Revista de Educación Matemática
Volumen 34, N° 3 (2019), páginas 27 – 35
Unión Matemática Argentina - Famaf (UNC)

Artículo de Matemática

LOS NUDOS, UNA DIVERTIDA FORMA DE HACER MATEMÁTICA

Gerson Gutierrez

Resumen. Los nudos son un apasionante tema dentro de la investigación matemática, y más precisamente dentro del área de la Topología. Siendo los nudos algo tan cercano a nuestro día a día, resulta ser un tema curioso e interesante. En este artículo se muestran algunos tópicos interesantes y divertidos de la teoría de nudos y que tranquilamente pueden llegar a ser un tema a estudiar en una clase de secundario.

Abstract. The knots are an exciting topic in mathematical research, and more precisely in the area of Topology. The knots being something so close to our day to day, it turns out to be a curious and interesting topic. This article shows some interesting and fun topics of knot theory and that can quietly become a subject to study in a high school class.

§1. Introducción

En este trabajo presentamos algunos problemas muy entretenidos que pueden estar presentes en un aula de secundario y que muestran una manera amena y divertida de hacer matemática. Estos problemas tratan sobre los nudos.

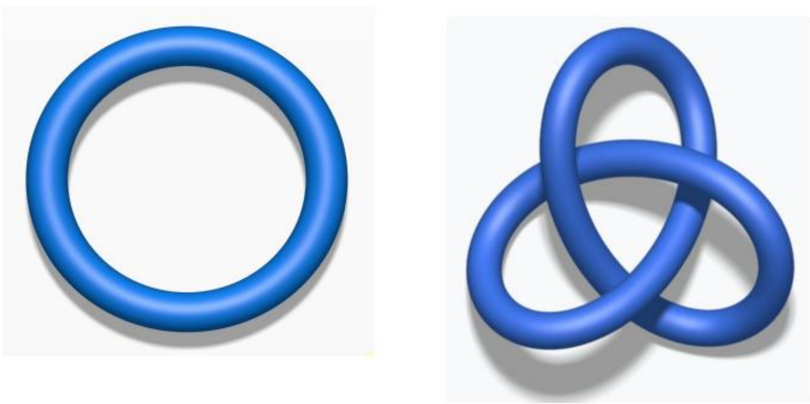

Figura 1. El nudo desanudado y el nudo trébol.

Palabras clave: Nudos, coloreo, movimientos de Reidemeister.
Keywords: Knots, coloring, Reidemeister moves.

Estos nudos pueden ser por ejemplo los que obtenemos al atar los cordones de nuestros zapatos. El problema principal de este artículo es saber si un nudo dado está desanudado o no. Este problema entre otros son abordados en matemática dentro del área *Teoría de Nudos* que es, a su vez, una subárea de la geometría y la topología.

Cabe destacar que en la actualidad la Teoría de Nudos tiene muchas relaciones con varias áreas de estudio. Dentro de la matemática misma juega un rol importante en el estudio topológico y geométrico de las dimensiones 3 y 4; por otro lado tiene influencias en otras ciencias, en la física tiene aplicaciones en la computación cuántica, en la biología es de relevancia en el estudio del ADN, entre otros.

Por último se recomienda al lector tener a mano una cuerda y tener a disposición varios colores, ya que ese es el tipo de matemática que haremos. El lector encontrará mucha más información en el libro de Livingston (Livingston, 1993).

§2. Los nudos matemáticos

Un nudo matemático se puede obtener de la siguiente forma: Tómese una cuerda y haga algún amarre con ella, luego pegue los extremos de la cuerda. Este último es lo que llamaremos un *nudo matemático* o simplemente *nudo*.

Por ejemplo, si uno hace el amarre usual que suele hacer con los cordones de los zapatos y pega los extremos obtiene un nudo bien conocido, el llamado *nudo trébol*. Por supuesto también podríamos no hacer ningún amarre y simplemente pegar los extremos, obteniéndose una circunferencia, este nudo es conocido como el *nudo desanudado*, ambos nudos se pueden ver en la Figura 1. El lector seguramente puede hacer un nudo muchísimo más complicado que estos dos, se invita a que así lo haga.

