ACEPCIONES Y SENTIDOS QUE LE OTORGAN ESTUDIANTES Y PROFESORES A EXPRESIONES USUALES DEL LEGUAJE COLOQUIAL EN MATEMÁTICA

Gloria Prieto, Marcel Pochulu, María A. Aznar, María L. Distéfano
gprieto@fi.mdp.edu.ar; marcelpochulu@hotmail.com; maznar@fi.mdp.edu.ar; mldistefano@fi.mdp.edu.ar
Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina) – Universidad Nacional de Villa María (Argentina)

Tema: Lenguaje matemático
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario - Universitario
Palabras clave: Lenguaje coloquial, Comunicación en la clase, Prácticas sociales, Sociepistemología.

Resumen

El trabajo tiene como objetivo analizar las diferentes acepciones y sentidos que le otorgan estudiantes y profesores, a términos y expresiones del lenguaje coloquial que están presentes en las prácticas usuales de Matemática en la Universidad. Algunas de ellas son: demostrar, probar, argumentar, validar, deducir, justificar, hipótesis, tesis, entre otras.

Se estudiaron los significados que cada una de estas palabras tienen en escenarios académicos y no académicos, y posteriormente, se realizaron encuestas y entrevistas no estructuradas a profesores de Matemática y estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina) buscando rescatar el sentido que le otorgan a estas expresiones.

El estudio, de carácter exploratorio, muestra que existe disparidad de sentidos para estas expresiones. Con lo cual, lleva a reflexionar que la falta de acuerdo entre los profesores y estudiantes en torno al significado de dichos términos y expresiones, obstaculiza la comunicación en la clase y podría estar explicando algunas dificultades que se presentan al realizar prácticas matemáticas relacionadas con ellas.

Introducción

Entre los términos usados en el discurso matemático se pueden distinguir algunos que son propios de esta ciencia, como *teorema*, cuyo significado podría ser considerado muy preciso dentro de un sistema axiomático-deductivo (aunque tuvo diferentes acepciones a lo largo de la historia), y otros que son compartidos con distintos campos del saber. Por ejemplo, la expresión *probar* tiene variadas acepciones de acuerdo al contexto en el que se lo emplee. Según se usen unos u otros, el estudiante podría tomar las acepciones propias de las prácticas sociales que acontecen en los "escenarios académicos", o bien podría usar la estrategia de recurrir a significados o acepciones provenientes de prácticas sociales en "escenarios no académicos".

Por ejemplo, ante la presencia de un término como *teorema*, de uso netamente matemático y empleado frecuentemente en el nivel universitario, es posible que si los profesores han introducido su significado o realizado prácticas que lo involucran, los estudiantes tengan una interpretación bastante aproximada a lo que hoy en día se acepta para esta expresión. Pero si no lo han hecho, o los estudiantes no abordaron prácticas de demostración, el significado y sentido que le atribuyen al término *teorema* dentro de la Matemática puede resultar desconocido o inapropiado. En este último caso, la estrategia de recurrir a otros usos, en escenarios no académicos, no parece ser un recurso posible. En cambio, ante la aparición de un término como *probar*, en el supuesto de que los profesores no hayan hecho explícito su significado, el estudiante tendría otras posibilidades. Podría recurrir a un ejemplo, extraído de una práctica social tal como *probar un artefacto para ver cómo funciona*. Es posible que este ejemplo lo remita a la idea de *experimentar, ensayar, poner a prueba* y eso lo llevaría a interpretar que, para *probar* una proposición en Matemática, bastaría con mostrar que funciona en un caso particular. Algo similar podría suceder si recurriera a otra práctica social, como por ejemplo la de *poner a prueba una persona para examinar sus cualidades físicas o morales*, donde bastaría con someterla a uno o varios retos a través de los cuales demuestre la existencia o no de dichas cualidades. Esta acepción tal vez lo induzca a pensar que *probar* es hacer uno o más intentos y podría trasladarla a la clase de Matemática con la idea de que para *probar* una proposición bastaría con proporcionar varios ejemplos.

