



BIOMATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DA GENÉTICA

José Roberto Cardoso Meireles –Danton de Oliveira Freitas
jrmeireles@gmail.com –dantonf@gmail.com
Universidade Estadual de Feira de Santana, Bahia, Brasil

Tema: Formação de professores

Modalidade: Pôster

Nível educativo: Médio

Palavras chave: ensino de genética, educação matemática, interdisciplinaridade

Resumo

*A interdisciplinaridade entre Biologia e Matemática foi fator determinante para a descoberta dos mecanismos que regem a transmissão hereditária e surgimento de uma nova área das Ciências Biológicas: a Genética. O pioneiro nessa associação entre as duas Ciências foi Gregor Mendel, quando entre 1856 e 1863 realizou experimentos para observar a transmissão das características hereditárias na ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*) com o objetivo de desvendar os mecanismos que regem a hereditariedade, até então considerada o “mistério dos mistérios”. Diversos pesquisadores haviam acompanhado a transmissão de caracteres em espécies vegetais e observado resultados similares aos de Mendel sem, no entanto, descobrir as regras hereditárias, faltou-lhes um passo metodológico indispensável: a análise matemática dos resultados. A análise matemática possibilitou a Mendel descobrir que cada característica é determinada por um par de fatores (atualmente denominado gene) que segregam independente na origem dos gametas e voltam a se encontrar na formação dos filhos. No início de século XX surge então a Genética e se consolida o binômio Genética-Matemática. Assim, conceitos matemáticos se tornaram indispensáveis para o ensino da Genética. Neste contexto, este trabalho objetiva fazer um histórico da importância da Matemática no desenvolvimento da Genética e apontar conceitos matemáticos necessários para o Ensino da Genética.*

Introdução

O termo Genética, do grego γεννω (genno) que significa gerar, foi cunhado em 1905 pelo biólogo inglês William Bateson (Fig. 01) para designar a área das Ciências Biológicas que estuda os mecanismos de variação dos organismos vivos e os modos como ocorre a transmissão das características dos pais para os filhos, ou seja, a hereditariedade.

Atualmente, embora o principal objetivo da genética seja o estudo da hereditariedade, as investigações abrangem as funções dos genes e suas interações que podem explicar o seu funcionamento celular e auxiliar na compreensão da



Fig. 01 – Fotografia de William Bateson

fisiologia dos seres vivos.

A ampliação e diversificação dos estudos genéticos ocorreram durante a segunda metade do século XX especialmente quando em 1953 James D. Watson, um biólogo

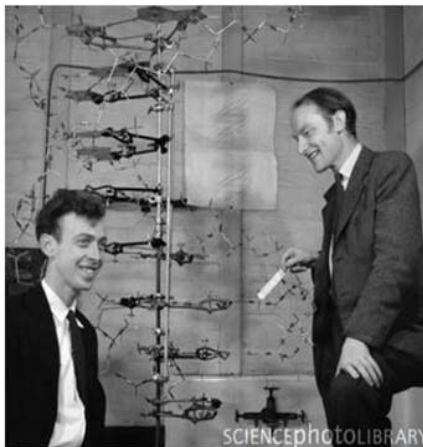


Fig. 02 – Fotografia de J. Watson (à esquerda) e F. Crick (à direita) apresentado o modelo que propuseram para a molécula de DNA.

norte-americano, e H. C. Crick, um físico inglês, com base em diversos estudos propuseram o modelo da dupla hélice do DNA (Fig. 02). Esta descoberta marcou o início da molecularização da genética e permitiu a invenção de diversas ferramentas de genética molecular que são atualmente utilizadas em diversas áreas das Ciências da Saúde.

O estudo desenvolvido no final do século XIX (1856 a 1863) por Gregor Mendel foi no entanto condição *sine qua non* para avanço exponencial da genética durante o século XX. Mendel fazendo cruzamento com a ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*) descobriu que as características hereditárias são transmitidas por meio de partículas físicas, desvendando desse modo o “segredo” da hereditariedade.