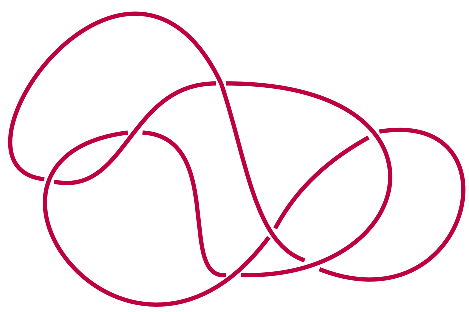

FIGURA 2. Un nudo en apariencia distinto pero equivalente al nudo desanudado.

El nudo mostrado en la Figura 2 es en realidad el nudo desanudado, aunque en apariencia no parezca así. ¿Cómo sabemos que es el nudo desanudado? pues simplemente podemos deformarlo con las manos (sin romper la cuerda) y llegar así al nudo desanudado. Se invita al lector a que reproduzca este nudo con su cuerda y que luego logré desanudarlo con las manos.

La pregunta que nos haremos constantemente en este artículo es:

Dado un nudo ¿es este nudo desanudado?

Diremos que dos nudos son *equivalentes* si puedo llegar del uno al otro por medio de hacer deformaciones con las manos sin romper la cuerda. Notar que esto da una relación de equivalencia entre todos los nudos. Con esta definición el problema que nos planteamos se puede traducir como:

Dado un nudo ¿es este nudo equivalente al nudo desanudado?

Y podemos generalizar el problema de la siguiente forma:

Dados dos nudos ¿son estos equivalentes?

El lector puede armar un nudo con la cuerda que tiene y entonces preguntarse si ese nudo esta desanudado o no. Si deformando con las manos pudo llegar al nudo desanudado, entonces efectivamente el nudo que tenía es un nudo desanudado (o dicho más formalmente, equivalente al nudo desanudado). Si no puede obtener el nudo desanudado ¿puede afirmar que el nudo no es desanudado?. Puede pasar que otra persona (con más suerte) sí pueda obtener el nudo desanudado. Que no pueda hacerlo con las manos no implica que el nudo no sea desanudado. Por ejemplo el nudo trébol no lo puedo desanudar con las manos, pero por ello no podemos asegurar que este no sea desanudado.

Con el objetivo de distinguir dos nudos y más precisamente, de distinguir un nudo del nudo desanudado, como es usual en matemáticas, daremos un *invariante de nudos*. Un invariante de nudos consiste en una propiedad de nudos que se preserva para nudos equivalentes, por lo que si dos nudos tienen esa propiedad distinta entonces los dos nudos no pueden ser equivalentes.

Un invariante de nudos divertido es el de *ser coloreable*. Nosotros daremos con este invariante. Pero para ello antes debemos introducir una herramienta muy importante (pero no por ello difícil) dentro de la teoría de nudos, que son los *diagramas de nudos*.

§3. El diagrama de un nudo

Consideremos el nudo trébol mostrada en la Figura 1 y considere la sombra que hace este sobre un plano inferior (puede ser por ejemplo el piso), la sombra obtenida será parecida a la Figura 3. La sombra que se obtiene al hacer esto para un nudo general es lo que se llama *la sombra del nudo*.

Notemos además que podemos obtener siempre una sombra del nudo donde a lo más dos puntos del nudo caen al mismo punto de la proyección (a un punto así del diagrama le llamamos punto doble). Si además en estos puntos de la proyección indico quien pasa por arriba y quien por debajo, obtengo lo que es conocido como un *diagrama de nudo*, en la Figura 4 se ve el diagrama de nudo para el nudo trébol mostrada en la Figura 1. Llamamos *arco* a una curva conexa del diagrama, y *cruce* a los puntos dobles del diagrama.

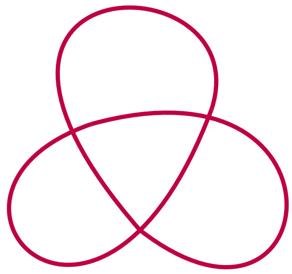

Figura 3. La sombra del nudo trébol.

