



## LOS ERRORES: ¿SE EMPLEAN EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN EL NIVEL MEDIO?

María Elena Higa, Leonor Irene Bumalen, Gloria Elsa Tarifa  
Universidad Nacional de Salta – Salta- República Argentina  
[higa@unsa.edu.ar](mailto:higa@unsa.edu.ar), [lbumalen@unsa.edu.ar](mailto:lbumalen@unsa.edu.ar), [tarifa@unsa.edu.ar](mailto:tarifa@unsa.edu.ar)  
Nivel Educativo: Medio

Palabras Claves: errores, enseñanza , aprendizaje , articulación

### Resumen

Los errores en trabajos y evaluaciones de matemática de los alumnos aparecen frecuentemente como elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje en todos los niveles del sistema educativo.

Diversos análisis estadísticos reflejan que los docentes, en general, conocen los errores típicos en que incurren los alumnos en cada tema y nivel, esto no siempre es positivo porque se utilizan en el proceso de evaluación como distractores.

En el aula se observa la práctica de resaltar las acciones incorrectas de los alumnos, que según sea el enfoque del docente puede llegar a convertirse en un obstáculo psicológico en el aprendizaje de los estudiantes.

Por esto, el estudio de los errores en el aprendizaje de la matemática debe ser una cuestión de permanente atención en nuestro Sistema Educativo. Ellos pueden utilizarse para potenciar el crecimiento cognoscitivo de los agentes intervinientes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. También los docentes pueden utilizar su conocimiento, como recurso didáctico, para implementar estrategias de mediación a fin de prevenirlos.

Por ello el objetivo de este trabajo es determinar, a vista de los docentes, cuáles son los errores frecuentemente cometidos por los alumnos de enseñanza media en matemática y qué utilidad otorgan a los mismos en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se diseñó un instrumento para recoger información respecto del objetivo planteado a través de una investigación cualitativa de carácter descriptivo, a fin de implementar acciones conjuntas entre docentes del nivel medio y universitario para contribuir a la articulación entre ambos niveles.

### Introducción

Los errores en trabajos y evaluaciones de matemática de los alumnos aparecen, frecuentemente, como elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje en todos los niveles del sistema educativo.

Diversos análisis estadísticos reflejan que los docentes, en general, conocen los errores típicos en que incurren los alumnos en cada tema y nivel, esto no siempre suele ser positivo porque se utilizan en el proceso de evaluación como distractores. En el aula se observa la práctica de resaltar las acciones incorrectas de los alumnos, que según sea el enfoque del docente puede llegar a convertirse en un obstáculo psicológico en el aprendizaje de los estudiantes.

Actualmente investigadores en educación matemática consideran al error como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje y sugieren su diagnóstico, su tratamiento y discusión con los alumnos de las concepciones erróneas, para presentarles luego situaciones matemáticas que les permitan reajustar sus ideas.

Además, los errores se pueden utilizar como motivación y como punto de partida para exploraciones matemáticas creativas de los alumnos, pueden proporcionar una comprensión más completa y profunda del contenido matemático.

Por todo esto, el estudio de los errores en el aprendizaje de la matemática debe ser una cuestión de permanente atención en nuestro Sistema Educativo. Ellos pueden utilizarse para potenciar el crecimiento cognoscitivo de los agentes intervinientes en el proceso de enseñanza- aprendizaje. También los docentes



puedan utilizar su conocimiento, como recurso didáctico, para implementar estrategias de mediación a fin de prevenirlos.

Frecuentemente docentes universitarios, principalmente los de primer año, alegan deficiente formación matemática de los alumnos promovidos del nivel medio manifestada a través de los errores observados, es por ello que bregan, desde hace tiempo, por una articulación real entre ambos niveles planteando diferentes acciones tendientes a ella.

Este trabajo surge de una inquietud de docentes de primer año de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta, por averiguar, desde el punto de vista de los docentes del nivel medio, cuáles son los errores más comunes y sistemáticos que cometen sus alumnos en matemática, y además la importancia y utilidad que los docentes le otorgan a dichos errores.