Diversos fatores, desde a escolha do material para estudo, podem ser apontados como determinantes para o sucesso de Mendel, contudo, certamente a aplicação de análise matemática aos resultados dos cruzamentos foi decisivo, uma vez que resultados semelhantes havia sido encontrados anteriormente por outros cultivadores de plantas, sem no entanto terem descoberto os mecanismos hereditários. Assim, pode-se concluir que a matemática teve papel fundamental na origem e desenvolvimento da genética.

A importância da matemática na origem da genética

A consciência da hereditariedade é um fato de difícil datação precisa. Sabe-se, no entanto, que há mais de 5.000 a.C os assírios realizavam experimentos de cruzamentos com tamareiros (*Phoenix ssp.*) revelando plena ideia e que haviam mecanismos que garantiam a transmissão das características físicas de uma geração para outra. Não há registro da preocupação destes povos acerca da natureza destes mecanismos.

As primeiras reflexões sobre as bases físicas da hereditariedade remota da antiga Grécia quando os filósofos, entre os quais se destacam Hipócrates e Aristóteles, reivindicaram para a hereditariedade o tratamento de ciência. Hipócrates (460 a.C. – 370 a.C.) defendia uma hipótese conhecida como pangênese, segundo a qual cada órgão do corpo

produzia gêmulas (material hereditário) que seriam transportadas pelo sangue para compor o sêmen. Deste modo, as características paternas eram transmitidas para o filho. A observação, dentre outras, de que um indivíduo podia expressar características maternas, de avós e pais com mutilações físicas (perda de um braço em uma batalha, por exemplo) tinham filhos íntegros permitiu a Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) defender uma hipótese contrária a de Hipócrates. Segundo Aristóteles, tanto o pai quanto a mãe contribuía com material hereditário (o sêmen e o sangue menstrual), os filhos seriam formados por uma *luta* entre estes materiais.

Diversas ideias sobre os aspectos que envolvem a transmissão hereditária foram introduzidas pelos antigos filósofos gregos. À luz dos paradigmas da genética atual, a maioria destas ideias é errônea, entretanto estes filósofos foram os pioneiros em sugerir que a hereditariedade não é um fenômeno exclusivamente metafísico. Desse modo, acertaram na essência, isto é, há partículas físicas (materiais) responsáveis pela transmissão das características de pais para filhos.

O desenvolvimento desta ideia possivelmente anteciparia em muitos séculos a descoberta dos fatores hereditários. Entretanto, o pensamento teocêntrico que se desenvolveu durante a Idade Média (séculos V ao XV) desviou a atenção para as origens e os fenômenos da hereditariedade eram vistos como cotidiano, sem merecer investigação. Durante este período, portanto, pouco foi acrescentado à história da hereditariedade.

Contribuições importantes para a descoberta dos mecanismos hereditários foram feitas pelos denominados cultivadores de plantas. Estes eram diversos pesquisadores que entre os séculos XVIII e XIX realizaram estudos de cruzamentos com plantas com objetivo de melhorar a produtividade agrícola, aumentar a resistência das plantas cultivadas e produzir novas variedades de plantas. É possível perceber que diante destes objetivos as contribuições dos cultivadores à hereditariedade, embora significativas, não foram diretas, uma vez que nenhum deles estava preocupado em descobrir as partículas hereditárias.

Em 1856, Gregor Johann Mendel (Fig. 03), um monge agostiniano do mosteiro de Brunn (Áustria), começou a desenvolver um programa de pesquisa cuja introdução da análise matemática lhe permitiu chegar a conclusões inéditas. Neste programa



Fig. 03 – Fotografia de Gregor Mendel

Mendel produziu linhagens puras de variedades de ervilha-de-cheiro que apresentavam caracteres contrastantes e realizou cuidadosamente cruzamentos de uma variedade com outra.

