

Conferencias Regulares

¿ENSEÑAR GEOMETRÍA? ¿POR QUÉ? ¿CÓMO?

Norma Susana Cotic
Institutos de Formación Docente
Buenos Aires-Argentina
nsctic@gmail.com

La enseñanza de Geometría ha resurgido con fuerza en los últimos años y su incorporación aparece en los diseños curriculares actuales de los distintos niveles, sin embargo, los investigadores y docentes reconocen que la dedicación a su enseñanza sigue de alguna manera postergada. Varios son los obstáculos e interrogantes que surgen y sobre los cuales se continúa reflexionando y proponiendo alternativas. En esta exposición se plantean reflexiones sobre ¿por qué? es necesario enseñar Geometría, ¿qué? conocimientos geométricos son necesarios en los distintos niveles y ¿cómo? utilizar metodologías, estrategias y recursos para generar aprendizajes significativos y desarrollar nuevas competencias en los alumnos según el contexto en que se desenvuelven.

Se presentarán algunas experiencias obtenidas en cursos de capacitación docente para enfocar la enseñanza de la Geometría a través de trabajos colaborativos utilizados en el aula.

Extenso

Las investigaciones realizadas en los últimos tiempos sobre los múltiples interrogantes que se plantean en los distintos niveles educativos, al referirse a la enseñanza de la Geometría y los aportes desde la práctica docente, han influido significativamente en la elaboración de los diseños curriculares y en las metodologías y estrategias utilizadas para que el alumno logre desarrollar nuevas competencias.

Se coincide, en que la geometría ayuda a ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas, ya que induce al alumno a poner en juego los conocimientos que posee, los cuestione a partir del error, construya modelos, proponga soluciones, las comunique, defienda, saque conclusiones y finalmente genere nuevos conocimientos.

En el **prediseño curricular de nuestro país se consolidó la idea que:**

Una buena enseñanza de la geometría es la que brinda a los alumnos la oportunidad de desarrollar sus capacidades lógicas y de percepción, haciéndolos evolucionar del nivel intuitivo, a un nivel de análisis de las propiedades de los cuerpos y figuras y de las relaciones entre ellas, estimulándolos a ser rigurosos con sus

representaciones, su lenguaje, sus conjeturas, sus argumentaciones y sus deducciones.

Con respecto a **qué?** contenidos deben desarrollarse, existe un trabajo de organización a hacer por el docente que no puede ser concebido como si fuera único, se deben buscar las variadas conexiones que pueden realizarse entre los principales ejes temáticos para establecer secuencias de contenidos contextualizados de complejidad creciente en forma cíclica, acordes a las posibilidades de comprensión de los alumnos en cada nivel de modo que éste se convierta en un factor activo en la adquisición del conocimiento

En la **Educación Básica**, la enseñanza de la Geometría debe ayudar a familiarizar a los alumnos con el espacio, dándoles oportunidades para explorarlo, ya que su entorno está lleno de formas geométricas, cuerpos y figuras en movimiento, con sus deformaciones y proyecciones, lo que les permite aplicar y abstraer progresivamente conceptos y propiedades. Incluso sus juegos están relacionados con figuras y cuerpos geométricos

El docente debe entonces, tratar de buscar situaciones reales o imaginarias que le sean familiares (desplazamientos con su cuerpo o con objetos, instrucciones de rotación en sí mismo o alrededor de un objeto, formas de objetos conocidos...), así como actividades de reconocimiento en el espacio a través de plegado, recorte y modelado, entrando progresivamente en la formalización de los conocimientos.

En la **Educación Secundaria**, se apunta al desarrollo de un modo de pensar propio del saber geométrico, que supone poder nutrirse con conocimientos y propiedades conocidas sobre las figuras y los cuerpos para poder anticipar relaciones no conocidas y llegar a situaciones de resolución de problemas que supongan un desafío y que provoquen el desarrollo de las destrezas propias del pensamiento geométrico como proponer nuevos problemas a partir de la solución de uno previo, enfrentar una situación nueva, relacionarla con otros conocimientos, buscar información, analizarla, establecer relaciones, argumentar y lograr resultados comprobables con el apoyo de las **Tecnologías de la Información y la Comunicación**, que son un aporte indispensable para avanzar en la creación de conjeturas que generen argumentaciones y demostraciones