### **Objetivo general**

*Determinar, a vista de los docentes del nivel medio, cuáles son los errores frecuentemente cometidos por sus alumnos en matemática y qué utilidad le otorgan a los mismos en el proceso de enseñanza y aprendizaje.*

### **Marco teórico**

En este trabajo consideramos la concepción de error dada por Godino, Batanero y Font :

*“Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar”.*

“La mayor parte de los estudios sobre errores, realizados con anterioridad a 1960, han consistido en recuentos del número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas y un análisis de los tipos de errores detectados, para proceder luego, a una clasificación que permita determinar cómo surgen los errores a partir de la solución correcta, en la que se hacen inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error, argumentaciones de Rico (1995) “Errores en el aprendizaje de la Matemática”, citado por Pochulu (2005)“Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad”.

A partir de la década del sesenta y en los años posteriores, las aplicaciones e implicaciones al campo de la educación comenzaron a proyectarse en forma notable y el abordaje del error tuvo una visión más constructivista, en tanto se estimuló su ocurrencia puesto que brindaba posibilidades para el sujeto constructor de conocimiento.

Hoy día existe preocupación en cuanto a los errores que cometen los alumnos en su trabajo de matemática, puesto que el mismo se ha caracterizado como un aspecto negativo en el proceso de aprendizaje, porque representa un fracaso. Algunos autores lo han denominado obstáculo, ahora bien, lo rescatable es considerar el error como fuente de aprendizaje significativo para que se logren nuevos conocimientos y surjan nuevas ideas. Por ello, es importante que tanto el docente como el alumno mismo consideren el error como una herramienta para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto ayuda al alumno a tomar conciencia de sus propios errores de tal manera, que aprenda de ellos.



Conociendo el error cometido el estudiante toma conciencia que, ante el aprendizaje, no puede ni debe adquirir actitudes superficiales, y por lo tanto, ofrece una coyuntura para la autocrítica y para inferir la necesidad de aprender de los errores y fracasos.

En este sentido, los errores pueden constituir un elemento importante en el progreso del conocimiento, pues el alumno no sólo se puede interesar en descubrir ¿dónde está el error? sino también puede formular preguntas, comparar resultados y procedimientos hasta lograr identificar sus propios errores, a través de sus experiencias y de la interrelación con los contenidos matemáticos.

Asociado a esto, es importante resaltar que existen múltiples factores que conllevan a un error así como también existen diversos tipos de errores que interfieren en la adquisición del conocimiento matemático; algunos de estos factores son la motivación y el rendimiento académico, y en cuanto a los tipos de errores, algunos autores los clasifican en: los errores de procedimientos, los errores de operación, errores sistemáticos, errores de conceptos, entre otros.

### **Metodología de la investigación**

Las investigaciones en análisis de errores pueden ser agrupadas en torno a dos objetivos principales: la superación del error a través de su eliminación, o a través de la exploración de sus potencialidades. En la primera categoría se encuentran las investigaciones realizadas por la influencia del conductismo y del procesamiento de la información. En la segunda categoría, aparecen los trabajos más recientes de carácter constructivista. Cabe aclarar que esta división no es rígida y pueden ser encontrados los dos objetivos en algunos trabajos.

La investigación planteada es de carácter cualitativo y descriptivo, ya que buscamos analizar y caracterizar la importancia y utilización que los docentes del nivel medio otorgan a los errores cometidos por sus alumnos. Esto permitirá implementar acciones conjuntas entre docentes del nivel medio y universitario para contribuir a la articulación entre ambos niveles.

Para ello se utilizó un instrumento, modificado convenientemente, para recoger información respecto del objetivo planteado, tomado de un Trabajo de Graduación presentado a la Facultad de Ciencia, Chile, en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al grado de Licenciado en Educación Matemática y Computación, cuya autora es Celeste Priscilla Reyes Pastrían. (ver ANEXO I).

El mismo fue distribuido entre 25 docentes del nivel medio, entre establecimientos públicos y privados.

### **Análisis de los resultados**

De los 25 cuestionarios distribuidos, el análisis se realiza sobre los 18 respondidos; entre los que se cuentan 12 docentes que se desempeñan en Establecimientos Públicos (7 de los mismos trabajan en Educación de adultos) y 6 en Establecimientos Privados.