Mendel escolheu sete características da ervilha: altura da planta (alta x baixa), textura da semente (lisa x rugosa), cor da semente (amarela x verde), cor da flor (violeta ou branca), textura da vagem (inflada x constricta), cor da vagem (verde ou amarela) e posição da flor (axial x terminal) para analisar a transmissão através das gerações. O

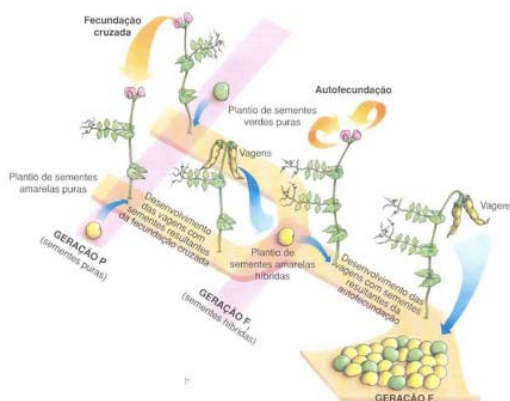


Fig. 04 – Metodologia utilizada por Mendel para cruzamentos entre duas variedades de ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*)

trabalho que durou seis anos consistia basicamente em cruzar linhagens puras de duas variedades (por exemplo, planta de semente lisa com planta de semente rugosa), que ele denominava Geração Parental (P) para obter a próxima geração híbrida (F1) e em seguida permitir a autofecundação destes híbridos para obter a geração seguinte (F2). A esquematização deste método é apresentada na Fig. 04.

Após observar a transmissão das sete características escolhidas uma a uma com uso do método descrito acima, atualmente denominado cruzamentos monoíbridos, Mendel repetiu os procedimentos para analisar a transmissão hereditária de dois caracteres simultaneamente (cruzamentos diíbridos), por exemplo, cruzamento de plantas de sementes amarelas lisas com plantas de sementes verdes rugosas. A escolha da ervilha-de-cheiro, seleção dos caracteres e a criteriosa observação e registro dos resultados dos cruzamentos contribuíram significativamente para o sucesso de Mendel, entretanto a etapa metodológica incluída por ele que o diferenciou dos antecessores foi a análise matemática. Mendel contou o número de indivíduos produzidos nas proles (F1 e F2) dos cruzamentos monoíbridos (Tabela 1) e diíbridos e calculou as proporções das variedades.

Tabela 1. Resultados obtidos por Mendel a partir dos cruzamentos monoíbridos

Cruzamento (P)	F1	F2		Proporção F2
Semente lisa x rugosa	100% lisas	5.474 lisas	1.850 rugosas	2,96 : 1
Semente amarela x verde	100% amarelas	6.022 amarelas	2.001 verdes	3,01 : 1
Pétala violeta x branca	100% púrpuras	705 púrpuras	224 brancas	3,15 : 1
Vagem inflada x constricta	100% infladas	882 infladas	299 vincadas	2,95 : 1
Vagem verde x amarela	100% verdes	428 verdes	152 amarelas	2,82 : 1
Flor axial x terminal	100% axiais	651 axiais	207 terminais	3,14 : 1
Caule longo x curto	100% longos	787 longos	277 curtos	2,84 : 1



Representando matematicamente, razões entre cada par de caráter na ordem dominante para recessivo, Mendel identificou uma constante proporcional aproximadamente igual a três para todos os pares de caracteres analisados. Para explicar essa regularidade ele elaborou a hipótese de que as características hereditárias são determinadas por elementos físicos que não se misturam e concluiu que cada característica é determinada por um par de fatores que se separam durante a formação dos gametas.

Mendel identificou, também, que nos cruzamentos diíbridos a F2 era constituída por indivíduos não parentais, por exemplo, do cruzamento de duas plantas de sementes amarelas e lisas (F1) ele obteve filhas (F2) que produziam sementes amarelas lisas (como os pais), amarelas rugosas, verdes lisas e verdes rugosas. Aplicando a mesma análise matemática ele observou que estas, independente dos caracteres em análise, surgiam em uma proporção 9:3:3:1 e concluiu que o fator responsável pela determinação de uma característica segrega independentemente o fator que determina a outra.

O trabalho de Mendel foi apresentado (por ele próprio) em duas ocasiões (8 de fevereiro e 8 de março) na Sociedade dos Naturalistas de Brünn sem, no entanto ter sido reconhecido. A publicação no *Proceedings of the Natural History Society of Brünn* também não teve o devido mérito e diversos fatores podem ter contribuído para o anonimato científico de Mendel durante aproximadamente trinta anos. A incompreensão da análise matemática pelo corpo científico da época certamente foi um deles.