También podría recurrir a usos que se dan en el contexto del Derecho, otro escenario sociocultural, en el que el sentido de *probar la inocencia de un acusado*, está asociado a establecer fehacientemente la verdad de un hecho mediante pruebas y razones. En este caso, tal vez tendría una interpretación más aproximada a la que se asigna en las clases de Matemática.

De todos modos, en ninguna de estas prácticas sociales encontraría el significado que se le asigna en Matemática al término *probar*, el cual se considera como equivalente a demostrar.

En consecuencia, cabe preguntarse ¿qué acepciones y sentidos le otorgan profesores y estudiantes, a expresiones del lenguaje coloquial que están presentes en las prácticas sociales de construcción del conocimiento en la Universidad?

Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez Sierra (2006), consideran que una práctica social es normativa de la actividad y se la debe entender como aquello que les hace hacer lo que hacen a los individuos o grupos. Estas prácticas sociales son las que logran explicar los procesos de construcción, adquisición y difusión del saber matemático y, como sustenta Crespo Crespo (2012, 94-95) “no se refieren únicamente al aprendizaje, involucran los conocimientos matemáticos eruditos, escolares, el uso, construcción y aplicación de conocimientos matemáticos, así como también las creencias, opiniones y actitudes que surgen en la sociedad relacionadas con la Matemática”.

Como las prácticas sociales se dan en cierto escenario sociocultural, considerando el carácter situado de ellas, se proponen como objetivos para este trabajo, en relación a significados y acepciones para las palabras o términos usuales de la Matemática universitaria: (a) indagar sobre los significados que les otorgan los profesores y estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMdP) de Argentina; y (b) describir algunas consecuencias que podrían tener sobre los aprendizajes de los estudiantes, tanto la falta de acuerdos entre los profesores, como la falta de explicitación de dichos acuerdos ante los estudiantes.

Marco teórico

Para desarrollar este trabajo se utilizan elementos de la Socioepistemología como línea de la investigación de la Matemática Educativa. El carácter sistémico de este enfoque permite tratar los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde varias perspectivas, puesto que plantea la interacción entre “la epistemología del conocimiento, la dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza” (Cantoral *et al*, 2006, p. 86).

Para la Sociespistemología, los escenarios socioculturales son vitales para la construcción del conocimiento, y por esta razón considera que el mismo está, social, histórica y culturalmente situado. Algunos autores, como Rodrigo (1997), identifican tres tipos de escenarios socioculturales: el cotidiano, el escolar y el científico. Se consideran escenarios académicos a los escolares y a los científicos. En éstos, existe una intencionalidad manifiesta de sus actores de construir y desarrollar conocimiento científico, que no existe en los escenarios no académicos. No obstante, en los escenarios no académicos, también se construyen conocimientos, y éstos cobran gran importancia por la influencia que ejercen en los escenarios académicos.

Crespo Crespo 2012, p. 97) afirma que “cada escenario asocia a la construcción del conocimiento una epistemología que guía el qué, el por qué, y el cómo se construye el conocimiento”. En este sentido es posible abordar, desde este marco teórico, la formación e institucionalización del significado de términos y expresiones verbales del discurso matemático a partir de las acepciones y sentidos que les otorgan los profesores y los estudiantes.

Acerca de la metodología de investigación

El trabajo se realizó desde una aproximación sociepistemológica, entendiendo a lo social como condicionante de la construcción del conocimiento y a las representaciones sociales como herramientas para poder observar cómo se están dando estos procesos en las aulas de las carreras de ingeniería de la UNMdP. Por ello, se llevó a cabo una investigación exploratoria descriptiva, con 41 estudiantes de ingeniería de la UNMdP, mientras cursaban Álgebra (primer año de la carrera) y 18 profesores del ciclo básico de la misma facultad.