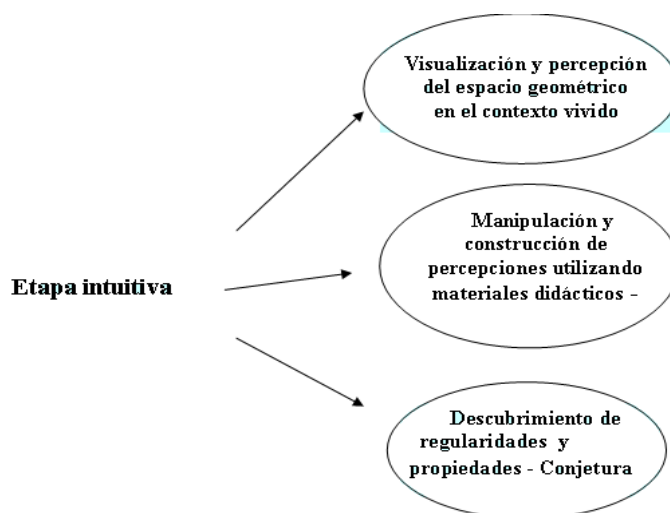
Según el Dr Luis Santaló... *lo más apropiado para la transición entre una escuela primaria tradicional y una escuela secundaria renovada era un programa de Geometría Intuitiva que despertara el interés de los alumnos...*

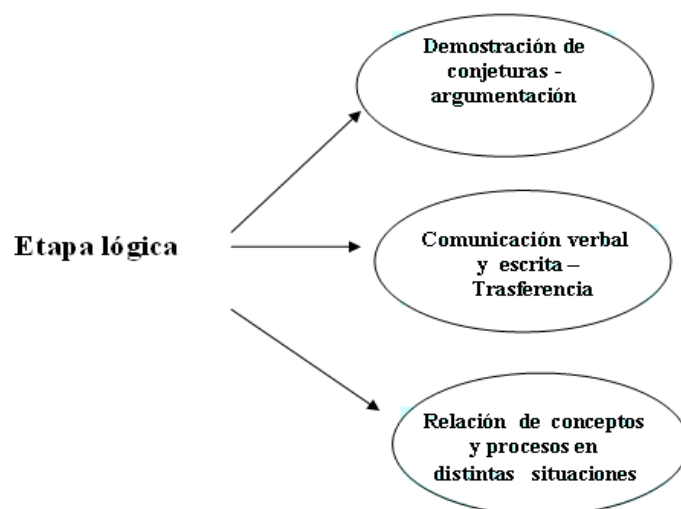
La denominación de **intuitiva** no excluye la demostración sino que, por el contrario, la intuición es el basamento fundamental para desarrollar con más firmeza el **pensamiento lógico deductivo**. La condición indispensable es que las demostraciones no deben ser impuestas por el profesor sino construidas por los alumnos. Lograr una demostración por distintos caminos es el logro personal que inspira a los alumnos para continuar profundizando conocimientos y procesos.

El conocimiento geométrico entonces, no es **absoluto** sino que se convierte en **algo relativo** a las experiencias individuales y grupales, así cualquier situación geométrica, por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos.

También para Claudi Alsina (1992), el conocimiento del espacio geométrico supone dos momentos: uno que corresponde a la **intuición** y el otro a la **lógica**, que llama, de naturaleza intuitiva y de naturaleza verbal. Estos momentos, aunque muy distintos, se complementan y, aunque el segundo surge como superador del primero necesita permanentemente de éste.

Características de las etapas intuitiva y lógica del pensamiento geométrico





Otra referencia importante lo constituyen **los Principios y Estándares para la educación Matemática**¹ que establecen que los programas y planes de enseñanza en todos los niveles deberían capacitar a los estudiantes:

En Geometría para

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.
- Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas

En Razonamiento y Demostración para

- Reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas.
- Formular e investigar conjeturas matemáticas.
- Desarrollar y evaluar argumentos matemáticos y demostraciones.
- Elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración.

En Comunicación para

- Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación.
- Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
- Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemáticos de los demás.
- Usar el lenguaje matemático como precisión para expresar ideas matemáticas.

En las Conexiones para

- Reconocer y usar las conexiones entre ideas matemáticas.
- Comprender como las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente.

¹ National Council of Teachers of Mathematics Consultado en línea www.nctm.org

- Reconocer y aplicar la matemática en contextos no matemáticos.

En Representación para

- Crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.
- Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.
- Usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

En Resolución de problemas para

- Construir nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas.
- Resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos.
- Aplicar y adaptar diversas estrategias para resolver problemas.
- Controlar el proceso de resolución de los problemas matemáticos y reflexionar sobre él.

Todos estos datos son útiles en el momento de organizar las actividades, para saber cuáles pueden ser las limitaciones para el tipo de tarea que se le pide al alumno.