Este trabalho redescoberto em 1900 e interpretado à luz da teoria cromossômica da herança de Thomas Hunt Morgan se tornou a essência da genética clássica, conhecido por Genética Mendeliana. A Genética Mendeliana constituiu a base de todo ensino de genética e evidentemente, como demonstrou o próprio Mendel a sua compreensão perpassa pela análise matemática de cruzamentos. Desse modo, conceitos matemáticos são requeridos nas aulas de genética.

Conceitos matemáticos no ensino da genética

A Genética Mendeliana floresceu na primeira metade do século XX e formou a base conceitual para a compreensão de diversos fenômenos hereditários. Neste período concluiu-se que as conclusões de Mendel não estavam restritas a ervilhas, mas explicavam a essência da hereditariedade de todos os organismos vivos. Os denominados princípios mendelianos (segregação e segregação independente) aplicados a humanos fez surgir a Genética Humana cuja principal ferramenta é a análise de



heredograma. O estudo de características poligênicas (condicionadas pela interação de produtos de vários pares de genes) e da transmissão hereditária ao nível populacional culminou no estabelecimento, respectivamente da Genética Quantitativa e da Genética de Populações. Estas novas áreas da Genética incorporaram outros conteúdos matemáticos reforçando a sua importância na compreensão dos mecanismos hereditários em vários níveis.

Este crescimento da Genética a fez parte obrigatória do currículo escolar e, portanto da formação de todo indivíduo formalmente educado. Por outro lado, ensino/aprendizagem da Genética requer, além do conhecimento de diversos conceitos biológicos, a interpretação matemática de dados. Assim, conteúdos diversos da matemática são necessários na abordagem genética em sala de aula (Tabela 2).

Tabela 2. Conteúdos matemáticos utilizados no ensino de genética

GENÉTICA	MATEMÁTICA
Monoibridismo/diibridismo	Números fracionários/decimais
	Porcentagem
	Produto cartesiano
	Conjuntos
	Probabilidade
	Operações aritméticas
	Matriz quadrada
Análise de heredograma	Conjuntos
	Análise combinatória
Genética quantitativa	Médias
	Desvio padrão
	Sistema ortogonal cartesiano
	Binômio de Newton
Genética de populações	Operações aritméticas
	Binômio de Newton
	Proporção
	Probabilidade

A separação dos conteúdos de Genética e os respectivos conteúdos de Matemática exigidos para o ensino/aprendizagem como apresentados na Tabela 2 mascara as relações interdisciplinares entre as duas ciências, e mesmo entre as diversas áreas da Genética. Conteúdos de Matemática exigidos para compreensão do monoibridismo/diibridismo são também requeridos em outras áreas da Genética, além disso, monoibridismo/diibridismo formam a base teórico/conceitual da Genética. A figura 05 ilustra, embora de modo ainda simplificado, uma visão mais interligada desta relação Biologia-Matemática. Como se observa, um determinado conteúdo matemático é requerido no estudo de mais de uma área da Genética que por sua vez exige o conhecimento de diversos conteúdos matemáticos.

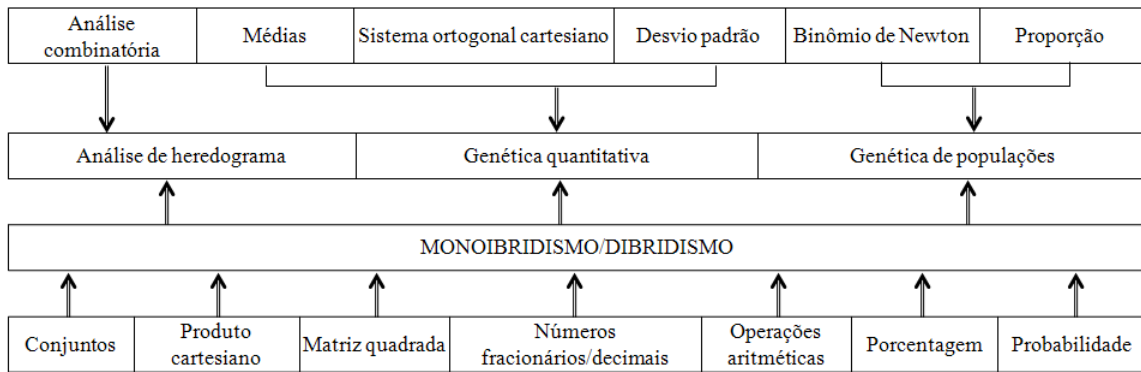


Fig. 05 – Articulação entre conteúdos de matemática e genética

O limitado espaço deste texto dificulta o detalhamento das relações indicadas na figura 05. Deste modo, para exemplificar a seguir é apresentada uma situação clássica de genética envolvendo cruzamento monoíbrido em que a análise exige diversos conhecimentos matemáticos.

