LA CLASIFICACIÓN Y LA VALIDACIÓN EN GEOMETRÍA EN LIBROS DE TEXTO DE ARGENTINA Y URUGUAY PARA ALUMNOS ENTRE 12 Y 15 AÑOS

Rajchman, Andrea – Mántica, Ana María – Dal Maso, María Susana
Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina
andre_rajchman@hotmail.com; amantica@fhuc.unl.edul.ar; mdalmaso@fhuc.unl.edu.ar
Nivel educativo: EGB 3

Introducción

El presente trabajo se realiza en el marco de una cientibeca dentro del proyecto de investigación "Diseño y evaluación de propuestas didácticas tendientes a superar dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la geometría euclídea". El motivo de comparar las propuestas para la enseñanza de la geometría en los países de Argentina y Uruguay radica en que la cientibecaria cumplimentó sus estudios secundarios en Uruguay y el profesorado de matemática en la Facultad de Humanidades y Ciencias de la UNL en Argentina. Al cursar las materias correspondientes al área Geometría de dicha carrera, notó que tenía una formación más sólida que sus compañeros argentinos en el área. Esto motivó que realizara un estudio comparativo de los diseños y otros documentos curriculares de ambos países sobre el tratamiento que se realiza de la geometría en alumnos de 12 a 15 años, que son los que permitían compararse, dado que en este nivel de los sistemas educativos de ambos países se considera el estudio de la geometría métrica.

Ahora bien, el trabajo en geometría adquiere algunas características propias que lo diferencian del álgebra y la aritmética, planteando a los docentes ciertas cuestiones específicas a tener en cuenta para involucrar a los alumnos en el aprendizaje. Por un lado, la existencia de diferentes clasificaciones de los conceptos geométricos, cuya selección tendrá implicaciones prácticas para el posterior trabajo argumentativo con éstos. Por otra parte, como plantean Berthelot y Salin (1993/94), la compleja relación entre los objetos del espacio físico (con los datos obtenidos por medio de la percepción y la medición) y el espacio geométrico, constituido de objetos teóricos que obedecen a reglas de la Matemática, cuya identificación conllevará a los alumnos a poder realizar las validaciones adecuadas para el nivel educativo correspondiente.

Siendo el libro de texto uno de los materiales didácticos de utilización más frecuente en el sistema educativo, construido específicamente para la enseñanza en las escuelas, comprendemos que su uso generalizado ha generado, de alguna manera, no sólo que la práctica escolar esté determinada por su uso, sino también una organización de la enseñaza a partir de éste. Tal como plantean González Astudillo y Sierra Vázquez (2004): "*En el marco de la investigación histórica en educación matemática, se ha puesto de manifiesto la importancia del análisis del libro de texto como reflejo de la actividad que se realiza en el aula*" (pp. 390), razón por la cual decidimos complementar el análisis anteriormente mencionado con el de libros de texto.

En este contexto, el libro de texto se sitúa como uno de los recursos más utilizados en la enseñanza, con una gran influencia a la hora de que el docente decida qué y cómo enseñar, y que a lo largo del tiempo se ha convertido en uno de los principales controladores del currículo escolar. De este modo, intentaremos analizar el tratamiento de la geometría propuesto por algunas editoriales destinado a alumnos entre 12 y 15 años, con el fin de estudiar qué tipo de clasificación está implícito en ellos, así como también qué aspectos de la validación priorizan.

Las clasificaciones en geometría

La clasificación por partición de un conjunto de conceptos implica que los conceptos particulares forman subconjuntos que son disjuntos unos con otros; para esta clasificación, se establecen dos condiciones específicas: una vez determinado el universo y el criterio de clasificación, cada ejemplo del mismo debe pertenecer a una única clase, y las subfamilias establecidas deben ser disjuntas; las distintas subfamilias establecidas en el universo que se está clasificando deben dar cuenta de la totalidad de éste.

La clasificación jerárquica hace referencia a la clasificación de un conjunto de conceptos de modo que los conceptos particulares forman subconjuntos de los más generales, y se puede observar que estas relaciones establecen una jerarquía entre los elementos de conjunto. En Matemática, las definiciones utilizan esta clasificación debido a que proporciona ventajas en cuanto a una formulación más económica de teoremas, simplifica la sistematización y derivación deductiva de propiedades de los conceptos más especiales, proporcionando una perspectiva global útil (Mántica, 2006). Como es sabido, en la vida cotidiana la clasificación más frecuente es por partición, lo que presenta dificultades para el aprendizaje de la clasificación por inclusión o jerárquica que buscamos los alumnos realicen en Matemática.