Por ejemplo en el diagrama del trébol se ve que este tiene tres cruces y tiene tres arcos. El diagrama del nudo desanudado mostrado en la Figura 1, tiene un solo arco y ningún cruce.

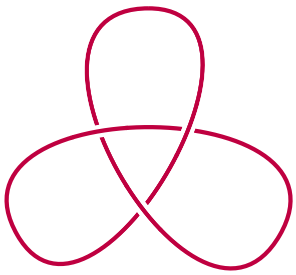

Figura 4. El diagrama del nudo trébol.

Lo bueno de los diagramas de nudos es que son más fáciles de trabajar que los nudos en sí. Y como veremos a continuación la equivalencia de nudos se corresponde con una equivalencia en los diagramas, por lo que uno puede trabajar directamente con diagramas y definir los invariantes de nudos sobre los diagramas.

Uno podría modificar un diagrama de nudo haciendo ciertos movimientos en el diagrama, por ejemplo en la Figura 5 se ve un diagrama obtenido de modificar el diagrama del nudo trébol. Se ve que ambos diagramas dan el mismo nudo (el nudo trébol) en el espacio.

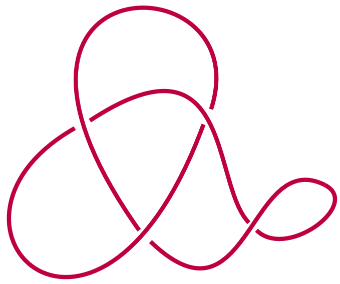

FIGURA 5. El diagrama del nudo trébol modificado.

El lector puede verificar que lo mismo ocurre para los seis movimientos que se muestran en la Figura 6 (con tres movimientos de ida y tres movimientos de vuelta, estos últimos son los movimientos inversos de los tres movimientos de ida).

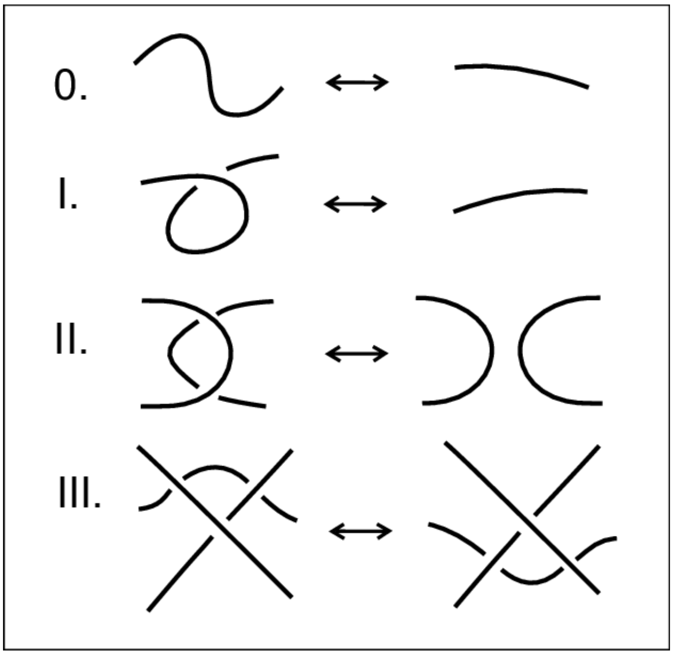

FIGURA 6. Los movimientos de Reidemeister son los numerados (I), (II) y (III). El movimiento (0) muestra como se puede deformar un arco cuando no interactua con otros arcos.

Estos movimientos son conocidos como *los movimientos de Reidemeister*, en honor al matemático Kurt Reidemeister (1893-1971) quien aportó mucho a la matemática y en especial a la teoría de nudos y la topología. Notar además que los movimientos de Reidemeister dan una relación de equivalencia en los diagramas de nudos.

Entonces si a un diagrama de nudo le aplicamos una sucesión finita de estos seis movimientos, obtenemos un nuevo diagrama de nudo, cuyo nudo en el espacio es equivalente al nudo obtenido del diagrama inicial.