O albinismo é caracterizado pela ausência parcial ou total da pigmentação dos olhos, pele e pêlos devido à falta de melanina. É uma condição hereditária de herança autossômica recessiva, ou seja, um indivíduo de ser portador de dois genes para expressa-la. Qual o risco de um casal em que ambos tem pigmentação normal da pele terem um filho albino?

Representando os genes envolvidos na pigmentação pode-se utilizar a letra A para o dominante (pigmentação normal) e a para o recessivo (albinismo). Uma vez que nenhum dos pais é albino eles podem ser homocigotos dominantes (AA) ou heterocigotos (Aa), contudo para que tenham filho albino é necessário que sejam heterocigotos para que o filho herde dois genes para albinismo e assim expresse a condição, ou seja, o filho deve ser homocigoto recessivo (aa). Esta situação é ilustrada na figura 06.

	Gametas da mãe heterocigota (Aa)	A	a
Gametas do pai heterocigoto (Aa)		AA Filho(a) homocigoto(a) dominante (pigmentação normal)	Aa Filho(a) heterocigoto(a) (pigmentação normal)
	A	Aa Filho(a) heterocigoto(a) (pigmentação normal)	aa Filho(a) homocigoto(a) recessivo (pigmentação albino)
	a	Aa Filho(a) heterocigoto(a) (pigmentação normal)	aa Filho(a) homocigoto(a) recessivo (pigmentação albino)

Fig. 06 – Representação de um cruzamento entre dois indivíduos heterocigotos

Analisando a figura 06 conclui-se que a chance dos pais serem homocigotos dominantes é de $1/3$ e de serem heterocigotos é de $2/3$. Evidentemente não se considerou o genótipo aa porque se sabe que eles não são albinos.

Assim, a chance deste casal ter uma criança albina é calculada pela expressão: $2/3$ (probabilidade do pai ser Aa) \times $2/3$ (probabilidade da mãe ser Aa) \times $1/4$ (probabilidade de um casal de heterocigotos terem um filho homocigoto recessivo, neste caso albino) = $4/36$, simplificando a fração $1/9$ ou, em porcentagem, $11,11\%$.



Nesta situação, explora-se conceitos matemáticos como o de produto cartesiano ao combinar gametas do pai com o da mãe, matriz quadrada para representar os possíveis genótipos dos filhos e conjunto, conceito consolidado por George Cantor (contemporâneo a Mendel) ao identificar na prole quatro genótipos, representa-se apenas três (AA , Aa e aa) porque o elemento Aa está repetido. Em seguida, para determinar as chances dos filhos serem homocigotos dominantes ou heterocigotos, nota-se a presença do conceito de razão, pois, representa-se através do quociente entre duas grandezas.

Por fim, é necessária aplicação dos conceitos de operações aritméticas entre números fracionários, representação de números decimais e porcentagem para determinar a probabilidade do casal ter uma criança albina.

Crédito das figuras

Fig. 01: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/Bateson2.jpg>. Acesso em 13/08/2012.

Fig. 02: http://3.bp.blogspot.com/_WuwYgETHu7A/SBs5I4o-H_I/AAAAAAAAAYQ/foxg0-jB_UM/s400/watson+e+crick.jpg. Acesso em 13/08/2012.

Fig. 03: http://evolution-textbook.org/content/free/figures/01_EVOW_Art/27_EVOW_CH01.jpg. Acesso em 10/08/2012.

Fig. 04: http://3.bp.blogspot.com/_X4iiIeDzYyQ/SESUvBdsr2I/AAAAAAAAA8/I0JCKZhfsck/s1600/Experimento01.JPG. Acesso em 14/08/2012.

