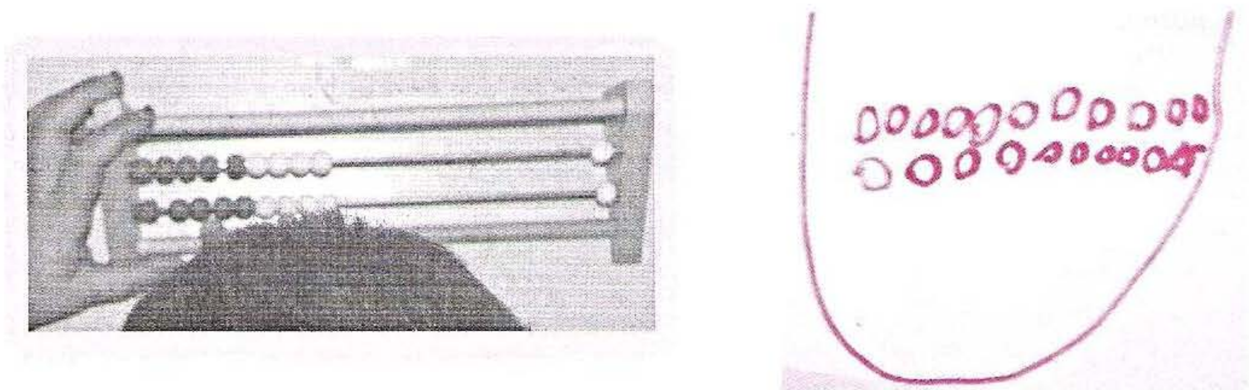

Figura 3. Asier resuelve con el rekenrek pero tiene dificultades con el dibujo

Anthony escribe, en una fila, los numerales del 1 al 9 y debajo la repite. Luego, cuenta todos los numerales y, aunque con dificultad, acaba diciendo que son dieciocho. Después, lo resuelve correctamente con el rekenrek.

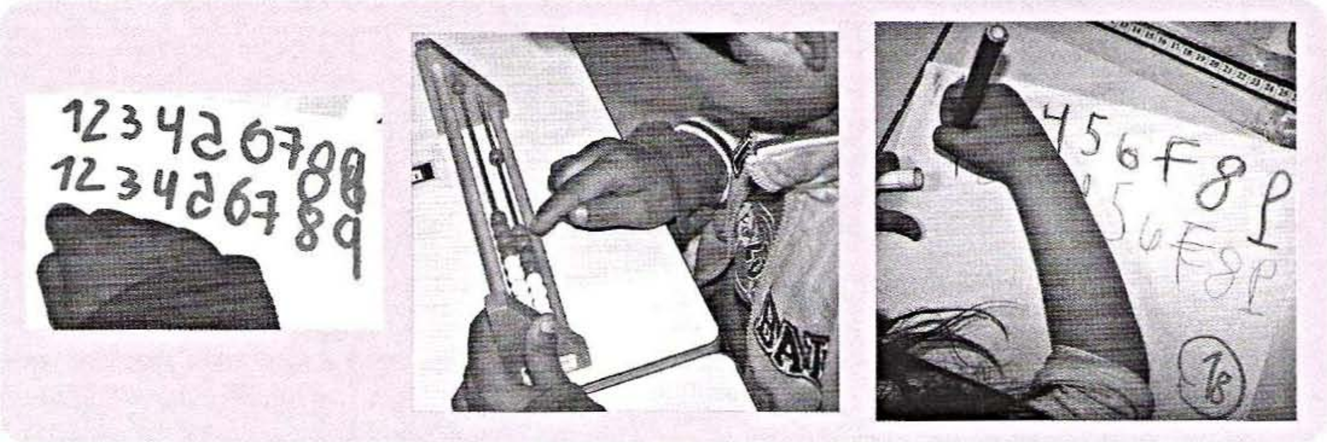

Figura 4. Anthony y Alejandra utilizan dos filas de numerales y el rekenrek

Sergio y Raquel abordan el problema con el rekenrek. Sergio lo hace colocando 8 cuentas arriba y 8 abajo, al no recordar bien los datos del problema; Raquel lo hace correctamente, colocando las 9 cuentas a la derecha en ambas varillas. Marina y Alejandra, que se sientan juntas, utilizan la misma estrategia que Anthony, representando dos filas con numerales hasta el 9.

En la puesta en común, los pequeños deciden que hay 18 monedas de oro. Sergio y Raquel, que no suelen querer compartir sus estrategias con los compañeros, son los encargados de la puesta en común. León, que tiene dificultades en la escritura, se ofrece voluntario para escribir la respuesta en la pizarra.