FIGURA 7. Kurt Reidemeister.

Surge entonces la pregunta: ¿Si dos nudos son equivalentes, sus diagramas correspondientes son equivalentes por los movimientos de Reidemeister?. Reidemeister respondió afirmativamente a esta pregunta, y así lo enunciamos a continuación.

Teorema 3.1. *(Reidemeister) Si dos nudos son equivalentes entonces sus diagramas son equivalentes por los movimientos de Reidemeister.*

Gracias al Teorema de Reidemeister podemos trabajar con diagramas de nudos con la equivalencia dada por los movimientos de Reidemeister, en lugar de trabajar con nudos y la equivalencia de nudos. Los invariantes de nudos vienen definidos, en general, en los diagramas de nudos más que en los nudos en el espacio. En la próxima sección daremos un invariante de nudos definido en los diagramas de nudos.

A modo de ejercicio, el lector puede verificar que el diagrama mostrado en la Figura 2 es un diagrama equivalente al diagrama del nudo desanudado, usando los movimientos de Reidemeister.

§4. El coloreo, un invariante divertido de nudos

Lo que haremos ahora es dar un invariante de nudos, definido en los diagramas de nudos, es decir, una propiedad que se preserva en los diagramas cuando le aplicamos los movimientos de Reidemeister.

Supóngase que se tiene un diagrama de nudo, lo que se quiere es colorear cada arco del diagrama con los colores Rojo, Azul, Verde, de manera que se cumplan dos condiciones. La primera condición es que se usen al menos dos colores en colorear todo el diagrama de nudo, esto quiere decir que no vale colorear todos los arcos con el mismo color, ya que al menos debo usar dos colores. La segunda condición es que en cada cruce, o bien los tres arcos en cuestión estén pintados del mismo color, o bien los tres arcos tengan colores distintos. Si un diagrama de nudo puede colorearse de esta forma decimos que el diagrama es *coloreable*.

Por ejemplo, el diagrama del nudo trébol mostrado en la Figura 4 sí es coloreable como se ve en la Figura 8. En efecto, se usaron al menos dos colores para colorear tal diagrama, cumpliéndose la primera condición; y además en cada cruce se usan los tres colores, cumpliéndose la segunda condición. Sin embargo el diagrama canónico del nudo desanudado no es coloreable, pues tiene un solo arco y este necesariamente está pintado de un solo color, por lo cual no cumple la primera condición, pues deberían usarse al menos dos colores.

En principio podría pasar que otro diagrama del nudo desanudado sea coloreable, pero este no es el caso. Esto vale en general para todos los nudos y se enuncia en el siguiente teorema.

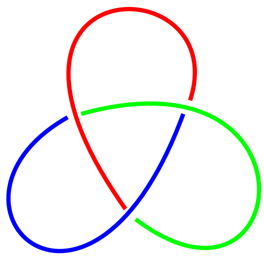

FIGURA 8. El nudo trébol coloreado.

Teorema 4.1. *Si un diagrama de nudo es coloreable, entonces todo otro diagrama equivalente a este es también coloreable.*

Este teorema nos dice que el ser coloreable, es un invariante de nudos. Luego podemos decir si un nudo es coloreable o no (recién lo podemos decir, pues recordemos que la definición está dada sobre los diagramas de nudos, y no sobre los nudos en sí). Así entonces el nudo desanudado no es coloreable, y el nudo trébol sí lo es, ya que el nudo trébol admite un diagrama coloreable y el nudo desanudado admite un diagrama que no es coloreable.

Aquí tenemos una herramienta que nos puede ayudar a decidir si un nudo dado es desanudado o no. Dado que el nudo desanudado no es coloreable, si tengo un nudo que es coloreable, puedo deducir que este nudo no es desanudado. Entonces si quiero ver que un nudo no es desanudado, una forma posible es coloreando; y si quiero ver que es desanudado, puedo simplemente tratar de llevarlo al diagrama canónico del nudo desanudado con los movimientos de Reidemeister o bien desanudar el nudo en el espacio con las manos.

