



Propósito: Desarrollar la habilidad para construir modelos matemáticos elementales para tomar decisiones en situaciones de variación constante, a partir del establecimiento de relación entre variables.

Introducción

En trabajos como el de Aparicio, Sosa y Jarero (En prensa) se refiere la pertinencia de centrar la enseñanza del Precálculo en prácticas de modelación en situaciones de variación y cambio con el propósito de entender y explicar dichas situaciones, para de esta manera desarrollar habilidades y estrategias matemáticas en los estudiantes, otorgándole un significado a lo que hacen. Por tanto, en esta propuesta se aborda la idea de relación entre variables y el estudio de la variación constante, pretendiendo con ello que el estudiante genere modelos matemáticos.

Así, el tratamiento otorgado a la variación constante en esta propuesta consiste en la práctica de modelación para generar modelos matemáticos a partir del estudio de relaciones entre variables, no fijando la atención en los contenidos temáticos ni apelando a la memorización y algoritmia en los estudiantes. La incorporación de situaciones susceptibles de ser modeladas linealmente en escenarios dinámicos y estáticos de variación continua y discreta, son características que posee la propuesta y que favorecerán el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional entre los estudiantes.

Las actividades que se presentan se sustentan en la Teoría Socioepistemológica y están dirigidas a estudiantes de bachillerato para empezar el estudio del concepto función lineal como un modelo de variación constante.

Fundamentación

Una explicación de las dificultades de aprendizaje asociado al concepto función y sustentada en su epistemología es lo que se reporta en Sierpinska (1992) citado en Del Castillo y Montiel (2007):

“La concepción más fundamental de una función es una relación entre magnitudes variables. Si esto no es desarrollado, representaciones tales como ecuaciones y gráficas pierden su significado y se hacen aisladas una de la otra [...]” (p. 570).

Por tanto, el análisis de corte epistemológico que se realizó, permitió establecer que el estudio y tratamiento de relaciones entre variables ha de ser el motor principal para la generación de modelos matemáticos.

La pertinencia de generar diseños de aprendizaje basados en prácticas de modelación en situaciones de variación y cambio para construir conocimiento matemático en Precálculo, dejan ver que para obtener mayores posibilidades de éxito de aprendizaje por parte de los estudiantes es necesario tener como referente tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional.

Las tareas incluidas en la propuesta son: 1) *conceptualización*: permiten en el estudiante de manera efectiva explicar y describir lo cambiante en la resolución de situaciones donde se exige la ejecución de tareas como comparar estados, identificar relaciones o transformaciones de estados y representar el cambio y la variación; 2) *operación*: proceso que consiste en acciones en la que se exige movilizar conocimientos, recursos y formas del pensamiento variacional al realizar una actividad humana en la que se usa o construye conocimiento para explicar y describir la variación y el cambio, por ejemplo, interpretar la variación, cuantificar el cambio, argumentar, entre otros; 3) *formalización*: se evidencian a través del establecimiento de nociones (expresadas por definición o construcción), propiedades y relaciones matemáticas en comunidad a partir de procesos de convención social o consenso para significar un saber en la resolución de situaciones de variación y cambio.

Tales tareas fueron producto del análisis de artículos donde se evidenciaba la construcción de conocimiento matemático en situaciones de modelación a propósito del estudio de relaciones entre variables. Por ejemplo, en Arrieta y Méndez (2009) se concluye cómo la modelación lineal otorga herramientas matemáticas y argumentativas a los estudiantes para enfrentarse a situaciones análogas.

Así también, fue de interés realizar un análisis epistemológico y fenomenológico del concepto función. Ruiz (1998) reporta que durante el primer periodo caracterizado como la matemática prehelénica, el énfasis estaba en la modelación de fenómenos como el calor, la velocidad o la luz, situaciones de variación continua en escenarios dinámicos. Conforme fue evolucionando la construcción del concepto, se fue presentando en otras situaciones de tipo discreto e incluso en escenarios estáticos. Por otro lado, en Arrieta, Valle y Rivera (2009) se reporta que a través de la interacción de los estudiantes en el aula y por medio de diferentes argumentos llegan a consensos para construir herramientas matemáticas que contribuyan a la solución del problema. De modo que, lo sociocultural referido a las experiencias que adquieren los estudiantes durante las actividades, las situaciones, así como la argumentación y generación de consensos, es un aspecto clave en la propuesta didáctica.

