Taller: De la construcción a la validación

María Susana Dal Maso y Marcela Götte
Facultad de Humanidades y Ciencias. UNL. Argentina.
mdalmaso@fhuc.unl.edu.ar y mgotte@fhuc.unl.edu.ar
Nivel educativo: Básico y Medio
Palabras Claves: propiedades geométricas- construir- conjeturar- validar

Resumen

Es importante en el trabajo matemático la argumentación y la validación, pero bien sabemos que para el alumno no es significativa esta instancia ya que si logra encontrar un dibujo donde se verifique su conjetura, será suficiente para aceptarla como válida.
Para ello es preciso buscar un método de trabajo que permita a los alumnos desarrollar un trabajo geométrico orientado hacia la validación. Es necesario enfrentarlos a suficientes experiencias que promuevan la exploración intentando así derivar en formulación y validación de propiedades.
En este taller se trabajará con el plegado de papel, construcciones y demostraciones sencillas a través de una sucesión de actividades que pongan en juego una serie de habilidades y propiedades que nos permitan construir juntos una modalidad de trabajo y desarrollar espacios de exploración que derive en formulación y validación de otras propiedades. Destacamos que una misma actividad, de acuerdo al nivel de complejidad con que se la explore y propiedades que se pongan en juego adquiere distintos niveles de complejidad.
"Me lo contaron y lo olvidé, lo vi y lo aprendí, lo hice y lo entendí". Confucio (551adC- 479adC).

"Me lo contaron y lo olvidé,
lo vi y lo aprendí,
lo hice y lo entendí"
Confucio (551adC-479adC)

Marco Teórico

Es importante en el trabajo matemático la argumentación y la validación, pero bien sabemos que para el alumno no es significativa esta instancia ya que si logra encontrar un dibujo donde se verifique su conjetura, será suficiente para aceptarla como válida.

Para ello es preciso buscar un método de trabajo que permita a los alumnos desarrollar un trabajo geométrico orientado hacia la validación. Es necesario así enfrentarlos a suficientes experiencias que promuevan la exploración intentando así derivar en formulación y validación de propiedades.

"…los recortes del saber cultural geométrico pueden ser adquiridos por los alumnos en el marco de un trabajo intelectual matemático de resolución y análisis de problemas, de debate y argumentación acerca de éstos, que les permita, simultáneamente a la apropiación de aspectos o recortes de dichos "objetos del saber", el acceso a un modo de pensar y de producir. La adquisición de un tipo de actividad intelectual propia de construcción de conocimientos matemáticos es, desde nuestro punto de vista, una condición indispensable para acceder a la cultura matemática. Si esto no es considerado como parte de la enseñanza, se corre el riesgo de transmitir únicamente resultados" (Broitman, 2003, p 300)

No es una decisión espontánea considerar un dibujo como una representación de todos lo dibujos posibles de un objeto geométrico. La geometría puede ser considerada como el resultado de una modelización del dibujo, sirviendo así de instrumento de producción y de control del dibujo, e incluso de predicción. Pero también, inversamente, el dibujo en geometría puede ser considerado como modelo del objeto geométrico, ofreciendo así un campo de experimentación gráfica. “Puesto que la enseñanza ignora las relaciones entre dibujo y objeto geométrico, este carácter de experimentación no es percibido, por decirlo así, por los alumnos y aún menos utilizado” (Laborde, 1996).

Además las decisiones que tome el observador con respecto a un dibujo estarán directamente relacionadas con sus conocimientos teóricos geométricos.

“Por este motivo, las situaciones que se propongan a los alumnos con la finalidad de indagar, identificar o reconocer propiedades de las figuras deben impactar en procesos intelectuales que permitan hacer explícitas las características y propiedades de los objetos geométricos, más allá de los dibujos que se utilicen para representar dichas figuras”. (Itzcovich, 2005, p.18)

Objetivo

El objetivo del taller es que los asistentes a través del plegado de papel, de construcciones, y de demostraciones sencillas, logren visualizar, conjeturar y demostrar las propiedades de las figuras geométricas y puedan integrar estas propiedades para la resolución de situaciones problemáticas.