El nudo mostrado en la Figura 9 no es coloreable. Esto lo podemos ver mediante el siguiente razonamiento: Supongamos que pintamos de color rojo el arco superior, entonces el arco derecho tiene dos opciones, o es rojo o es otro color distinto, si es rojo se puede ver que esto implica que los otros arcos necesariamente deben estar pintados de color rojo; esto es gracias a la segunda condición de coloreo aplicado a los cruces. Si no es rojo, digamos verde (si es azul pasa lo mismo), entonces el arco inferior a este arco debe estar pintado de color azul y el arco izquierdo inferior debe estar pintado con color rojo. Entonces resulta que el arco izquierdo superior debe estar pintado, por un lado con color azul debido al cruce superior de este, y por otro lado debe estar pintado con color verde debido al cruce inferior de este. Luego tal nudo no es coloreable.

Cabe recalcar que este nudo no es desanudado, esto se lo puede comprobar por otros invariantes de nudos, como por ejemplo con *el polinomio de Conway* (a cada nudo, módulo equivalencia de nudos, se le puede asociar un polinomio de Conway, y entonces si dos nudos tienen distintos polinomios de Conway, estos nudos deben ser necesariamente distintos, es decir no equivalentes), que dicho sea de paso, este polinomio puede ser calculado a partir de diagramas de nudos de manera algorítmica muy sencilla. Este ejemplo muestra que, si un nudo no es coloreable, no implica que sea equivalente al nudo desanudado.

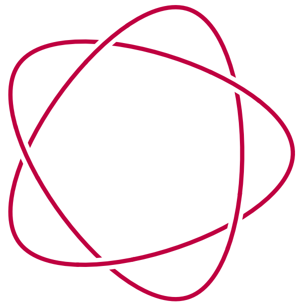

Figura 9. Este nudo ni es desanudado, ni es coloreable.

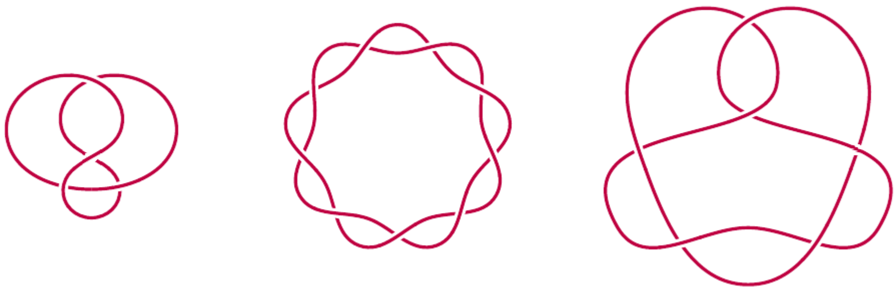

Figura 10. Cada uno de estos nudos, o se puede colorear, o se puede desanudar.

Por último dejamos los diagramas de nudos mostrados en la Figura 10, para que el lector pueda decidir si están anudados o no. Cada uno de los cuales o bien es desanuado o bien es coloreable.

Bibliografía

Livingston, C. (1993). *Knot theory*. Cambridge University Press.

Gerson Gutierrez
FAMAF-Universidad Nacional de Córdoba
(✉) *gersonhdd@gmail.com*

Recibido: *22 de noviembre de 2019*.
Aceptado: *8 de diciembre 2019*.
Publicado en línea: *14 de diciembre de 2019*.