Se utilizaron, diseñaron y administraron cuestionarios, tanto a los estudiantes como a los profesores. Estos se complementaron, en algunos casos, con entrevistas no estructuradas. Se procuró identificar: a) los términos y expresiones verbales que los distintos actores reconocen como de uso frecuente, tanto en el discurso de los profesores como en los enunciados de las tareas, b) las acepciones o significados que les asignan a esos términos los estudiantes y los profesores.

Los cuestionarios aplicados a los estudiantes y a los profesores se transcriben en los Anexos 1 y 2, respectivamente.

Resultados y discusión

Se presenta a continuación un análisis cualitativo de las respuestas brindadas por estudiantes y profesores a los cuestionarios y entrevistas.

En cuanto a los estudiantes: la gran mayoría coincide en señalar los términos *demostrar*, *teorema*, *condición necesaria*, *justificar*, *enunciar*, *definir*, *un número cualquiera* y *algoritmo*, como los que aparecen con mayor frecuencia en las clases, en los trabajos prácticos y en las evaluaciones. No reconocen como usados con asiduidad los términos *parámetro* y *validar*. A su vez, la mitad de ellos agrupó algunos términos como referentes a la misma acción o como sinónimos, a saber: *demostrar* y *probar; demostrar y justificar; validar*, *probar y justificar*. Es interesante destacar que varios estudiantes consideraron que *definir* es equivalente a *enunciar*.

Ante la pregunta: *¿Qué interpreta que debe hacer cuando le piden "demostrar" la verdad de un enunciado?*, 40 estudiantes seleccionaron una opción que corresponde a una acepción socialmente compartida en muchos escenarios académicos sobre lo que se entiende por *demostrar*.

Al preguntárseles *¿Qué interpreta cuando lee una expresión de la forma: "A es condición necesaria para B"?*, menos de la mitad de los estudiantes reconoció que la *condición necesaria* es la *tesis*, mientras que la mayoría de ellos la identificó con la *hipótesis*, o bien consideró que *representa un dato necesario para resolver un problema.*

Cuando se indagó qué interpretación le daban los estudiantes a la frase: *"k es un número cualquiera entero cualquiera"*, la gran mayoría reveló tener una acepción adecuada, aunque existieron casos en que respondieron que había que *elegir un número entero y asignarle a "k" ese valor*, o bien que *la expresión es válida para algunos números enteros*.

Para la pregunta: *¿Qué interpreta que debe hacer cuando le piden justificar la verdad de un enunciado?*, la mayoría seleccionó la opción: *"que debo decir por qué es verdadera, basándome en definiciones y/o propiedades ya vistas"*, mientras que el resto lo consideró equivalente a *demostrar.*

Por último, en respuesta a la pregunta: *¿Qué interpreta que debe hacer cuando le piden enunciar (una definición, una propiedad)?*, la mayoría de los estudiantes mostró tener una interpretación correcta, pues eligió la opción: *"que debo escribir lo que dice la definición o la propiedad"*.

De todos modos, un número considerable de estudiantes revela dificultades en ese sentido. Muy posiblemente apelan a acepciones de *enunciar* que se extraen de escenarios no académicos, donde se asume que hay que expresar, formular o exponer de manera breve y concisa una idea, lo cual no es necesariamente el mismo sentido que se le asigna en la clase de Matemática.

En cuanto a los profesores, la totalidad de los entrevistados reconocen que los términos *definir*, *demostrar y justificar* se usan con frecuencia tanto en sus clases, como en la formulación de las tareas y evaluaciones que proponen a los estudiantes, al tiempo que manifiestan lo contrario sobre el término *validar*. Este término pareciera ser usado con más frecuencia en otros escenarios académicos, principalmente en la escuela secundaria y por parte de profesores que diseñan tareas o actividades bajo el enfoque de la Teoría de Situaciones Didácticas, donde la validación es un momento relevante en la construcción del conocimiento matemático.