El aprendizaje en esta propuesta se concibe como el proceso social inmerso en la actividad humana de los estudiantes para modelar lo cambiante por medio de la interacción en procesos de conceptualización, operación y formalización de lo variacional, tanto en el plano matemático como en el sociocultural, que deriva en un conocimiento.

Actividad didáctica

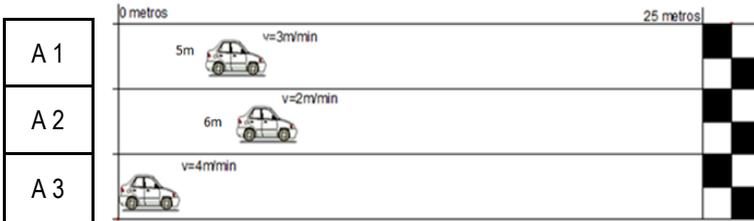
La práctica que efectuará el estudiante para la primera actividad es generar modelos matemáticos para calcular y representar la variación de movimiento de cuerpos u objetos con rapidez constante. Posteriormente, la práctica para la segunda actividad consiste en generar estrategias y modelos matemáticos para calcular costos a partir de datos numéricos.

PRIMERA ACTIVIDAD. MOVIMIENTO DE UN OBJETO

Introducción: En esta actividad se pretende trabajar la situación de un móvil, en particular, modelos que permitan calcular la posición de autos de control remoto en un tiempo determinado cuando se conoce la velocidad con que estos se mueven.

Parte 1

Instrucción. Se está realizando un experimento con autos de control remoto en una carrera. En la imagen se muestra información de las posiciones de tres autos en los últimos 25 metros de la carrera antes de llegar a la meta. El resolver la actividad permitirá predecir la posición de un auto en un tiempo determinado de la carrera.

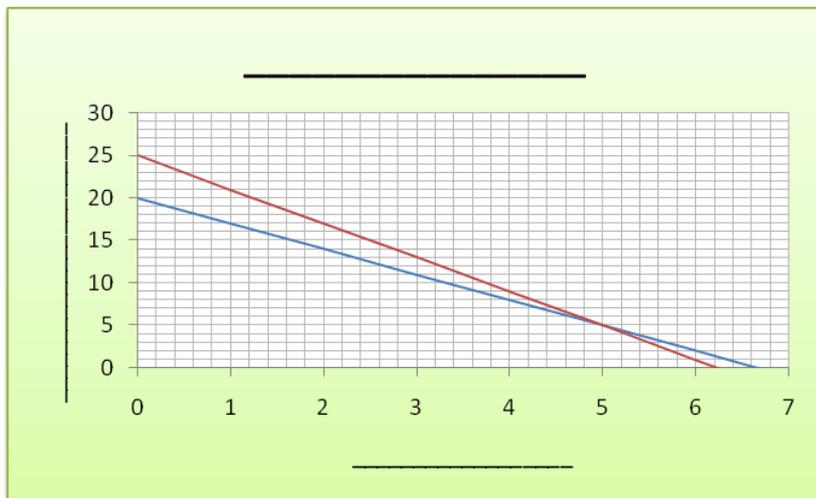


1. Describe qué cambia en este lapso de la carrera ilustrado.
2. Expresa respecto a qué cambia lo que cambia.
3. Indica en qué posición llegarán los autos a la meta. Explica tu respuesta.
4. Propón un modelo matemático que permita conocer la posición de cada auto conforme transcurre el tiempo.
5. Considerando la distancia que les falta recorrer a los autos para llegar a la meta, ¿Qué tan lejos de la meta estará el auto dos cuando hayan transcurrido tres minutos en el lapso que se ilustra de la carrera?

Parte 2

Instrucción. A continuación se muestra información de una experimentación realizada solo con dos autos de control remoto, en la que se registra datos de la distancia faltante para llegar a la meta. Resuelve la actividad para explicar la variación del movimiento en los autos de control remoto.

1. Analiza el siguiente par de gráficas, escribe un título de la situación que se representa e indica las variables de los respectivos ejes del plano. No omitas dar una explicación.
2. Describe verbalmente y por escrito, el movimiento de los autos de control remoto durante el lapso de tiempo de la experimentación.



SEGUNDA ACTIVIDAD. COSTOS DE UN SERVICIO

Introducción: En esta actividad se pretende decidir el mejor costo de servicio para cierta cantidad de llamadas entre dos compañías telefónicas.

