



A UTILIZAÇÃO DA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA ANALISAR AS DIFERENÇAS NAS CONCEPÇÕES DE GEOMETRIA, DOS ALUNOS, UTILIZANDO GEOMETRIA FRACTAL

Felipe Augusto Pereira Vasconcelos Santos e Oliveira – Virgínia Cardia Cardoso
fapvso@bol.com.br – virginia.cardoso@ufabc.edu.br
Universidade Federal do ABC - Brasil

Tema: Pensamento geométrico.

Modalidade: Comunicação Breve.

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos).

Palavras chave: Conhecimento Geométrico, Educação Geométrica, Didática Francesa, Geometria Fractal.

Resumo

Esse trabalho buscou identificar as mudanças nos conhecimentos geométricos de alunos do Ensino Médio (15-18 anos), de uma escola pública sediada no município de Santo André (SP, Brasil), após a aplicação de uma sequência didática sobre Geometria Fractal. A estratégia didático-metodológica, baseada na engenharia didática (Matemática Francesa), consistiu na aplicação de um questionário dissertativo com quatro perguntas a partir dos conhecimentos que os alunos obtiveram em suas vidas (no cotidiano ou ambiente escolar), relacionados à geometria. Foi aplicada uma sequência didática baseada no aperfeiçoamento de uma atividade que apresentamos no “3º Congresso Uruguayo de Educación Matemática”, intitulada “GEOMETRIA FRACTAL: A MATEMÁTICA NA NATUREZA”. Em seguida, o mesmo questionário foi reaplicado para que pudéssemos identificar as modificações nas concepções dos alunos sobre geometria. Após a sequência didática, perceberam-se mudanças positivas nos conhecimentos dos alunos sobre a aplicação da geometria no cotidiano. A sequência didática sobre a Geometria Fractal, teoria que antes era desconhecida pela maioria dos alunos, contribuiu para melhorar a percepção de aplicações da geometria na natureza.

INTRODUÇÃO

Essa pesquisa surgiu inicialmente com um *workshop* ministrado para o público em geral num evento na Universidade Federal do ABC, em Santo André – São Paulo – Brasil. Após esse evento, decidimos compartilhar essa experiência no “3º Congresso Uruguayo de Educación Matemática”, e, após algumas reflexões e novas ideias para investigações, esse *workshop* foi aperfeiçoado e reaplicado com alunos de uma escola pública do município de Santo André, estado de São Paulo, no Brasil.

No trabalho que apresentamos aqui trouxemos a análise dessa nova experiência com a Geometria Fractal no ensino médio. Para isso recorreremos à Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, aplicando uma sequência didática intitulada “GEOMETRIA FRACTAL: A MATEMÁTICA NA NATUREZA”. Avaliamos a experiência por meio



de um questionário que foi aplicado antes e depois da sequência didática para que pudéssemos identificar as modificações nas concepções dos alunos sobre geometria.

As pesquisas sobre o tema de Geometria, no Brasil, para o Ensino Básico, têm demonstrado que os alunos enfrentam grandes dificuldades nesse processo de aprendizagem e, conseqüentemente, o desempenho em avaliações têm sido muito aquém do esperado como sugere Vieira (2011): “Os baixos resultados alcançados nas questões que envolvem conceitos geométricos em avaliações externas como as do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) e da Prova Brasil refletem o despreparo dos alunos ao lidar com problemas geométricos”.

Em alguns casos, o ensino de geometria não é efetivo aos alunos, como relatam Morelatti e Souza (2006), “O que se percebe é que o aluno, ao se formar, na maioria das vezes não aprendeu geometria e não consegue perceber a relação deste conteúdo com a realidade vivida”.

Desse modo, nossa investigação tenta responder se existem melhorias nas concepções de geometria, desses alunos, após uma sequência didática que envolve Geometria Fractal. Esse tema é interessante, pelo fato de ser raramente trabalhado com os alunos do Ensino Básico, e que tem forte apelo visual, inúmeras aplicações interdisciplinares, fácil abordagem com aspectos históricos, relaciona-se com a natureza, e é possível fazer construções fractais utilizando papéis e tesouras.

METODOLOGIA

A escolha da Engenharia Didática se dá pelo fato da possibilidade de fazer um amálgama entre a teoria e a prática. Esse nome se dá, segundo Artigue (1996, apud Pais) por analogia à Engenharia, que parte de um processo de criação e chega à aplicação. Pode-se notar, principalmente nessa pesquisa, que houve inúmeras etapas, perfazendo desde a criação (o primeiro pensar da oficina) até o aplicar (para os alunos, objetivando a identificação da existência de mudanças nos pensamentos relacionados à geometria).

Pais (2005) sugere quatro etapas na utilização da engenharia didática: i) Análise(s) preliminar(es); ii) Concepção e análise *a priori*; iii) Aplicação de uma sequência didática; iv) Análise *a posteriori* e Avaliação.

HIPÓTESES

Nossas hipóteses, em relação aos alunos, são que:



- Os conhecimentos, em definir o que é geometria, tornar-se-ão mais amplos e completos após a sequência didática;
- As aplicações de geometria no cotidiano e na natureza serão melhores reconhecidas e descritas, pois eles têm grandes dificuldades nesse aspecto;
- O conhecimento sobre Geometria Fractal é baixíssimo ou nulo;
- Interessam-se muito mais, a aprender geometria, quando existe o trabalho manual interligado com o trabalho artístico.