Algunos docentes expresan no utilizar el término *probar*, pues pareciera que significa "menos" que *demostrar*, y argumentan que los estudiantes entienden, históricamente, que cuando se les pide una prueba, se les está pidiendo algo "menos" que una demostración, y por tal razón "prueban una afirmación" con ejemplos, gráficos, etc. A medida que van avanzando en el cursado de la carrera, algunos estudiantes abandonan estas creencias, pero muchos de ellos suelen persistir en las mismas.

Con respecto a los términos/expresiones *teorema, un número cualquiera, condición necesaria, algoritmo y parámetro,* la mayoría de los docentes manifiesta que los tres primeros son frecuentemente usados tanto en sus clases, como en las tareas y en las evaluaciones que proponen a los estudiantes. Reconocen, no obstante, que muchos estudiantes no tienen claro su significado y creen que *teoremas* son sólo las proposiciones que se presentan en clase o en la bibliografía como tales, o que son propiedades de mucha importancia. Asimismo, determinados profesores consideran que es común entre los estudiantes interpretar que la expresión *un número cualquiera* es equivalente a *algún número* o a *un número en particular*, como también confundir *condición necesaria* con *condición suficiente*.

Ante la pregunta**:** ¿*Considera que todos los alumnos entienden lo que deben hacer cuando se les proponen tareas utilizando estos verbos?* (los verbos a los que se alude son *demostrar, justificar*, *validar*, *probar, definir, enunciar*), se encontró disparidad en las respuestas. Algunos profesores respondieron afirmativamente, pero la mayoría vertió expresiones en sentido contrario. Se recogieron las siguientes: "Algunos estudiantes creen que definir es lo mismo que demostrar; "piensan que presentar un ejemplo alcanza para demostrar"; "creen que justificar es relatar con palabras los pasos"; "piensan que sólo se deben justificar las proposiciones falsas"; "consideran que probar es mostrar un ejemplo"; "creen que probar es equivalente a verificar"; "no saben usar un contraejemplo para justificar lo falso".

Cuando se indagó si ¿*Consideran que entre los términos demostrar*, *justificar*, *probar y validar hay sinónimos?* nuevamente se presentaron una gran variedad de respuestas. Sólo se advierte un relativo grado de acuerdo entre siete profesores que consideraron que *demostrar y probar* son equivalentes. Pero hay docentes que piensan que *demostrar, justificar y probar* son sinónimos. Otros, que *demostrar* y *justificar* lo son, y hay algunos que opinan que entre los cuatro términos propuestos no hay sinónimos. Por último, cinco docentes no respondieron este interrogante.

La mayoría de los profesores acuerda en que es conveniente dar a conocer a los estudiantes los sentidos que se le asignan a estos términos en la clase de Matemática, con argumentaciones tales como:

> Profesor A:" En muchas escuelas secundarias no se usa, muchas veces se pierden en las demostraciones por no conocer la terminología".
>
> Profesor B: "Considero que es necesario acordar primero al interior de la cátedra cuál es el sentido de cada uno de estos términos para luego comunicarlo expresamente a los

alumnos. De esta manera los alumnos sabrán qué esperan los docentes que hagan cuando estos términos aparecen en diferentes problemas y ejercicios que seproponen".

Profesor C:" No sólo es conveniente sino indispensable para una comunicación eficaz".

Profesor "D: La uniformidad de criterios es fundamental para la comunicación".

Los profesores también sugirieron explicitar el significado de otros términos a los que los estudiantes asignan diferentes acepciones. Entre los mismos se cuentan: propiedad, equivalencia, compatibilidad, variable, coeficiente, corolario, lema, condición suficiente, contraejemplo, hipótesis y proposición. Asimismo, expresaron que sería oportuno esclarecer términos correspondientes acciones como: desarrollar, analizar, determinar, indicar, plantear, aplicar, generalizar y enunciar.