Bibliografia

- Beiguelman, B. (2002). *Curso Prático de Bioestatística*. Ribeirão Preto: FUNPEC.
- Brandão, G. O. & Ferreira, L. B. M. (2009). O ensino de Genética no nível médio: a importância da contextualização histórica dos experimentos de Mendel para o raciocínio sobre os mecanismos da hereditariedade. *Filosofia e História da Biologia*, 4, 43-63.
- Cordioli, M. (2002). *A relação entre disciplinas em sala de aula: a interdisciplinaridade, a transdisciplinaridade e a multidisciplinaridade*. Curitiba: A Casa de Astérion.
- Futuyma, D. (2009). *Biologia evolutiva*. Ribeirão Preto: FUNPEC.
- Griffiths, A. J. F.; Carroll, S. B.; Lewontin, R. C.; Wessler, S. R. (2009). *Introdução a Genética*. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan.
- Henig, R. M. (2001). *O monge no jardim*. Rio de Janeiro: Rocco.
- Machado, N. J. (1993). Interdisciplinaridade e Matemática. *Pro-Posições*, 4(10), 24-34.
- Mayr, E. (1998). *O desenvolvimento do pensamento biológico*. Brasília: Ed. da UnB.
- Silva Júnior, G. B. & Gazire, E. S. (2009). Biologia e Matemática dialogando no Ensino Médio. *Educação Matemática em Revista*, 14(27), 19-24.

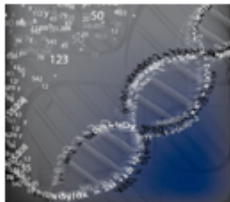
BIOMATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DA GENÉTICA

MEIRELES, José Roberto Cardoso¹; FREITAS, Danton de Oliveira²



Universidade Estadual de Feira de Santana
¹Departamento de Ciências Biológicas; ²Departamento de Ciências Sociais e Aplicadas
 Laboratório de Genética Toxicológica; ³Colegiado de Administração

INTRODUÇÃO



Fonte: <http://www.ck12.org/Book-Search/Book-Search.aspx?cid=17333&ch=1§ion=104>

A interdisciplinaridade entre Biologia e Matemática foi fator determinante para a descoberta dos mecanismos que regem a transmissão hereditária e surgimento de uma nova área das Ciências Biológicas: a Genética. O pioneiro nessa associação entre as duas Ciências foi Gregor Mendel, quando entre 1856 e 1865 realizou experimentos para observar a transmissão das características hereditárias na ervilha-de-cheiro (*Pisum sativum*) com o objetivo de desvendar os mecanismos que regem a hereditariedade, até então considerada o "mistério dos mistérios". Diversos pesquisadores haviam acompanhado a transmissão de caracteres em espécies vegetais e observado resultados similares aos de Mendel sem, no entanto, descobrir as regras hereditárias, faltou-lhes um passo metodológico indispensável: a análise matemática dos resultados.

OBJETIVO

Fazer um histórico da importância da Matemática no desenvolvimento da Genética e apontar conceitos matemáticos necessários para o Ensino da Genética.

O BINÔMIO GENÉTICA - MATEMÁTICA



CONSTITUEM AS BASES CONCEITUAIS DA HEREDITARIEDADE E PORTANTO NOS PRINCÍPIOS QUE FUNDAMENTAM O DESENVOLVIMENTO DA GENÉTICA NO SÉCULO XX

A MATEMÁTICA NO ENSINO DA GENÉTICA

CONTEÚDOS ARTICULADOS	
GENÉTICA	MATEMÁTICA
Monoibridismo/dibridismo	Números fracionários/decimais
	Porcentagem
	Produto cartesiano
	Conjuntos
	Probabilidade
Análise de heredograma	Operações aritméticas
	Matriz quadrada
	Conjuntos
Genética quantitativa	Análise combinatória
	Médias
	Desvio padrão
	Sistema ortogonal cartesiano
Genética de populações	Binômio de Newton
	Operações aritméticas
	Binômio de Newton
	Proporção
	Probabilidade



CONSIDERAÇÕES FINAIS

A compreensão de diversos conceitos relacionados aos mecanismos genéticos da hereditariedade perpassa pela análise matemática aplicada aos resultados de cruzamentos, tomando deste modo indispensável para o ensino/aprendizagem da genética o domínio de determinados conteúdos matemáticos.