SEGUNDA SESIÓN EN EL TALLER DE VIRGINIA

De nuevo, la sesión comienza con el problema que llega por correo: «¿Cuántas monedas de oro tenemos que meter en la olla mágica, en la que siempre sale el doble, para conseguir 14 monedas de oro?» En este caso, la incógnita es la *referencia* de la comparación y el problema es bastante más difícil que en la sesión anterior, pues no se trata ya de calcular un doble, sino de buscar un número cuyo doble sea 14. Enseguida, algunos niños intentan adivinar el resultado. Pablo dice: «Catorce». Iván, usando los dedos, contesta: «Ocho. Ocho y ocho»; a lo que Pablo responde: «Metíamos ocho».

Al principio, Iván comienza con el rekenrek. Sin embargo, decide cambiar a los centicubos e ir probando. Primero prueba con seis, pero comprueba que le salen menos de catorce. Más tarde, llama a Virginia y le dice: «Se meten siete y salen catorce».


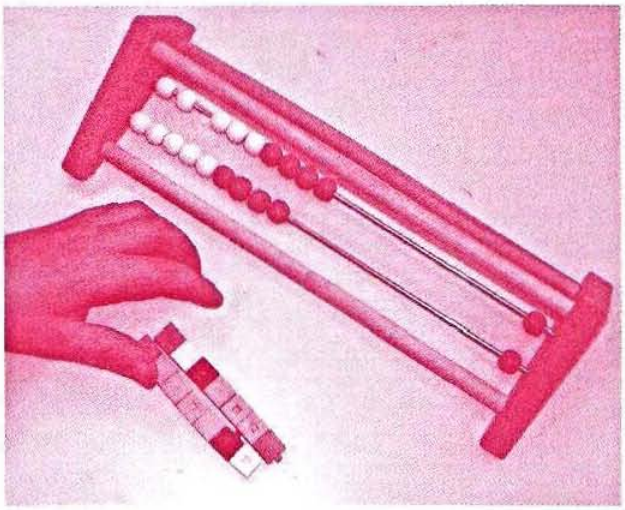

Figura 5. Proceso de resolución de Iván

Imán dibuja la olla y las monedas que han salido. Dibuja las catorce monedas organizadas en dos columnas, sin darse cuenta de que esta disposición en dos columnas le da automáticamente la solución del problema. A partir de aquí, mediante el ensayo y error, utilizando varios dibujos distintos para ir tanteando, Imán llega a la solución de 7 monedas.

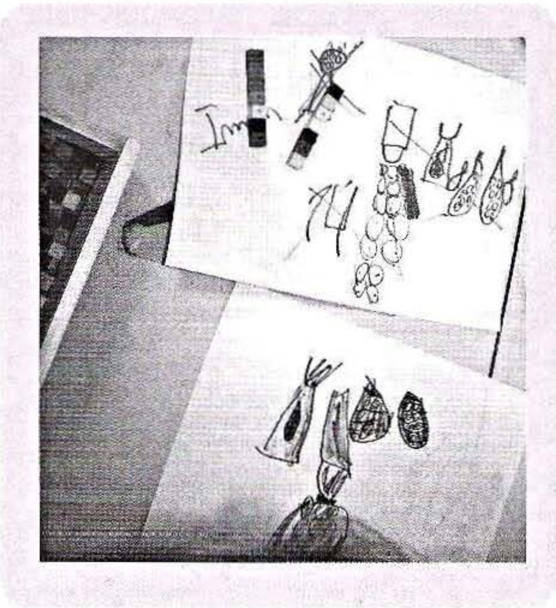

Figura 6. Imán resolviendo con varios dibujos y con centicubos por ensayo y error

Yivó, que había faltado al taller la semana anterior, comienza dibujando una olla con una cantidad exagerada de monedas. Poco a poco, mediante ensayo y error va acercándose a la solución. A mitad del proceso, su compañera Johana se le aproxima y le dice: «Siete más siete son catorce», comentario al que Yivó no hace caso. Finalmente, con ayuda de Emma, llega al resultado correcto.

David dibuja nueve monedas dentro de la olla y nueve fuera. Decide cambiar de material; coge los centicubos y, con ayuda de Virginia, comienza a probar cantidades. Al final, David termina poniendo siete cubitos a su izquierda (dentro de la olla) y siete cubitos a su derecha (fuera de la olla).