Por otra parte, dado que la clasificación de conceptos deriva en definiciones, tuvimos en cuenta lo que Winicki – Landman y Leikin (2000) señalan sobre algunos principios lógicos que deben cumplirse cuando se define un concepto matemático: "*Definir es dar un nombre. El nombre del nuevo concepto es presentado en la afirmación usada como una definición y aparece una sola vez en esta afirmación. Para definir el nuevo concepto, sólo conceptos definidos previamente pueden ser usados. Una definición establece condiciones necesarias y suficientes para el concepto. El conjunto de condiciones debe ser mínimo. Una definición es arbitraria*" (pp. 17). En este sentido, entendemos que para que los alumnos logren definir un concepto se deberá atender especialmente a que puedan acordarse definiciones utilizando condiciones mínimas, para luego enunciar propiedades al respecto.

La validación en geometría

Tal como plantea Villella (2001), en la clase de geometría, habitualmente, "*… el uso de la demostración para justificar la validez de una propiedad, suele ser confundida por los alumnos y también por algunos docentes, con la enunciación o la representación gráfica de ejemplos que la verifican*" (pp. 186). En este sentido, consideramos que aprender geometría no consta únicamente de aprender definiciones, representaciones, clasificaciones de figuras y construcciones, sino también de la forma de organizar la información para que, por medio de la utilización de la lógica, pueda arribarse a la determinación de la verdad o falsedad de las proposiciones analizadas. Villella plantea que aprender geometría en la EGB es un proceso que busca caracterizar el espacio, mediante propiedades formalmente validadas, a partir de la exploración del mismo. De este modo, será necesario que los alumnos puedan "*…desarrollar habilidades cognitivas tales como comparar, resumir, observar, clasificar, interpretar, formular críticas, buscar suposiciones, imaginar, reunir y organizar datos, formular* *hipótesis, ubicarse en un dominio de ejecución y en un ámbito de conocimientos propios de la geometría dentro del entramado de la matemática y en función del currículum escolar…*" (Itzcovich, 2005: 187).

Asimismo, es sabido que actualmente, en los diseños curriculares y libros de texto de matemática de la mayoría de los niveles educativos, la actividad referente a la demostración es escasa o hasta nula (Camargo, 2005). Considerando la demostración como medio de descubrimiento, comunicación, explicación y sistematización de los resultados, consideramos que a ésta le debería corresponder un papel protagónico en la enseñanza, en diversos cursos de matemática. En este sentido, el potencial didáctico de la actividad demostrativa en el contexto escolar debería ser buscado en cuanto que este tipo de actividades son un recurso para la validación. De este modo, podríamos considerar que en la actividad de validación como proceso están incluidas acciones como la visualización, la exploración, el análisis y la formulación de conjeturas, y la verificación, siempre y cuando den significado a la tarea de la argumentación para aceptar afirmaciones y provean los elementos para que los alumnos se hagan responsables de la verdad de éstas.

Tal como lo plantea Itzcovich, "…*las situaciones que se propongan a los alumnos con la finalidad de indagar, identificar o reconocer propiedades de las figuras deben impactar en procesos intelectuales que permitan hacer explícitas las características y propiedades de los objetos geométricos, más allá de los dibujos que utilicen para representar dichas figuras*" (Itzcovich, 2005: 18). De este modo, entendemos la importancia de que tanto el docente como los alumnos estén en conocimiento de la diferencia entre el espacio físico y sensorial y el espacio geométrico, y la utilidad de la construcción de una figura para poder explorar sus propiedades, aunque no para poder realizar generalizaciones a otras distintas a ella.

El objetivo de un trabajo con la finalidad de la validación a partir de la construcción, de este modo, radicará en que los alumnos estén en presencia de un trabajo exploratorio, de ensayos y errores, de ajustes, de explicar lo que ocurre y de poder dar respuesta a las preguntas anteriormente planteadas. Tal como plantea Itzcovich, en un momento dado, la comprensión y explicación de la resolución demandará la utilización de alguna propiedad, aunque la intención no será que el docente presente esta propiedad a los alumnos, sino que se promueva una exploración que derive en la formulación y validación de ésta.