La modalidad de trabajo en forma de taller le permite al docente utilizar diversos recursos y materiales interesantes en la enseñanza y aprendizaje de la geometría para lograr que el alumno descubra nuevas características y propiedades de los objetos geométricos, resignifique conceptos ya estudiados y a partir de ellos participe de discusiones cada vez más argumentativas.

La modalidad de taller, como un modo de configurar la práctica de la enseñanza, supone construir y conceptualizar desde la puesta en escena de las actividades diseñadas por el docente y a partir del intercambio del grupo de trabajo. Es por eso que se plantea un trabajo activo por parte de los participantes sobre actividades que pueden llegar a conocer pero se pretende una reflexión sobre sus finalidades didácticas.

Presentaremos en este taller una sucesión de actividades que pongan en juego una serie de habilidades y propiedades que nos permitan construir juntos una modalidad de trabajo y desarrollar espacios de exploración que derive en formulación y validación de otras propiedades. Es conveniente destacar que una misma actividad, de acuerdo al nivel de complejidad con que se la explore y propiedades que se pongan en juego, será adecuada para los alumnos del nivel básico o medio. “Un dibujo remite a los objetos teóricos de la geometría en la medida en que el que lo lee decide hacerlo. La interpretación evidentemente depende de la teoría con la que el lector elige leer el dibujo, así como de los conocimientos de dicho lector.” (Dal Maso, 2007, p 27)

Trabajando con construcciones

En este extenso colocaremos una muestra de actividades a desarrollarse en el taller y en algunos casos posibles resoluciones.

Muchas veces tenemos en nuestro mundo físico objetos que nos sirven como herramientas para… y no nos detenemos a pensar si es posible utilizarlas con otras finalidades que las que están a simple vista. Por ejemplo pensemos en una escuadra. Las más utilizadas son las que tienen un ángulo de 60º y otro de 30º. ¿Será posible con una hoja de papel construir esa escuadra sin medir, sólo con la ayuda de nuestras manos?

Actividad I:

Toma una hoja A_4, traza por plegado la mediatriz de uno de los bordes más cortos de la hoja, y construye la escuadra llevando un vértice sobre la mediatriz. Si consideramos a la hoja como una representación de un rectángulo, ¿qué podríamos haber pedido que se trazara para llevar a cabo la misma actividad? Verifica que la escuadra construida en la hoja de papel cumpla con los ángulos pedidos.

Posibles resoluciones:

- Utilizando los ángulos de la escuadra y superponiéndolos sobre la figura construida.
- Utilizando un transportador para medir los ángulos.
- Por plegado, verificando que el ángulo de 60º, al plegarlo nuevamente sobre sí mismo, cabe exactamente 3 veces en la hoja.
- Por plegado, verificando que el ángulo de 30º, al plegarlo nuevamente sobre sí mismo, cabe exactamente 3 veces en la hoja.
- Prescindiendo de la constatación empírica planteando conjeturas y aplicando propiedades adecuadas que nos permitan una demostración formal.

Actividad II:

Aprovechando el plegado anterior y en la misma hoja, construye un triángulo equilátero. Justifica dicha construcción. ¿Podrías demostrar que dicho triángulo tiene sus tres lados iguales?

Actividad III:

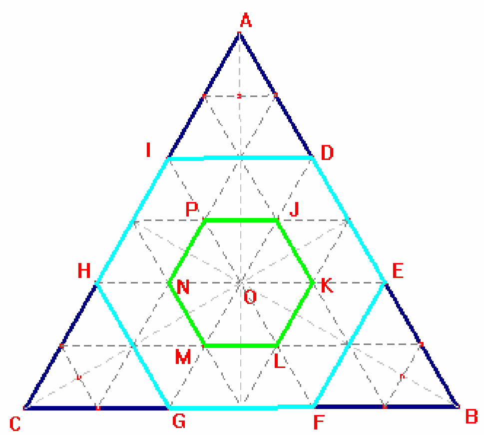
Con la ayuda de las líneas marcadas y tus manos, recorta el triángulo equilátero. A través del plegado, halla el incentro, circuncentro, baricentro y ortocentro de dicho triángulo. Llama O al baricentro. Escribe en una hoja todos los conceptos que se ponen en juego al realizar esta actividad.