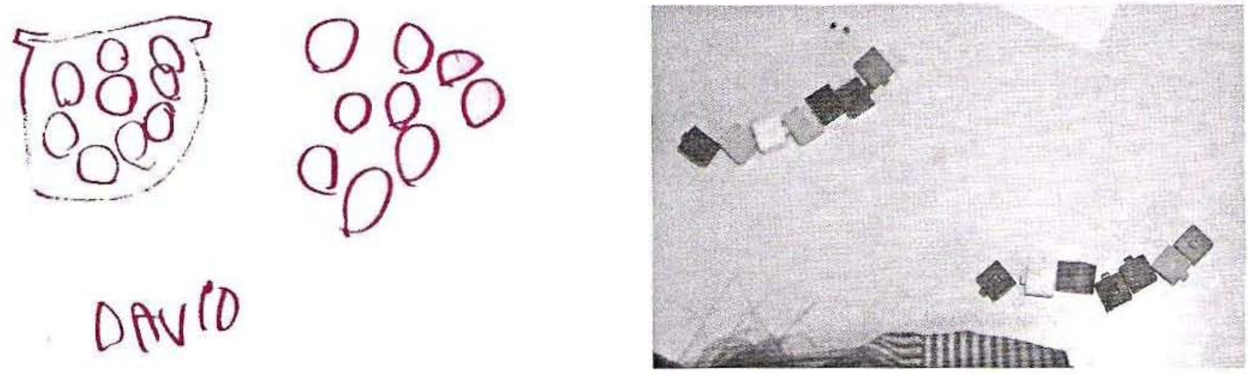

Figura 7. Proceso de resolución de David

En la puesta en común, Teo explica el problema con el rekenrek, e Imán con el dibujo. La conclusión es que deben meter en la olla mágica 7 monedas. Salvo un niño, todos han resuelto el problema mediante ensayo y error, independientemente del material empleado.

Guille ha dibujado una olla y dos monederos. Dentro de uno hay 9 puntitos y dentro del otro 5, y dice: «Si metemos 9 y 5, salen 14». Le recordamos que en la olla mágica siempre sale el doble, y le preguntamos si sabe qué es el doble. Guille señala un dado de gomaespuma con la cara del 6 hacia arriba y dice que [el doble] es «como esos puntitos, que son iguales». Dejamos a Guille que lo piense mejor y, al rato, nos muestra otros dos monederos dibujados con 7 puntos en cada uno, diciendo: «Si metemos 7 monedas en la olla, salen otras 7, y se hacen 14».

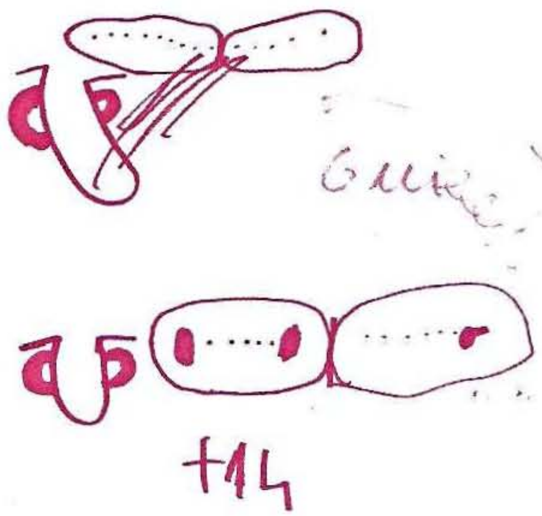

Figura 8. Dibujos de Guille

Yoli forma una fila muy larga con 17 cubitos y dice que «si metías 8 y 8, salían 9». Al invitarle a comprobar si puede ser cierto lo que ha dicho, cuenta los centicubos de la fila y al llegar al catorce se para, y observa que le sobran. En ese momento dice: «Estos faltaban» [sic] y quita los que sobran de 14, pero se equivoca y deja 15 en lugar de 14. Le preguntamos: «¿Qué hacemos ahora?», a lo que responde: «Lo partimos por la mitad». Yoli coge la fila y la parte en dos trozos aproximadamente iguales, pero al tener 15 cubitos la fila, no le quedan 2 partes iguales. Yoli vuelve a unir la fila, comprueba que ha puesto un cubo de más, y lo elimina.

Después, consigue dividir la fila en dos filas iguales y dice: «Hemos metido 7» [monedas en la olla para obtener 14]. De los dos grupos participantes, Yoli fue la única alumna que pareció comprender la relación entre «doble» y «mitad», pues fue la única que resolvió el problema calculando, con ayuda de los centicubos, y de forma directa (sin ensayo y error), la mitad de 14.