En este sentido, cobra importancia plantear problemas donde el alumno realice un trabajo exploratorio previo y luego elabore la conjetura; esto pone en funcionamiento relaciones más complejas que probar una propiedad en la que se menciona la cuestión a demostrar (por ejemplo, probar que las diagonales del rombo son perpendiculares) y por tanto en muchos casos el alumno no ve la necesidad de realizar la prueba, sino que lo toma como obvio. Consideramos que debe dejarse claro que una construcción no permite enunciar una propiedad general sino que admite avanzar en la búsqueda de argumentos que validan estas afirmaciones, "…*la determinación de la unicidad, existencia o infinitud de construcciones requiere de la explicitación de relaciones entre datos mediante ciertas propiedades que exceden las experiencias de dibujar*" (Itzcovich, 2005: 32). Esta cuestión debe quedar clara al alumno para que no considere que a partir de una construcción que valida su conjetura puede realizar generalizaciones.

Por último, consideramos oportuno distinguir los procedimientos de formulación de conjeturas y constatación empírica, en cuanto el segundo implica la generalización o formalización de un resultado a partir de mediciones realizadas en casos particulares. Tal como plantea el autor mencionado, "*Este modo de proceder trae aparejada la posibilidad de que el resultado obtenido sea "una casualidad"* (…) *no hay nada que haga suponer que el resultado no hubiese podido ser otro. No se recurre a ninguna propiedad geométrica que dé cuenta de la necesariedad del resultado obtenido, ni hay certeza geométrica de que pudiera provenir de concatenar propiedades que permiten inferir tal resultado* (Itzcovich, 2005: 45 – 46).

Análisis de libros de texto: resultados alcanzados

Para llevar a cabo el análisis correspondiente al tratamiento de las definiciones y la validación en geometría tomamos en cuenta los libros de texto de la colección "Gauss", sugeridos en los diseños curriculares uruguayos, y los de las editoriales "Longseller" y "Tinta Fresca", destinados al tercer nivel del ciclo básico de Argentina.

Libros de texto argentinos

En cuanto a los libros de la editorial Longseller, observamos que se consideran clasificaciones jerárquicas cuando se trabaja el tema cuadriláteros en el libro de 7º, en el que se incita directamente a los alumnos a la utilización de clasificaciones jerárquicas (Anexo teórico pp. 54 - 55), presentando un diagrama para sistematizar los cuadriláteros en función del número de lados paralelos. En el libro de 9º se plantea que pueden realizarse distintas clasificaciones, dependiendo de los elementos que se utilicen; se consideran distintos atributos para realizarlas: en un caso la cantidad de lados paralelos y en otro el ángulo formado por las diagonales. Un ejemplo de esto aparece en la pág. 47 del anexo teórico, donde se expresa: "*La manera en que se clasifican los cuadriláteros depende de las propiedades que se quieran destacar entre sus elementos. Hablar de paralelogramos o no paralelogramos, cóncavos o convexos, son sólo dos posibilidades entre otras*". Asimismo, cabe destacar que en la pág. 47 del libro de 9º se retoma la clasificación jerárquica de cuadriláteros dada en 7º según el número de lados paralelos, aunque luego se plantea una clasificación por partición de éstos en función de sus diagonales, según la cual el cuadrado no es rombo, y el paralelogramo no es un trapecio. De forma similar a lo planteado por De Villiers (1994), se toman distintos atributos para realizarlas: en un caso la cantidad de lados paralelos y en otro el ángulo formado por las diagonales, obteniéndose en un caso una clasificación jerárquica y en el otro una clasificación por partición. A su vez, aparece lo que Guillén (2005) denomina "clasificaciones siguiendo normas de construcción" en la pág. 58 de la carpeta de Trabajos Prácticos de 7º, donde se presentan determinadas figuras planas para que utilizándolas se construyan cuerpos que cumplan determinadas características. Además, se solicita a los alumnos que agreguen figuras para construir un prisma oblicuo, y en la pág. 61 se les pide que realicen un cuadro para clasificar los cuerpos según sus características sobre la base de un criterio que ellos elijan. Este tipo de actividades puede llevar a clasificaciones de familias disjuntas o a familias entre las que se produzcan solapamientos. Cabe aclarar que esta guía de Trabajos Prácticos es la única de la colección en la que se trabaja con figuras tridimensionales.