A modo de conclusiones

El trabajo nos muestra que hay una gran coincidencia entre los estudiantes y los profesores con respecto a cuáles son los términos frecuentemente usados en el discurso matemático del primer año de la Facultad de Ingeniería de la UNMdP. En relación a dichos términos, los estudiantes no parecen tener dificultad en interpretar lo que deben hacer cuando se les pide que realicen actividades en torno a *demostrar*. De todos modos, tienen muchas dificultades para reconocer diferencias/igualdades entre los significados de los términos *demostrar, justificar, validar, probar, definir, enunciar.*

En este punto, hay tres cuestiones que se considera importante destacar: la primera, existe un grupo de profesores (5/18) que no respondió con respecto a estas diferencias/igualdades entre los significados de *demostrar, justificar, validar y probar,* lo que podría indicar que no advierten las acepciones que tienen estos términos en un escenario académico. La segunda es que existe disparidad de acepciones entre los profesores que definieron estos términos. Y la tercera, es la marcada diferencia entre las percepciones de los profesores con respecto a lo que interpretan los estudiantes cuando se les plantean consignas que involucran estos verbos. Esas diferencias de percepciones también se manifiestan cuando describen las dificultades que creen que tienen los estudiantes para entender la acepción que, en un contexto matemático, le otorgan a las expresiones *teorema, parámetro, condición necesaria, un número cualquiera.* Se considera que este hecho podría ser significativo a la hora de explicar las dificultades exhibidas por los estudiantes en torno a esta cuestión.

En cuanto a la identificación entre *definir y enunciar* que manifestaron varios estudiantes, ésta parece indicar una construcción incompleta del significado de *definir,* probablemente debida a que *enunciar* es una condición necesaria para *definir.*

Por último, todos los profesores manifiestan la necesidad de acordar acerca de los significados asignados a los términos usados en el discurso matemático y de dar a conocer a los estudiantes dicho acuerdo.

Dado que esta disparidad de significados puede obstaculizar la comunicación y dificultar la construcción del conocimiento en el escenario académico analizado, se propone como línea de acción promover acuerdos entre los docentes de las distintas asignaturas de Matemática e institucionalizarlos en dicho contexto.

Referencias bibliográficas

Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 27-46.

Crespo Crespo, C. (2012). Socioepistemología. En M. Pochulu y M. Rodríguez (Comps.), *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 91-114). Buenos Aires: Ed. UNGS y EDUVIM.

Rodrigo, M.J.(1997) Del escenario sociocultural al constructivismo episódico. Un viaje al conocimiento escolar de la mano de las teorías implícitas. En M.J. Rodrigo y J. Arnay (Comps.) *La construcción del conocimiento escolar.* Barcelona: Paidos

Anexo 1

Encuesta sobre términos del lenguaje matemático- Alumnos

Esta encuesta se propone recoger datos acerca del significado atribuido a algunos términos usados en el discurso matemático, por parte de alumnos de las asignaturas básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNMDP

Nombre: Año que cursa:

1. Lea la lista de palabras/expresiones que se escriben a continuación y señale, encerrando con un círculo, aquéllas que aparecen con frecuencia en las clases o bien en los trabajos prácticos o evaluaciones que debe realizar.

DEFINIR - DEMOSTRAR – JUSTIFICAR - PROBAR – VALIDAR - TEOREMA
ALGORITMO - UN NÚMERO CUALQUIERA – PARÁMETRO - ENUNCIAR

2. ¿Considera que algunas de las nombradas tienen el mismo significado? Si la respuesta es afirmativa, diga cuáles.

3. ¿Qué interpreta que debe hacer cuando le piden "demostrar" la verdad de un enunciado? Ponga una cruz en el casillero a la izquierda de la opción que elija .