El día internacional de la matemática y la cuadratura del círculo

Nota editorial por Juan Carlos Pedraza

El pasado 26 de noviembre, la 40ª Conferencia General de la UNESCO aprobó la Proclamación del 14 de marzo como *Día Internacional de las Matemáticas* (IDM). Esta iniciativa que fue liderada e impulsada por la *Unión Internacional de Matemáticas* (IMU) tiene una componente local que nos llena de satisfacción. En 2016, la *Unión Matemática Argentina* (UMA), creó la *Comisión de Visibilidad de la Matemática* con el objetivo de estrechar el vínculo de nuestra ciencia con la sociedad. Una de sus primeras iniciativas, fue la de instaurar un día de la matemática a nivel nacional. La idea fue tomando cuerpo y durante 2017 se realizó una consulta a nivel nacional en la que la comunidad matemática propuso varias alternativas para establecer el día más adecuado. Mientras esto ocurría, nos enteramos de que la idea no era solo local y había despertado interés a nivel regional a la vez que tomábamos conocimiento de la iniciativa de la IMU, razón por la cual la UMA, integrante de estas asociaciones regionales e internacionales, postergó la decisión a la espera de que se plasmara el proyecto a nivel mundial.

El primer IDM será el próximo año 2020 y caerá un sábado. Los lanzamientos oficiales se llevarán a cabo en la víspera. Uno será en París en la sede de la UNESCO y otro, como un evento plenario, dentro el próximo Foro Einstein 2020 en Nairobi, Kenia. Además más de 75 países y 150 organizaciones como sociedades matemáticas, institutos de investigación, museos, escuelas y universidades ya están anunciando sus celebraciones, y se espera que sigan muchos más.

Cada año se establecerá un tema para dar sabor a la celebración, despertar la creatividad y dar luz a las conexiones entre las matemáticas y todo tipo de campos, conceptos e ideas. El tema para 2020 será *Las matemáticas están en todas partes*. Hay un sitio donde se irá albergando toda la información de IDM (*IDM314*, s.f.).

El 14 de marzo es conocido como el *Día de Pi* (Pi day) por la forma que tiene el hemisferio norte para indicar las fechas, colocando el mes antes que el día (3/14) y es celebrado ya en varios países. En relación con este número, tal vez el más famoso de la matemática, comparto con ustedes una historia increíble y una reflexión personal.

La cuadratura del círculo. *"Más difícil que la cuadratura del círculo"* es una expresión que se suele usar en sentido figurado. En realidad no es cierto que sea difícil. Sencillamente es imposible.

La matemática como ciencia comienza a tomar forma entre los siglos V y II antes de nuestra era, a la luz de un puñado de problemas que sirvieron de estímulo para su desarrollo. Tales, Pitágoras, Apolonio, Arquímedes... son algunos de los nombres de esa era heroica del pensamiento humano. Paradójicamente, los problemas más emblemáticos de entonces: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección de un ángulo, resultaron ser imposibles de resolver. Pero hubo que esperar más de dos mil años antes de que esto fuera establecido. Nunca la matemática avanzó tanto en pos de lo imposible.

Nos vamos a detener en el primero de los problemas mencionados, la cuadratura del círculo y de cómo casi llega a ser ley un verdadero absurdo. Pero para poder llegar a este hecho, conviene recordar brevemente en qué consiste el famoso problema.

El problema planteado por los sabios griegos consistía en construir un cuadrado equivalente (de igual área) a un círculo dado. Había una razón práctica, pues medir un área cuadrada es sencillo y elemental y la de un círculo mucho más complejo e impreciso. Pero el pensamiento griego preponderante añadió la exigencia de hallar tal equivalencia por un procedimiento puro y limpio, casi divino, muy alineado con la filosofía de entonces. Para construir el cuadrado equivalente al círculo, solo se admitía el uso de la regla (para trazar líneas) y el compás (para trazar círculos o puntos a igual distancia que a uno dado). Es decir que cuadrar el círculo, consiste en construir un cuadrado de igual área que un círculo dado, solo usando regla y compás.

Aquí entra en escena el número más famoso y esquivo de la matemática: el número pi, relación que hay entre el perímetro de un círculo y su diámetro, cualquiera sea su tamaño. Las civilizaciones anteriores a la griega ya sabían que esta relación era constante y usaban distintas aproximaciones para hacer los cálculos. Así la Biblia le da a π el valor de 3 cuando describe el arca de la alianza aunque tal vez la grosería de la aproximación no se deba a la ignorancia del cronista sino a un intento didáctico para que el lector entienda rápidamente. El documento más antiguo del que se dispone es el papiro de Rhind (que contiene problemas de unos 4 mil años de antigüedad). Es egipcio y en él π vale 3,16. Arquímedes, 200 años antes de nuestra era, obtuvo el conocido 3,14 (una aproximación notable para la época y la capacidad de cálculo de entonces). Esta aproximación fue mejorada por Ptolomeo, cuatrocientos años después, siguiendo las mismas técnicas de Arquímedes, por el más preciso 3,1416.