A pesar de que los estudiantes se desenvuelven en un mundo tridimensional carecen, en muchos casos, de intuiciones espaciales. Este problema, bastante generalizado, se basa en la dificultad para representar las formas espaciales en el plano. Para conseguir desarrollar la capacidad de visión espacial, las TICs constituyen un recurso indispensable porque permiten la visualización de las formas espaciales mediante una representación en el plano, potenciando el desarrollo de la abstracción espacial de las propiedades geométricas de las formas.

El alumno solo puede comprender aquellos conocimientos y actividades que el docente presenta adecuados a su nivel de razonamiento sino solo le provocará angustia y decepción.

Para evitar estas situaciones, otra variable, es el conocimiento del **estilo de aprendizaje predominante** de los alumnos, diferenciando las características de los cuatro estilos: ACTIVO-REFLEXIVO-TEORICO-PRAGMATICO, que ayudan al docente a adaptar su metodología al estilo preponderante del grupo humano al que se dirige para optimizar los procesos de mejora continua de la enseñanza. Conocer y escuchar a nuestros alumnos son claves para obtener con éxito los objetivos que se desean.

Surge, además, la consolidación del concepto de **competencias**, definido por el *Consejo Federal de Cultura y Educación de Argentina como:*

“un conjunto identificable y evaluable de conocimientos, actitudes, valores y habilidades relacionados entre sí que permiten desempeños satisfactorios en situaciones reales de trabajo, según estándares utilizados en el área ocupacional”

Por competencia se entiende la capacidad de:

- **conocer y comprender** (conocimiento teórico de un campo del saber).
- **saber cómo actuar** (aplicación práctica y operativa del conocimiento a diversas situaciones).
- **saber cómo ser** (los valores como parte integrante de la forma de percibir a los otros y saber adaptarse a un contexto social).

Considerados todas las variables expuestas, surge entonces otro interrogante, **¿cómo?** enseñar geometría.

El camino más adecuado para poder diseñar ambientes de aprendizaje ricos en actividades geométricas desde distintas ópticas, es que los docentes experimenten situaciones similares a las de sus alumnos. En este momento el aspecto de mayor interés en nuestro país, es justamente la formación de los futuros docentes de matemática y la capacitación de los docentes en actividad. Se ha puesto de manifiesto en la

formulación de planes de acción con orientaciones metodológicas fundamentadas en las investigaciones realizadas, los textos diseñados específicamente y las asistencias técnicas con especialistas en temas específicos en cada nivel en la institución que lo solicita.

Como formadores de profesores de matemática tenemos a cargo tanto la formación específica como la metodológica, es una oportunidad de poner en práctica con nuestros estudiantes las teorías y modelos didácticos que en cada momento consideramos más pertinentes como resultados de las investigaciones realizadas en esos campos sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría. Algunas de ellas son:

1-una planificación detallada de las clases, para reconocer los distintos momentos de la secuencia, preparando las situaciones que promuevan la exploración, generen dudas, propongan conjeturas y justifiquen posibles soluciones, anticipándose a las dificultades de los alumnos, utilizando material didáctico adecuado y comprendiendo las ideas que surjan espontáneamente.

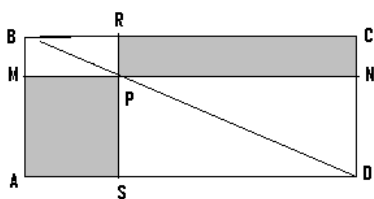
Es importante señalar que una misma tarea puede dar origen a situaciones muy diversas de aprendizaje, dependiendo de la manera como se presenta a los alumnos, y como éstos interpretan y aceptan el desafío.

Pedro da Ponte (Universidad de Lisboa) aclara ..las tareas son importantes, pero más importante es la manera en que se presentan en el aula. Una lección donde los alumnos trabajan en exploraciones o investigaciones tiene tres partes principales, introducción, desarrollo del trabajo, presentación de resultados y discusión (se institucionaliza el nuevo conocimiento).

2-el análisis de las producciones de los alumnos, que permite comprobar la capacidad para analizar situaciones problemáticas, elaborar y justificar soluciones distintas y dar sentido a los conceptos y procedimientos geométricos al relacionarlos con otras disciplinas.

En los cursos de capacitación se solicita a los docentes que socialicen su experiencia, describan los aspectos más destacados del trabajo de sus alumnos, revisen la formulación de preguntas, analicen si han logrado las respuestas pretendidas o no se obtuvieron los resultados esperados, propongan otras actividades complementarias, realicen un registro de los resultados, etc.

Actividad para el aula. Relacionando áreas.



En el rectángulo ABCD, se trazan las paralelas a los lados por el punto P de la diagonal. ¿Dónde debe ubicarse el punto P para que el área del rectángulo RCNP sea mayor que el área del rectángulo AMPS? ¿Y para que sean iguales?