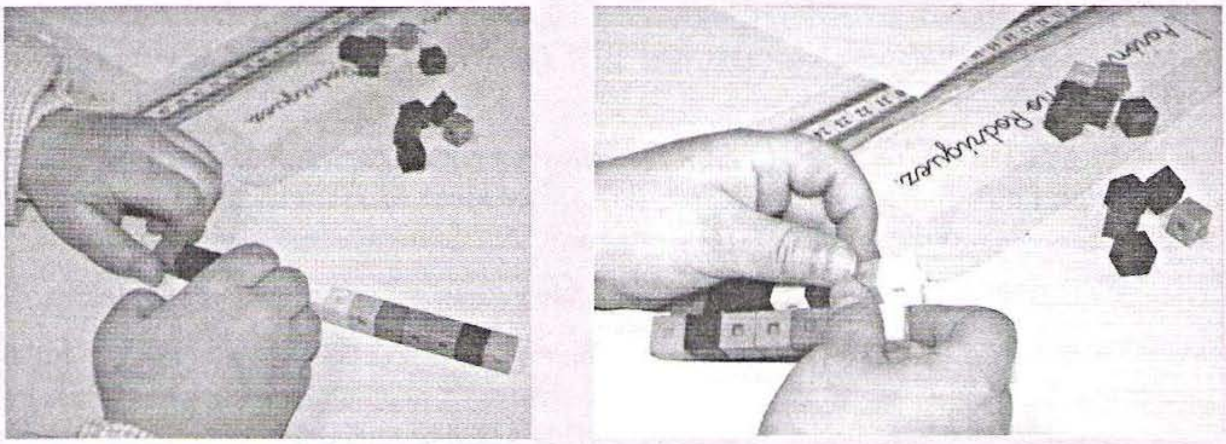

Figura 9. Yoli forma una fila de 14 cubitos y la divide en dos filas iguales

La puesta en común dentro de uno de los grupos parece no dar fruto, pues nadie ha cambiado de respuesta. Tras la puesta en común general de los dos grupos, dado que en uno de ellos se ha alcanzado el consenso de que deben introducirse 7 monedas, se toma ésta como solución. En el grupo en que sólo dos niños habían llegado a la solución, Guille y Yoli comentan entre ellos: «Creo que nosotros lo tenemos bien».

CONCLUSIONES

Como hemos visto, es posible introducir problemas de comparación multiplicativa en Educación Infantil, siempre que adaptemos la expresión de comparación, ciñéndonos al uso del doble, planteemos el problema en un contexto significativo para los pequeños, y cuidemos el tamaño de los números.

Diversos aspectos de las actuaciones infantiles han concitado de manera especial nuestra atención. Por ejemplo, sólo una niña entre cerca de 50 alumnos, ha establecido explícitamente la relación entre buscar un número cuyo doble sea 14, y hacer la mitad de 14, algo que para un adulto puede resultar obvio pero para un niño no lo es. Por otra parte, es asombrosa la cantidad de representaciones diferentes que emplean los pequeños en sus procesos de resolución. En especial, sorprende cómo los niños utilizan (intuitivamente, sin instrucción previa) cada cifra de la banda numérica para representar un objeto y admiten a la vez que la última cifra representa el total de los objetos (imágenes 1 y 4). En estas situaciones, los pequeños muestran una gran flexibilidad en el paso de un uso ordinal de las cifras a un significado cardinal de las mismas.

Este trabajo confirma plenamente nuestra idea inicial de confiar en las capacidades infantiles y apoyarnos en ellas para seguir desarrollando, con la colaboración de los pequeños con los que trabajamos, un currículo matemático centrado en los intereses de los niños y orientado a potenciar al máximo las grandes capacidades que demuestran las niñas y niños de Educación Infantil, siempre que les damos una ocasión adecuada para ello.

REFERENCIAS

BAROODY, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. En A. J. Baroody, & A. Dowker (eds.), *The development of arithmetic concepts and skills* (pp. 1-33). Mahwah, NJ. Lawrence Erlbaum Associates.

BATTISTA, M. T., CLEMENTS, D. H. (2000). Mathematics curriculum development as a scientific endeavor. En A. E. Kelly, & R. A. Lesh (eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 737-760). Mahwah, NJ. Lawrence Erlbaum Associates.

BORGHI, B. Q. (2005). *Los talleres en educación infantil: Espacios de crecimiento*. Barcelona: Graó.

CARPENTER, T., ANSELL, E., FRANKE, M., FENNEMA, E., Y WEISBECK, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(5), 428-441.

CASTRO, E. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada. Comares.

DE CASTRO, C., ESCORIAL, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación, Monografía IX*, 23-47.

DE CASTRO, C., GONZÁLEZ, A., ESCORIAL, B. (2009). El aprendizaje de las matemáticas a los tres años: Narración reflexiva sobre la construcción de un mercado medieval. *Números, 70*, 53-65.

DE CASTRO, C., PASTOR, C., PINA, L. C., ROJAS, M. I., ESCORIAL, B. (2009). Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 18*, 105-128.

TOY HONG, L. (1993). *Two of everything: A Chinese folktale*. Morton Grove, IL. Albert Whitman & Company.