Las opiniones fueron proporcionadas por 6 docentes con una experiencia laboral entre 1 y 10 años; 8 , entre 10 y 20 años y 4 con más de 20 años.



1.- ¿Qué grado de importancia le otorga Ud. a los errores que cometen los alumnos en matemática y en que se basa esa apreciación? (marque con una X la alternativa que mejor representa su opinión).

**Grado de importancia:** Muy alto  40 % Alto  30% Más o menos  20% Bajo  10%

Opciones	frecuencia
Un error trae otro error	2
Un error imposibilita resolver problemas	4
Los errores desmotivan a los alumnos	4
Los errores se fijan con la repetición	2
Los errores nunca se olvidan	0
Los errores sirven para aprender de ellos	8
Los errores destruyen lo aprendido	2
Los errores provocan decisiones erradas	3
Otra causa (indíquela a continuación)	0

Se puede apreciar que los profesores encuestados le atribuyen una “muy alta importancia” y una “alta importancia” a los errores. Entre ambas suman 70 % de preferencia lo que indica que los docentes de la muestra concuerdan que los errores son importantes en la adquisición del conocimiento matemático.

Para la justificación de la importancia de los errores es señalada con más alto porcentaje ( 32 %) “ los errores sirven para aprender de ellos” siguiéndole “ un error imposibilita resolver problemas” y “ los errores desmotivan a los alumnos”, con un 16 % para cada una.

2.- A continuación se presenta una lista de sectores donde se producen errores matemáticos. Marque con X la frecuencia con que se producen en cada sector.

Sectores	Frecuencia			
	Alta	Media alta	Media baja	Baja
Cálculo de fracciones	13 (72%)	3 (17%)	2 (11%)	0 (0%)
Resolución de ecuaciones de primer grado	4 (22%)	6 (33%)	5 (28%)	3 (17%)
Simplificación de expresiones algebraicas	10 (56%)	4 (22%)	4 (22%)	0 (0%)
Resolución de ecuaciones cuadráticas	3 (17%)	4 (22%)	5 (28%)	6 (33%)
Porcentajes y proporciones	4 (22%)	7 (39%)	3 (17%)	4 (22%)
Transformación de decimales en fracciones y viceversa	6 (33%)	5 (28%)	4 (22%)	3 (17%)
Determinación de medidas de ángulos en triángulos	8 (44%)	7 (39%)	3 (17%)	0 (0%)
Factorización de expresiones algebraicas	14 (78%)	2 (11%)	1 (5,5%)	1 (5,5%)
Gráficos estadísticos	5 (28%)	6 (33%)	3 (17%)	4 (22%)
Operatoria con números irracionales	16 (89%)	1 (5,5%)	1 (5,5%)	0 (0%)
Gráfico de funciones	9 ( 50%)	9 (50%)	0 (0%)	0 (0%)
Proporciones en triángulos semejantes	12 ( 67%)	4 (22%)	2 (11%)	0 (0%)
Operatoria con números enteros	7 (39%)	6 ( 33%)	3 (17%)	2 (11%)
Agregue otras de acuerdo a su experiencia				

Aquí se observa que los sectores, según opinión de los docentes, donde se cometen más errores son: “operatoria con números irracionales”, “factorización de expresiones algebraicas”, “cálculo con fracciones”, proporciones en triángulos semejantes” y “simplificación de expresiones algebraicas”. Le siguen con 50% o



menos: “gráfico de funciones”, “determinación de medidas de ángulos en triángulos” y “operatoria con números enteros”.

En cuanto al ítem “agregue otras de acuerdo a su experiencia”, el 22% considera que hay una frecuencia alta de errores en “el lenguaje algebraico” y un 33% lo considera en “interpretación de problemas”.

Las áreas de matemática donde más se cometen errores son en Aritmética y Algebra y en menor grado en Geometría.

3.- Hay profesores que clasifican los errores matemáticos en cinco categorías. ¿Cuál es el grado de importancia que Ud. le atribuye a cada una?