Crónica de la clase: Algunos alumnos midieron con regla los lados para determinar las áreas aproximadamente, otros dibujaron en papel y recortaron los rectángulos para superponerlos, algunos utilizaron propiedades. Por distintos procedimientos, coincidieron en que variando la posición del punto P, se obtienen rectángulos de igual área. El docente solicitó una justificación de la conjetura, lo que resultó muy simple al recordar que la diagonal de un rectángulo lo divide en triángulos iguales. Se amplió la actividad con la propuesta de verificar si es posible extender la respuesta para otros cuadriláteros.

3- incorporar actividades de modelaje con el uso de las TIC's. En particular, los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de adquirir conocimientos geométricos y la forma de enseñarlos, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades para de representar, visualizar, experimentar, consultar propiedades, simular, descubrir regularidades, etcétera.

Con Cabri, Geo Gebra, Derive y otros software más sencillos de representación , algunos temas de geometría, como por ejemplo las transformaciones en el plano, los lugares geométricos, la resolución gráfica de problemas, pueden ser tratados sin exigir grandes conocimientos previos, favoreciendo una metodología en la que el alumnado participa de forma activa en su aprendizaje, haciendo hincapié en la importancia de que realicen sus propios descubrimientos.

Actividad para el aula .Dibujando estrellas

En el próximo certamen deportivo, se decidió por votación, utilizar el símbolo de los Pitagóricos: la estrella de 5 puntas., para identificar al grupo.

Crónica de la clase: Para dibujar el símbolo pitagórico, algunos alumnos lo obtienen al trazar en un pentágono regular las diagonales y otros prolongando sus lados. Ambas posibilidades son acertadas. Otros proponen utilizar un programa de geometría dinámica (ya están familiarizados con su uso) para obtener la estrella e imprimirla.

Surge de inmediato la inquietud de obtener otras figuras similares a partir de polígonos de mayor cantidad de lados, los alumnos dibujan los polígonos y por ensayo y error logran encontrar el eptágono estrellado uniendo vértices que dejan otros dos entre ellos. Todos se entusiasman encontrando diversos modelos.

Para compartir producciones se confecciona un cuadro con los polígonos estrellados obtenidos.

El docente amplía la actividad con otras preguntas.¿ Hay alguna regularidad que se pueda reconocer? ¿ Pueden justificar los resultados obtenidos? ¿ se generaliza a todas las construcciones?

Conclusión

La recuperación de la Geometría en todos los niveles educativos se está consolidando, aunque existen algunas divergencias sobre los interrogantes planteados y se continúa investigando al respecto. No existen caminos o propuestas infalibles sino que hay que explorar y seguir el camino más adecuado al contexto en que se desenvuelve el docente , teniendo en cuenta las variables expuestas, para lograr que los alumnos deseen involucrarse en la reflexión, discusión y resolución de situaciones problemáticas diversas, pasando por las distintas etapas del pensamiento geométrico de modo independiente.

El trabajo colaborativo de los docentes en una Institución educativa tiene un valor agregado, que es el conocimiento del alumnado y la transferencia de las acciones de cambios metodológicos, lo que favorece la continuidad de modelos teóricos seleccionados acordes a las necesidades detectadas y la justificación consensuada de los logros a obtener. El camino está iniciado pero falta mucho por hacer....

Bibliografía

Alsina, C.Fortuny,J y otros.(1995) *¿Por qué geometría?* Madrid. España. Síntesis

Alsina, C.Fortuny,J y otros.(1995). *Invitación a la didáctica de la geometría*, Madrid. España. Síntesis

Bressan A.y otros(2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Broitman C., Itzcovich H. (2008).*La geometría como medio para 'entrar en la racionalidad*. 12(ntes). Enseñar Matemática 4, 55-86

Da Ponte, Pedro.*Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na aprendizagem*. Art.en línea. Revista UNION (Nº 21, 03/10)

<http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php?id=45#indice>

Godino, J. D.y otros(2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.Disponible en Internet

<http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores.htm>)

Guzmán M. de. *Textos de M. de Guzmán* (2005) . Madrid .España. Monografía de Revista Summa

Guzmán Retamal .I. *Actividades Geométricas en la enseñanza. Análisis desde el punto de vista cognitivo*. Art..en línea. Revista digital UNION (Nº 19, 09/ 2009)

<http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php>

Diseños curriculares de la DGCyE. Versión digital consultada25/06/10

<http://abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscurriculares/>

National Council of Teachers of Mathematics(2000). Principles and standards for school mathematics.

Versión digital consultada25/07/10 <http://standars.nctm.org>.

Ministerio de Educación. Dirección de Currícula (2007). Aportes para la enseñanza. Nivel Medio. Matemática