El problema de la cuadratura del círculo se traduce en la necesidad de construir una longitud exactamente igual a π, con regla y compás. Los intentos de

Arquímedes, Ptolomeo y los cientos de matemáticos que los siguieron durante mil quinientos años, se los puede ver como intentos fallidos de cuadrar el círculo, aunque ninguno de ellos puede ser visto como un fracaso sino, como suele ocurrir en las ciencias, una paulatina construcción colectiva del conocimiento que nos distingue como especie.

En 1882, el matemático alemán Carl Lindemann, echó un balde de agua fría sobre los optimistas que pensaban encontrar una solución positiva al ya por entonces, milenario problema. Demostró que era imposible construir el número π con regla y compás y con ello demostró que la cuadratura del círculo era imposible en los términos planteados por los griegos. Las técnicas usadas por Lindemann para demostrar este resultado – que π era un número trascendente – fueron similares a los que, casi una década antes, había usado Charles Hermite para demostrar que el número e, base de los logaritmos naturales, también era trascendente, es decir, no era raíz de ningún polinomio de coeficientes enteros.

Esta introducción histórica, que es mucho más extensa e interesante, viene a cuento de lo que ocurrió en 1897 en el Estado de Indiana, Estados Unidos, quince años después de que Lindemann demostrara que la cuadratura del círculo era imposible de resolver.

Un excéntrico médico, llamado Edward Goodwin proclamó en 1888 que había encontrado un método para cuadrar el círculo. Hasta aquí no hubiese sido noticia y solo sería uno más de los fallidos intentos de cuadrar el círculo. Tampoco era el primero (ni sería el último) en proclamar tal hazaña después del trabajo de Lindemann. Eso es frecuente en la ciencia, en la historia de cada problema famoso.

Pero una década más tarde, el Dr. Goodwin decidió que su descubrimiento sería un regalo para su patria chica.

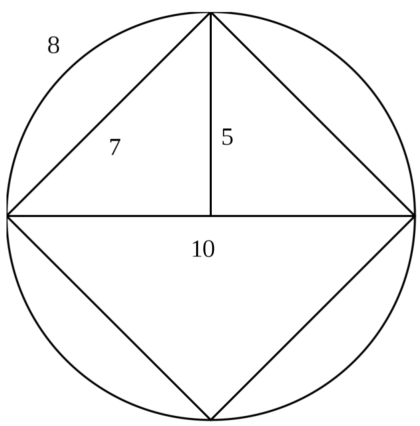

Figura 1. Figura presentada en el proyecto.

Tomó contacto con el representante de su condado en la Asamblea General de Indiana y le presentó un proyecto de ley con una nueva verdad matemática que era ofrecida como una contribución gratuita a la educación del estado de Indiana, sin necesidad de pagar derechos de autor como sí lo tendrían que hacer por su uso, fuera de Indiana. El Estado solo debía aceptarla y adoptarla oficialmente en la legislatura. Era todo a favor con solo levantar la mano.

En su modelo, la longitud de la circunferencia y la del diámetro estaban en relación 32 a 10. En otras palabras, Goodwin venía a decirnos que π valía exactamente 3,2 (y de paso, que la raíz cuadrada de 2 era $10/7 = 1{,}4285...$ una buena aproximación después de todo). La figura, presentada en el proyecto de ley, muestra las medidas por él establecidas sin dar mayores explicaciones. Ni siquiera describe un método donde intervengan la regla y el compás y más bien trata de "corregir" la clásica fórmula de Arquímedes para el cálculo del área del círculo como igual al área de un triángulo rectángulo cuyos catetos fueran el radio y la longitud de la circunferencia (Fabreti, s.f.).