Parte 1

Instrucción. Se muestran dos tablas con información sobre costos del servicio telefónico de dos compañías, exclusivos para hogares. Responde la actividad para decidir qué compañía conviene contratar.

Compañía A

Cantidad de llamadas	3	6	12	18	21
Cantidad a pagar por consumidor (\$)	54.8	59.6	69.2	78.8	83.6

Compañía B

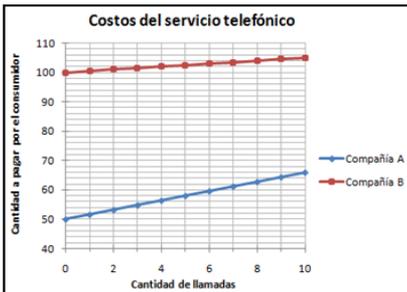
Cantidad de llamadas	3	6	12	18	21
Cantidad a pagar por consumidor (\$)	101.5	103	106	109	110.5

1. Describe qué cambia en la situación representada.
2. Expresa respecto a qué cambia lo que cambia en la situación.
3. Si en promedio se realizan 100 llamadas al mes, ¿qué compañía ofrece mejor costo de servicio al consumidor? Explica tu respuesta.

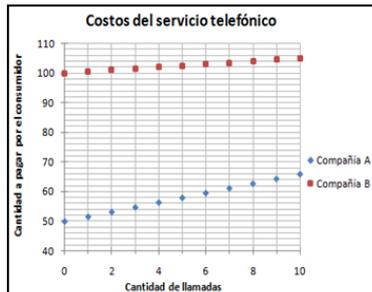
Parte 2

4. ¿Cuál de las siguientes gráficas modela el costo del servicio telefónico en los hogares? Explica el porqué de tu elección.

Gráfica A



Gráfica B



5. Considerando que los costos por llamada para un comercio o empresa son los mismos que para los hogares y que la renta para empresas es el doble que la renta para los hogares:
- Construye un modelo matemático para conocer los costos del servicio telefónico para una empresa.
 - ¿Qué compañía telefónica A o B, conviene contratar en una empresa? Explica tu respuesta.

Puesta en escena

El profesor iniciará la sesión coordinando la conformación de los estudiantes en equipos de tres personas para trabajar las actividades propuestas, de tal manera que al finalizar cada una ellas, los estudiantes argumenten y validen sus soluciones con todo el grupo. El papel del profesor será de guía. El tiempo aproximado para cada actividad será de cincuenta minutos. Cada actividad está compuesta por dos partes, se hará entrega de la Parte 1 y al término de ésta se proporcionará la Parte 2, al finalizar se destinará 10 minutos para la discusión y posteriormente se realizará el mismo procedimiento para la segunda actividad.

Conclusiones

La naturaleza de las situaciones y la incorporación de las experiencias de los estudiantes en el diseño de las actividades presentadas, permiten que éstos otorguen significados a los conceptos matemáticos que subyacen en las actividades y que evolucione su práctica conforme se enfrentan a más situaciones de este tipo. Asimismo, hacen factible el reconocimiento de formas de variación constante y no constante.

Con estos diseños se hace visible que se puede establecer una relación dialéctica entre la matemática y el individuo, lo que favorece dar significado a lo que se hace y a la construcción de conocimiento matemático funcional en la situación que le da cabida. Esto se evidenciará en el desarrollo de técnicas de cuantificación de cambios tales como el establecimiento de secuencias, el cálculo de diferencias entre las variables, el uso de la regla de tres y cálculo de proporciones, lo que finalmente repercutirá en el planteamiento de un modelo matemático asociado a la situación.

Referencias

- Aparicio, E., Sosa, L. y Jarero, M. (En prensa). *Funciones: Significados y representaciones*. México: Universidad Autónoma de Yucatán.
- Arrieta, J. Valle, M. y Rivera, M. (2009). Interacciones en el aula bajo un marco colaborativo; la simulación de un fenómeno. En P. Lestón (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 573-580. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp.97-140). México: Editorial Iberoamérica.
- Del Catillo, A. y Montiel, G. (2007). El concepto de función en un ambiente geométrico dinámico bajo el enfoque covariacional. En G. Buendía y G. Montiel (Eds.), *Memoria de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, (pp.568-580). México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.
- Ruiz, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico* (pp. 105-143). Jaén: Universidad de Jaén.