Además, puede observarse que a lo largo del ciclo se tienden a lograr algunas de las características que los matemáticos consideran debe tener una definición cuando se pretende ver cuáles son las condiciones mínimas para definir, o cuando se analiza qué se considera como definición y qué se deduce como propiedad.

Por otra parte, en el libro de 9º se explicita qué significa en matemática la expresión "condición necesaria y suficiente", para relacionarlo luego con el conjunto de condiciones que se establecen para lograr una definición, en cuanto a que es posible reunir distintos conjuntos de condiciones que identifiquen a una misma figura. En este sentido, se realiza una observación en la pág. 60 en la que expresa qué significan condiciones mínimas y propone un ejemplo para definir de dos modos distintos el cuadrado, utilizando esta noción.

En lo que refiere a la demostración, durante todo el ciclo se incita a los alumnos la formulación de conjeturas: en 7º se realiza una constatación empírica para validarlas y en 8º y 9º se intenta llegar a una validación más formal desde el punto de vista matemático. Como ejemplo de esto, observamos que en el libro de 7º se expresa lo siguiente: "*Construcciones y relaciones. Tengan presente que las construcciones permiten descubrir algunas relaciones entre los elementos de una figura, pero no sirven como demostración*" (pp. 67 de la carpeta de trabajos prácticos), mientras que en el libro de 9º se plantea: "*Conjeturar. En Geometría, algunas construcciones permiten formular conjeturas acerca de la verdad de ciertas relaciones entre los elementos. Entonces, conjeturar es anticipar afirmaciones que suelen ser demostradas a partir de los conocimientos matemáticos con los que se cuenta*" (pp. 37 de la carpeta de trabajos prácticos). En este contexto, se plantean actividades prácticas de validación de conjeturas similares en 7º y en 9º, aunque las últimas presentan claramente la diferencia entre lo que significa establecer una conjetura y realizar una prueba matemática. Para reforzar esto, en el libro de 8º se especifica qué se entiende por demostración, en cuanto a la necesidad de razonar a partir de propiedades ya establecidas (pp. 57), y se define un teorema como "*… un tipo de razonamiento matemático en el que se expresa un encadenamiento deductivo, indicando las propiedades tomadas como punto de partida, el razonamiento que e realiza a partir de ella y la conclusión o nueva propiedad obtenida*" (pp. 66 - 67). En este sentido, se pretende que los alumnos comiencen a realizar demostraciones más formales; se les presenta una demostración y se les pide que justifiquen cada paso y luego que traten de realizar una demostración utilizando un camino distinto al planteado por el autor.

Analizando los libros de la editorial "Tinta Fresca", observamos que las definiciones de los cuadriláteros se consideran a partir de una clasificación jerárquica, en cuanto se plantea que si las diagonales de un rectángulo son perpendiculares, el mismo es un cuadrado, y que si la diagonales de un rombo son iguales, el mismo también será un cuadrado (libro de 7º, pp. 53 – 54). En ambos casos, se obtienen estas clasificaciones de los cuadriláteros como conclusión de un problema planteado, y no son definiciones dadas por los autores. Sin embargo, respecto a la clasificación de los triángulos, observamos que en el libro de 8º se expresan condiciones que cumplen los triángulos isósceles haciendo mención al lado "desigual". Del mismo modo, en las actividades planteadas al final del capítulo correspondiente, se pide a los alumnos que construyan un triángulo isósceles especificado la medida del lado desigual, no dando así la posibilidad a que los alumnos puedan considerar al equilátero como un caso particular del triángulo isósceles.