Categorías	Grado de importancia			
	Alta	Media alta	Media baja	Baja
Errores conceptuales	12 (67%)	2 (11%)	2 (11%)	2 (11%)
Errores de procedimientos	2 (11%)	7 (39%)	7 (39%)	2 (11%)
Errores de cálculos con números	5 (28%)	6 (33%)	5 (28%)	2 (11%)
Errores en la manipulación algebraica	11 (61%)	3 (17%)	2 (11%)	2 (11%)
Errores geométricos	2 (11%)	10 (56%)	4 (22%)	2 (11%)

Los porcentajes más altos se presentan en las categorías de “errores conceptuales” y “errores en la manipulación algebraica”. O sea que éstas son las categorías a las que los docentes asignan mayor importancia.

4.- Describa el/los error/es más frecuente/s que recuerda haber detectado en alguno de sus alumnos, indicando además el curso:

En este ítem se presentan algunos los errores presentados por los docentes, los que aparecieron con más frecuencia:

- ◆ Confunden algoritmos de adición y multiplicación de fracciones; curso: 9<sup>a</sup> de EGB3, ejemplos:

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{2+5} = \frac{4}{7} \quad \text{b) } \frac{3}{4} * \frac{2}{5} = \frac{5*3+4*2}{4*5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$$

- ◆ Errores de manipulación algebraica, curso: 1<sup>a</sup> de Polimodal, ejemplo:  $2a + 3a^2 = 5a^3$
- ◆ Transformación de decimales a fracción, curso: 1<sup>o</sup> de Polimodal, ejemplo:  $0,345 = \frac{345}{1000}$
- ◆ Aplican la propiedad distributiva de la raíz respecto de la suma algebraica, curso: 2<sup>o</sup> de Polimodal, ejemplo:  $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$
- ◆ Extraen la raíz de un número, pero mantienen el símbolo de raíz en el resultado, curso: 2<sup>o</sup> de Polimodal, ejemplo:  $\sqrt{25} = \sqrt{5}$ .



Estos errores presentados por los docentes, contribuyen a confirmar lo encontrado en el ítem 2 de este cuestionario ya que los mismos le asignaban alta frecuencia a los sectores de operatoria con números irracionales y cálculo con fracciones.

5.- ¿A qué atribuye Ud. la presencia de errores matemáticos en los estudiantes? (marque con una X LAS TRES MAS IMPORTANTES a su juicio)

Falta de hábitos de estudio	25 %
Metodologías de aula poco participativas	15 %
Abusos en el lenguaje matemático del profesor	10 %
Insuficiente trabajo destinado a resolver problemas	20 %
Deficiente situación de entrada de los alumnos	20 %
Poco uso de textos de matemática	10%
(agregue las que Usted considere)	

Se evidencia que los docentes consideran que las causas de errores es casi en un 50 % responsabilidad del alumno, ya que las menos señaladas fueron aquellas controladas por los docentes como: metodologías poco participativas y el abuso en el lenguaje matemático del profesor.

Respecto del poco uso de textos, los docentes de Educación para adultos manifiestan el mayor porcentaje causal.

Esto indica que sería necesario una mayor reflexión por parte de los docentes de esta situación, ya que no sólo actúa en este proceso (enseñanza y aprendizaje) el alumno y el docente sino que hay muchos otros factores que pueden influir en él tales como: el currículo, el contexto, etc.

### Conclusiones

Las opiniones de los docentes pueden resumirse en que atribuyen importancia en alto grado a los errores cometidos por los alumnos. Basan su justificación expresando que los errores imposibilitan la resolución de problemas y consideran que se presentan con más frecuencia en las áreas de aritmética y álgebra, lo que se confirma con los ejemplos y descripción por ellos presentados.

Los errores conceptuales y de manipulación algebraica serían las categorías con más frecuencia declaradas y otorgan tales atribuciones a la falta de hábitos de estudio y a la deficiente formación previa de los alumnos.

Cabe aclarar que estos resultados no son concluyentes por el tamaño de la muestra, sólo proporcionan un estudio de casos para establecer algún comportamiento respecto del tema tratado.

En la actualidad, el error es considerado una fuente valiosa de información que puede servir para reordenar el proceso de enseñanza y aprendizaje. También puede utilizarse como motivador para que el alumno pueda argumentar, discutir y rever sus conocimientos logrando, de esa forma, mejorar la comprensión y el razonamiento lógico matemático.