El 18 de enero de 1897 Taylor Record, así se llamaba el asambleísta, presentó el proyecto. Goodwin había patentado su método en Estados Unidos y en varios países de Europa. Todos deberían pagar royalty, excepto el Estado de Indiana.

El 5 de febrero, con la opinión favorable del comité de Educación (!), una de las dos cámaras de representantes votó el proyecto por unanimidad: 67 votos a favor, ninguno en contra. Los legisladores no solo estaban echando por tierra la demostración de Lindemann, sino las excelentes aproximaciones de π realizadas por los egipcios, Arquímedes y todas las que le siguieron, miles de años antes...

El proyecto de ley sobre la cuadratura del círculo solo necesitaba la aprobación de la otra cámara de la Asamblea. Por esos días dijo Goodwin a un diario local: "mi descubrimiento revolucionará las matemáticas. Los astrónomos estaban equivocados". Cuando el debate estaba concluyendo, llegó a Indiana el profesor Clarence Waldo, matemático de la Universidad de Purdue, para gestionar el presupuesto anual para la Academia de Ciencias de Indiana. Un asambleísta le dio una copia del proyecto y le ofreció presentarle a la nueva celebridad de Indiana. Waldo rechazó la invitación, con solo ver el título del proyecto. No obstante ello, se preocupó mucho cuando leyó lo que la Asamblea estaba por aprobar: un verdadero papelón del que se reiría todo el mundo. De modo que postergó sus urgencias presupuestarias y convenció a un buen número de representantes para que no votaran tremenda locura. El tratamiento del proyecto quedó postergado en forma indefinida por falta de consenso en la segunda cámara y así Indiana evitó ser el hazmerreír del mundo. Para más detalles del caso y el de su protagonista, ver (Ansede, s.f.; Hallerberg, 1975).

Por suerte estas cosas ya no suceden... ¿O sí? Escuchamos a líderes del mundo negar los efectos del cambio climático a pesar de los estudios científicos que dan cuenta de ellos. Temas tales como el voto electrónico, la regulación de agrotóxicos, los programas de vacunación – la lista podría seguir – no son siempre tratados con el rigor que se merecen y no siempre se consulta a los especialistas para que aporten sus conocimientos.

Decía el maestro Luis Santaló que en las sociedades bien organizadas no es necesario que todos lo sepan todo, sino que entre todos, abarquemos todo el conocimiento posible. No es obligación de nuestros representantes saber de todo. Eso es tan imposible como lo es cuadrar el círculo. Lo que sí deberíamos pedirles como sociedad, además de los valores básicos de honestidad, pasión y vocación de servicio, es la de tener la sabiduría de asesorarse en cada tema con los que sí saben de cada asunto. Y es allí donde los científicos, que tenemos la vocación natural (o así debería ser) y la responsabilidad de aplicar nuestros conocimientos, deberíamos comprometernos para que la población que hizo el esfuerzo de formarnos y de la cual formamos parte, viva en mejores condiciones. No es cuestión de abogar por una suerte de tecnocracia que reemplace a la política a la hora de tomar decisiones, sino la de usar el conocimiento humano acumulado, en forma inteligente.

Volviendo al Día Internacional de las Matemáticas, la UNESCO dice en sus considerandos que este día es para celebrar la belleza y la importancia de las matemáticas y su papel esencial en la vida de todos. Pues que así sea.

Bibliografía

Ansede, M. (s.f.). *Diario el país.* España. Descargado 2017-02-12, de https://elpais.com/elpais/2017/02/10/ciencia/1486759726_219935.html

Fabreti, C. (s.f.). *Diario el país.* España. Descargado 2019-03-26, de https://elpais.com/elpais/2019/03/04/ciencia/1551686906_351630.html#:~:targetText=r%2F2%20%3D%20%CF%80r2.,la%20longitud%20de%20su%20circunferencia.

Hallerberg, A. (1975). House Bill no. 246 revisited. *Proc. Indiana Acad. Sci.*, *84*.

Idm314. (s.f.). Descargado 2019-12-03, de https://www.idm314.org