Respecto al lugar que se le otorga a la validación, observamos que durante todo el ciclo se plantea la formulación de conjeturas y la constatación empírica, destacando la importancia de la figura de análisis y del conocimiento de propiedades de las figuras geométricas para la resolución de situaciones problemáticas y el posterior análisis de su solución. En general, para introducir un nuevo concepto se plantean situaciones problemáticas para que los alumnos encuentren regularidades, planteen conjeturas y luego las validen. Una vez realizado este proceso, los libros presentan la actividad resuelta, con el análisis correspondiente llevado a cabo por los autores. En muchas actividades se presentan situaciones en las que los alumnos deben plantear conjeturas y argumentar al respecto, permitiendo que ellos mismos decidan si existen una, ninguna o muchas soluciones y que validen su respuesta. El nombre de "conjetura" como tal aparece en una actividad de 9º, y todo el trabajo en torno a esta tiende a que los alumnos logren, en forma gradual, una validación más formal que en 7º y 8º desde el punto de vista matemático. A su vez, se proponen actividades en las que los alumnos deberán dar instrucciones precisas a un compañero para que puedan dibujar una figura determinada, apuntando a desarrollar habilidades de comunicación y de aplicación. Como ejemplo de esto se puede tomar la actividad 9 de la pág. 55 del libro de 7º, en la que los alumnos deben expresar la información mínima para que un compañero construya el mismo triángulo que allí se presenta. Cabe destacar que en 7º año las constataciones son empíricas y se realizan a través de construcciones. Las conjeturas planteadas son validadas por el texto al hacer el análisis de cada construcción.

Por otra parte, en lo que refiere a la demostración como procedimiento nos resulta interesante analizar algunas presentadas por los autores que no sólo ponen de manifiesto la necesidad de basarse en conocimientos, conceptos y propiedades ya estudiadas, sino que dejan explícitas algunas consideraciones a tener en cuenta al demostrar, como por ejemplo la necesidad de analizar todos los casos posibles. Como ejemplo de esto en el libro de 8º, consideramos el modo de presentar la demostración del Teorema de Pitágoras (pp. 126), para la cual primero se analiza el caso de un triángulo rectángulo isósceles, con la idea de formar un nuevo cuadrado cuya área sea la suma de los dos cuadrados iguales dados. Luego, se demuestra que la figura lograda es un cuadrado, debido a que los lados coinciden con las diagonales de los cuadrados dados, y además las diagonales del nuevo cuadrado son iguales porque se forman con dos lados de los cuadrados dados. Sin embargo, el análisis no termina ahí, ya que luego se plantea otro modo de realizar esta demostración "recortando" un cuadrado inicial en cuatro triángulos rectángulos iguales por medio de la constatación empírica, aunque luego se plantea que el alumno debe cerciorarse de que este cuadrilátero sea un cuadrado, explicando el modo de hacerlo. Luego, se generaliza el Teorema para todo triángulo rectángulo.

Del mismo modo, en el libro de 9º se plantea una actividad sobre ángulos inscritos en una semicircunferencia (pp. 53), en la que los alumnos deben hallar el lugar geométrico de los puntos P del plano que determinan un ángulo recto con dos puntos A y B dados. En este sentido, los autores plantean a los alumnos que busquen todos los puntos P del plano que verifiquen esa condición con el uso de una escuadra, y se les pregunta si es cierto que los mismos forman una circunferencia. Para demostrar que esto es válido, se detalla una demostración considerando un punto P cualquiera sobre la circunferencia, concluyendo que el ángulo APB es recto. Un aspecto interesante planteado en este problema es que los autores preguntan qué sucede con un punto P exterior y uno interior a la circunferencia, explicando lo siguiente: "*En Matemática y, en particular, en Geometría, hay que analizar todas las posibilidades; esto es, si se quiere encontrar todos los puntos P que cumplan que el ángulo APB es recto es necesario considerar los puntos P que se encuentran en la circunferencia* (…) *y considerar los puntos P que no se encuentran en la circunferencia y analizar qué sucede en ese caso. Hay que determinar si existe un punto P que no está en la circunferencia y que, sin embargo, también forma con A y B un ángulo recto*" (libro de 9º, pp. 53). Finalmente, se demuestra que los únicos puntos P que forman un ángulo recto con A y con B son los que se encuentran en la circunferencia que tiene el segmento AB como diámetro.

Libros de texto uruguayos

Respecto a los libros de la colección "Gauss", observamos que en el libro para 1º se presentan tanto la clasificación por partición como la clasificación jerárquica. Un ejemplo del primer caso se encuentra en la pág. 114, donde se considera el triángulo isósceles como aquél con exactamente dos lados iguales y dos ángulos iguales. Por otra parte, en la pág. 115 se presenta una clasificación jerárquica de los cuadriláteros según el número de lados paralelos, mediante la cual todo paralelogramo es trapecio, y el rectángulo y el rombo son paralelogramos particulares. Además, se platea que el cuadrado es tanto rectángulo como rombo, de modo que también se utiliza como criterio de clasificación la medida de los ángulos interiores de los cuadriláteros.