	Dar una explicar detallada de "lo que dice" el enunciado.
	Dar un ejemplo de un caso que cumple con el enunciado
	Dar varios ejemplos de casos en los que se cumple el enunciado
	Dar un contraejemplo o caso en que no se cumple el enunciado.
	Realizar una serie de acciones que involucran definiciones, propiedades y teoremas previos, para llegar a concluir "lo que dice" el enunciado.

4. ¿Qué interpreta cuando lee una expresión de la forma: *"A es condición necesaria para B"*. Ponga una cruz en el casillero a la izquierda de la opción elegida.

	Que A representa la tesis o consecuente en una implicación de la forma "Si B, entonces A"
	A representa el conjunto de datos necesarios para resolver un problema B.
	Que A representa la hipótesis o antecedente de una implicación de la forma "Si A, entonces B.
	Que A es equivalente a B.

5. ¿Qué interpreta cuando lee *un número entero cualquiera* en una expresión como la siguiente? : "La función f es discontinua para x= $\pi + 2k\pi$, donde k es un *número entero cualquiera*"

	Que debo elegir un número entero y asignarle a "k" ese valor.
	Que la expresión es válida para un único número entero que es desconocido.
	Que la expresión es válida para algunos números enteros.
	Que la expresión es válida para todos los números enteros.

6. ¿Qué interpreta que debe hacer cuando le piden *justificar* la verdad de un enunciado? Ponga una cruz en el casillero a la izquierda de la opción elegida.

	Que debo decir porqué es verdadera, basándose en definiciones y/o propiedades ya vistas.
	Que debo demostrar lo que dice el enunciado.
	Que debo buscar un ejemplo muy claro en el cual el enunciado sea verdadero.
	Que debo explicar lo que dice el enunciado.

7. ¿Qué interpreta que debe hacer cuando le piden *enunciar* (una definición, una propiedad)?

	Que debo escribir "lo que dice" la definición o la propiedad.
	Que debo buscar un ejemplo muy claro en el cual la definición o la propiedad se cumpla.
	Que debo explicar "lo que dice" la definición o la propiedad

Anexo 2

Encuesta sobre términos del lenguaje matemático- Docentes

Esta encuesta se propone recoger datos acerca del significado atribuido a algunos términos usados en el discurso matemático, por parte de docentes de las asignaturas básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNMDP

Nombre:

Asignaturas que dicta:

Cargos:

---

1. Marque con una cruz el casillero que corresponda, según que el verbo que figura en la primera columna se use o no en sus clases y en los trabajos que propone a sus alumnos.

En la última columna coloque **SÍ ,** si considera que todos los alumnos entienden lo que deben hacer cuando se les proponen tareas utilizando estos verbos. Si la respuesta es negativa, escriba brevemente las interpretaciones erróneas que aparecen con más frecuencia.

Término	**Se usa**	**No se usa**	**¿Entienden todos los alumnos qué deben hacer cuando los docentes les solicitan tareas utilizando estos verbos?**
Definir			
Demostrar			
Justificar			
Probar			
Validar			

2. ¿Considera que hay sinónimos entre los verbos nombrados? Si la respuesta es afirmativa, indique cuáles.

3. Marque con una cruz el casillero que corresponda, según que el término o expresión que figura en la primera columna se use o no en sus clases y en los trabajos que propone a sus alumnos. En la última columna coloque **SÍ,** si considera que todos los alumnos conocen el sentido (o significado) que los docentes asignan a los mismos. Si la respuesta es negativa, escriba brevemente las interpretaciones erróneas que aparecen con más frecuencia.

Término o expresión	**Se usa**	**No se usa**	**¿Entienden todos los alumnos el sentido qué deben asignar a estos términos/expresiones cuando se usan en el discurso matemático?**
Teorema			
Algoritmo			
Un número cualquiera			
Parámetro			
Condición necesaria			

4. ¿Considera conveniente dar a conocer a los alumnos los sentidos que los docentes asignan a estos términos? Si la respuesta es afirmativa, indique otros términos de uso habitual en el lenguaje matemático que agregaría a la lista anterior.