Actividad IV:

Pliega el triángulo equilátero por sus bases medias. Clasifica ese nuevo triángulo. Escribe en una hoja todos los conceptos que se ponen en juego al realizar esta actividad.

Actividad V:

Doblar el triángulo ABC mediante una perpendicular a la altura correspondiente al lado BC, de manera que A coincida con O. Repetir el procedimiento para las otras dos alturas del triángulo. Mediante este plagado se obtiene un hexágono que llamaremos DEFGHI, donde A, D, E, C están sobre el mismo lado del triángulo original y en ese orden. ¿El hexágono DEFGHI es regular? ¿Por qué?



Observaciones: para justificar que el hexágono es regular se puede utilizar ángulos entre rectas para una justificación formal o comprobaciones empíricas como por ejemplo midiendo. La razón de colocar los nombres de los vértices tan específicamente tiene que ver con las actividades que siguen.

Actividad VI:

Dividir cada mediana del triángulo ABC mediante pliegues paralelos a las bases en 6 segmentos de igual longitud. Utilizar ese plegado y nombrar J el punto medio de OD, K el punto medio de OE, L el punto medio de OF, M el de OG, N el de OH y P el punto medio de OI. ¿El hexágono JKLMNP es regular? ¿Por qué?

Observaciones: para la división de la mediana en seis partes iguales se puede utilizar la propiedad que el baricentro de un triángulo se encuentra a 1/3 de la base y a 2/3 del vértice correspondiente y de allí utilizar punto medio. Para justificar que el hexágono JKLMNP es regular se puede proceder como en el caso anterior o utilizar homotecia, ya que este hexágono es homotético del DEFGHI con una homotecia de centro O y razón ½. Se debe justificar en ambos casos lo que se utilice.

Actividad VII:

Calcular el área de los hexágonos DEFGHI y JKLMNP sabiendo que: a) el lado de ABC es x; b) el área de ABC es 1 unidad cuadrada y c) el área de KLO es 1 unidad cuadrada.
¿Qué conceptos se utilizan para resolver la situación en cada caso?

Observaciones: aunque esta actividad es de fácil resolución y el concepto de área es suficientemente trabajado por los docentes, se incluye aquí con el propósito de hacer hincapié en la relación que existe entre áreas de figuras homotéticas.

Actividad VIII:

Trabajaremos de aquí en más en el espacio. Plegar por el segmento OB de tal forma que OG y OH coincidan. Plegar por la altura de OGB llevando B en O. Repetir el procedimiento con OC y OA. Obtenemos de esta forma una pirámide triangular. ¿Es un tetraedro regular? ¿Por qué?

Observaciones: Antes de obtener el tetraedro regular se puede plegar y obtener una pirámide pentagonal o cuadrangular. Se hará hincapié aquí sobre las condiciones de regularidad de los poliedros. Se continuará trabajando también sobre la semejanza en el espacio y la relación entre los volúmenes de figuras homotéticas.

Bibliografía.

Dal Maso, M S (2007): *Dificultades en las demostraciones en geometría,* en Premisa: Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática. Año 9- Nº 35. Bs. As. 26-36

Itzcovich; H (2005): *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones.* libros del Zorzal. Vd. As.

Laborde, C. (1996): Cabri Geómetra o una nueva relación con la geometría, en *Investigación y didáctica de las matemáticas*. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. 67-85

Panizza, M (comp). (2003): *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB análisis y propuestas.* Paidós. Bs. As.