En lo que refiere a la demostración, durante todo el ciclo se incita a los alumnos la formulación de conjeturas: en 1º se sugieren actividades a los alumnos para que trabajen con material concreto para poder constatar empíricamente propiedades geométricas, y en los libros de 2º y 3º se intenta llegar a una validación más formal desde el punto de vista matemático. Como ejemplo de esto, observamos que en la pág. 149 del libro de 1º se propone a los alumnos que corten un rectángulo de cartulina y lo doblen por una recta paralela a uno de sus lados. Luego, se sugiere que apoyen la cartulina doblada sobre una mesa, y analicen la propiedad de la perpendicularidad de la recta "doblez" respecto a cualquier recta de la mesa, y la propiedad recíproca. A su vez, en las págs. 132 y 133 del libro de 2º, luego de deducir la propiedad del baricentro, se pide a los alumnos que concluyan acerca de qué ocurre con las tres bisectrices de un triángulo para luego, a partir de una secuencia de construcciones de la circunferencia inscrita a un triángulo, deduzcan la justificación correspondiente. Del mismo modo, en la pág. 101 del libro de 3º se pide a los alumnos que elaboren conjeturas sobre el paralelismo entre un lado de un triángulo y su paralela media, para que luego construyan la demostración de esta propiedad y encuentren la relación de longitudes entre ellas. Asimismo, en la página siguiente se plantea la propiedad recíproca con su demostración, y los alumnos deben encontrar la diferencia entre un enunciado y otro. Cabe destacar que tanto en las actividades de validación planteadas en el libro de 1º como en los de 2º y 3º, que son dadas mediante problemas y ejercicios, en el apartado "Curso" que se presenta al final de cada capítulo se expresa el enunciado de cada propiedad trabajada, formulada con lenguaje matemático. También resulta de interés mencionar que en el libro de 3º, igual que en el de 1º, se sugieren actividades a los alumnos para que trabajen con material concreto para poder constatar empíricamente propiedades geométricas. Un ejemplo de esto se encuentra en la pág. 140, en la que se propone construir en cartulina o papel un triedro para, a partir de él, mostrar que la suma de las caras es menor que cuatro ángulos rectos y que cada cara es menor que la suma de las otras dos.

En cuanto a los objetivos de los ejercicios, problemas y actividades, se observa que se tiende a desarrollar habilidades visuales, de construcción, de aplicación, de comunicación, de razonamiento y de transferencia. En muchos de ellos se proporciona un diagrama auxiliar para la resolución de actividades, aunque también se encuentra una gran cantidad de problemas en los que es el alumno quien deberá construir la figura para elaborar una demostración o responder a la consigna. En especial, se les da una gran importancia a las habilidades de construcción y de comunicación, ya que en el libro de 1º se especifica lo qué se entiende por "programa de construcción" como lista ordenada de instrucciones que permite construir una figura. De este modo, en la mayoría de las actividades del libro de 1º se da el programa de construcción para que el alumno las realice, o bien se pide al alumno que especifique el programa de construcción necesario para obtener la figura mostrada. En correspondencia, en los libros de 2º y 3º se plantea el procedimiento del "programa de construcción" como parte de demostraciones que plantea el libro o que deben realizar los alumnos.

Reflexiones

En líneas generales, los textos considerados en este análisis realizan propuestas acordes a lo que marcan los distintos documentos curriculares. Respecto a la clasificación, en los documentos de ambos países se propone trabajar la clasificación jerárquica: en los **NAP para 7º** (documento argentino) se plantea: "*Analizar figuras (…) y cuerpos (…) para caracterizarlos y clasificarlos. (…) Avanzando en el reconocimiento de relaciones de inclusión jerárquica…*", y en la **Guía de Apoyo docente para 1º**: (documento uruguayo) se explicita: "*Comprensión de la inclusión de clases que se da en la clasificación de los cuadriláteros*".