Sería conveniente que los docentes tengamos un mayor acercamiento a los errores desarrollando estrategias que permitan prevenirlos, como por ejemplo: inducir a que los alumnos descubran sus errores, identifiquen



las hipótesis falsas que los produjeron, comparen proposiciones falsas con verdaderas, generen discusiones y debates sobre los mismos, etc.

Las estrategias deben plantearse en base a lo que los alumnos *no saben* y sobre todo en *por qué no lo saben*.

### **Referencias bibliográficas**

Alsina, C y Otros ( 1996 ) . *Enseñar matemáticas*. Barcelona, España: Graó

Godino, J; Batanero, C y Font, V ( 2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada.

Mancera, E. (1998 ). *Errar es un placer*. México: Grupo Ed. Iberoamericano

Pochulu, M. (2005). *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad*. OEI-Revista Iberoamericana de Educación, 35, 4

Reyes Pastrian; C. ( 2006), *Determinación de errores frecuentes en el estudio de la matemática en la enseñanza media*. [en línea] abajo de Graduación. Chile. Recuperado el 17 de marzo de 2007., de [http://lemc.usach.cl/trabajos\\_gr.html](http://lemc.usach.cl/trabajos_gr.html)

Rico, L. (1993). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Ed. Iberoamericano.



## ANEXO I

### CUESTIONARIO

Institución donde da clases actualmente:.....

Experiencia docente (en años):..... E-mail:.....

Institución en que se formó:.....

1.- ¿Qué grado de importancia le otorga Ud. a los errores que cometen los alumnos en matemática y en que se basa esa apreciación? (marque con una X la alternativa que mejor representa su opinión)

**Grado de importancia:** Muy alto  Alto  Más o menos  Bajo

#### Justificación

- |                                       |                          |   |                          |
|---------------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|
| Un error trae otro error              | <input type="checkbox"/> | Un error imposibilita resolver problemas  | <input type="checkbox"/> |
| Los errores desmotivan a los alumnos  | <input type="checkbox"/> | Los errores se fijan con la repetición    | <input type="checkbox"/> |
| Los errores nunca se olvidan          | <input type="checkbox"/> | Los errores sirven para aprender de ellos | <input type="checkbox"/> |
| Los errores destruyen lo aprendido    | <input type="checkbox"/> | Los errores provocan decisiones erradas   | <input type="checkbox"/> |
| Otra causa (indíquela a continuación) | <input type="checkbox"/> | .....                                     | .....                    |

2.- A continuación se presenta una lista de sectores donde se producen errores matemáticos. Marque con X la frecuencia con que se producen en cada sector.

Sectores	Frecuencia			
	Alta	Media alta	Media baja	Baja
Cálculo de fracciones				
Resolución de ecuaciones de primer grado				
Simplificación de expresiones algebraicas				
Resolución de ecuaciones cuadráticas				
Porcentajes y proporciones				
Transformación de decimales en fracciones y viceversa				
Determinación de medidas de ángulos en triángulos				
Factorización de expresiones algebraicas				
Gráficos estadísticos				
Operatoria con números irracionales				
Gráfico de funciones				
Proporciones en triángulos semejantes				
Operatoria con números enteros				
Agregue otras de acuerdo a su experiencia				



3.- Hay profesores que clasifican los errores matemáticos en cinco categorías. ¿Cuál es el grado de importancia que Ud. le atribuye a cada una?

Categorías	Grado de importancia			
	Alta	Media alta	Media baja	Baja
Errores conceptuales				
Errores de procedimientos				
Errores de cálculos con números				
Errores en la manipulación algebraica				
Errores geométricos				

4.- Describa el/los error/es más frecuente/s que recuerda haber detectado en alguno de sus alumnos, indicando además el curso:

.....

5.- ¿A qué atribuye Ud. la presencia de errores matemáticos en los estudiantes? (marque con una X LAS TRES MAS IMPORTANTES a su juicio)

Falta de hábitos de estudio	
Metodologías de aula poco participativas	
Abusos en el lenguaje matemático del profesor	
Insuficiente trabajo destinado a resolver problemas	
Deficiente situación de entrada de los alumnos	
Poco uso de textos de matemática	
(agregue las que Usted considere)	