Respecto a la validación, en los documentos argentinos encontramos la siguiente cita en los **NAP para 9º**: "*Formular conjeturas sobre las relaciones entre distintos tipos de ángulos (…) y producir argumentos que permitan validarlas. (…) Analizar afirmaciones acerca de las propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez, reconociendo los límites de las pruebas empíricas*", y en el **Material de apoyo al docente** se explicita: "*Interesa que el alumno aprenda a desarrollar argumentaciones basadas en propiedades conocidas de las figuras de tal manera de establecer el carácter necesario de los resultados de forma independiente de la experimentación*"; es decir se propone trabajar a partir de la construcción, de la formulación de conjeturas y de la distinción entre conjetura y constatación empírica. En los documentos uruguayos, en la **Guía de apoyo docente para 1º** se plantea: "*…la experimentación mal entendida puede desatender el proceso de desarrollo del pensamiento lógico que es deseable promover en los alumnos*", y en el **Programa para 2º**: "*Las 2 anticipaciones de objetivos (…) deben considerarse (…) mediante el desarrollo de aptitudes para conjeturar, formular proposiciones, criticar, justificar mediante argumentaciones o para invalidar propuestas*", o sea propone atender a la visualización, exploración, análisis, formulación de conjeturas y apunta a la distinción entre verificación y demostración.

Consideramos que los libros de texto pueden realizar propuestas de trabajo acordes a las propuestas curriculares vigentes, con las que el docente puede acordar o disentir, pero es imperioso que se realice un análisis minucioso de un libro de texto antes de utilizarlo con los alumnos para saber si la propuesta es coincidente con la concepción de matemática, enseñanza y aprendizaje del docente que lo utilizará. Este análisis le permitirá trabajar con comodidad y explotar la propuesta realizada por el autor en beneficio de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Referencias bibliográficas

Belcredi, L.; Zambra, M. (1998): *Gauss. Matemática para el Primer Año Liceal.* La Flor del Itapebí. Montevideo.

Belcredi, L.; Zambra, M. (1999): *Gauss. Matemática para el Segundo Año Liceal.* La Flor del Itapebí. Montevideo.

Belcredi, L.; Zambra, M. (2000): *Tercer Año del Ciclo Básico. Matemática. Nuevo Gauss*. La Flor del Itapebí. Montevideo.

Berthelot, R.; Salin, M. H. (1993/94): "La enseñanza de la geometría en la escuela Primaria" en *Grand N*, Nº 53, Grenoble. Traducido para el PTFD por Capdeville, Varela y Willsch, 1994.

Camargo, L.; Perry, P.; Samper, C. (2005): "La demostración en la clase de Geometría: ¿Puede tener un papel protagónico?" en *Educación Matemática Vol. 17 Nº 3.* Santillana. México D.F. pp. 53 – 76.

Chemello, G. (coord.); Agrasar, M.; Crippa, A.; Díaz, A. (2004). Tercer ciclo de EGB. Matemática 7. Longseller. Buenos Aires.

Chemello, G. (coord.); Agrasar, M.; Crippa, A.; Díaz, A. (2004). Tercer ciclo de EGB. Matemática 8. Longseller. Buenos Aires

Chemello, G. (coord.); Agrasar, M.; Crippa, A.; Díaz, A. (2004). Tercer ciclo de EGB. Matemática 9. Longseller. Buenos Aires

De Villiers, M. (1994): *The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. For the Learning of Mathematics*, 14 (1), pp. 11 – 18.

González Astudillo, M. Sierra Vázquez, M. (2004): "Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX". En *Enseñanza de las Ciencias 22*. Universidad de Salamanca. España.

Guillén, G. (2005). "Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos" en *Educación Matemática Vol. 17 Nº 3.* Santillana. México D.F. pp. 117-152.

Itzcovich, H. (2005): *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

Itzcovich, H; Novembre, A. (coords.) (2006): *Matemática 7*. Tinta Fresca. Buenos Aires.

Itzcovich, H; Novembre, A. (coords.) (2006): *Matemática 8.* Tinta Fresca. Buenos Aires.

Itzcovich, H; Novembre, A. (coords.) (2006): *Matemática 9.* Tinta Fresca. Buenos Aires.

Mántica, A. (2006): “Analizando errores geométricos” en *La Matemática. Aportes para su enseñanza*. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe.

Villella, J. (2001): *Uno, dos, tres… Geometría otra vez. De la intuición al conocimiento formal en la EGB.* AIQUE. Buenos Aires.