PROCEDIMENTOS

i) Análises preliminares

Essa fase, como relata Pais (2005), é onde ocorrem os “levantamentos de constatações empíricas, os destaques das concepções dos sujeitos envolvidos e a compreensão das condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada”.

Em nossa experiência, os alunos envolvidos na pesquisa têm idades entre 15 e 18 anos, são estudantes do período matutino que, em sua maioria, moram um pouco distantes da escola, são de classes econômicas medianas, e que a escola não é sua única atividade do dia, isto é, nos demais períodos, esses alunos, em sua maioria, ou trabalham ou fazem outros cursos etc. A escola – locus da pesquisa – é referência no ensino de deficientes visuais, do município. Ela está localizada num bairro próximo ao centro e de fácil acesso. Alguns professores desta escola são pós-graduados com o título de mestrado e dois professores, dentre estes, cursam o doutorado. A maioria desses docentes têm experiências de vários anos no ensino público.

Alguns possíveis fatores que explicam as dificuldades em geometria desses alunos pesquisados podem estar relacionados com a formação inicial do docente e à organização curricular dos conteúdos. No caso da formação docente, esses alunos têm ou tiveram aulas com professores cujas formações iniciais foram na década de 80, sob forte influência do Movimento da Matemática Moderna, que vigorou no Brasil até meados da década de 1980. A Matemática Moderna, como ressalta Fucks (1970, apud Morelatti e Souza) “praticamente excluiu o ensino de geometria, enfatizando o simbolismo e uma terminologia excessiva”. Se conteúdos de geometria não foram bem desenvolvidos, estudados e compreendidos na formação inicial dos docentes, há possibilidade de que esses docentes não deem a devida importância a este conteúdo em suas práticas de ensino e, conseqüentemente, seus alunos apresentem mais dificuldades no processo de aprendizagem em geometria. Outro fato é de que na proposta curricular



do Ensino Médio no Estado de São Paulo, o tema de Geometria não está bem distribuído ao longo do ano letivo. Por exemplo, para o 1º ano, o tema “Geometria-Trigonométrica”, que é o único viés de geometria nesse ano, está alocado apenas no 4º bimestre (que é o último período letivo), quando normalmente, por falta de tempo e planejamento, os assuntos não são estudados em sua totalidade. O mesmo ocorre no 2º ano, no tema de “Geometria métrica espacial”, que é tão importante da formação dos conceitos de geometria do alunado, e que também está alocado no 4º bimestre. No 1º bimestre do 2º ano, o tema de geometria é explorado em “trigonometria”. Finalizando os conceitos de geometria, no 1º bimestre do 3º ano, há o tema é “Geometria Analítica” que, embora trate de geometria, o enfoque é algébrico.

ii) Concepção e análise *a priori*;

Essa fase, como relata Pais (2005), é onde ocorrem as “definições de variáveis que interferem na construção do fenômeno”. E essas variáveis serão “articuladas e devidamente analisadas no transcorrer da sequência didática”.

No cenário descrito acima, foi aplicado um questionário, com quatro questões dissertativas, envolvendo Geometria e Geometria Fractal, para 69 alunos do 2º e 3º ano de ensino médio. Esse questionário serviu para compreender as concepções iniciais dos estudantes, donde também ajudaram para melhorar a sequência didática, que foi o segundo momento da investigação com os alunos. As questões desse questionário foram: 1) O que é Geometria? 2) Onde os conceitos de geometria podem ser aplicados no cotidiano? 3) Como a geometria pode se correlacionar com a natureza? Cite alguns exemplos. 4) Como você definiria geometria fractal?

A aplicação do questionário foi feita em uma aula de 50 minutos, onde foi explicado o questionário e esperado que os alunos respondessem.

Nossa análise das respostas obtidas nos permitiu inferir que:

Em relação à Geometria, os alunos,

- Associam o conceito à altura, base, comprimento, medida, distância, lado, raio, linhas, retas, tamanho, ângulos, figuras específicas (triângulo, retângulo, hexágono, cubo etc.), Figuras ou desenhos (sem especificar), Formas, Proporções, Área, Volume, Cálculos (contas, fórmulas), números, perímetro, à Matéria, Disciplina, Ciência, com a Interdisciplinaridade.

- Além do mais, houve um aluno que definiu a geometria utilizando a etimologia, três alunos associando a tudo e dois alunos não sabendo definir o conceito.

Em relação às aplicações no cotidiano, os alunos,



- Associam a cálculos gerais (medições de terrenos, quantidade de pisos necessários para pavimentação etc.); cálculos relacionados a objetos geométricos; construções (casa, prédios etc.); em áreas do conhecimento; formas e formatos; em tudo, de forma mais geral; e alguns não souberam responder.

Em relação à aplicação de Geometria na Natureza, os alunos,

- Associam às formas, tamanhos, distâncias, comprimento, medidas. Cujos exemplos foram em árvores, rios, plantas, lagos, folhas, montanhas e rochas.

Mas essas respostas foram bem genéricas, sem muitos detalhes nas explicações.

Em relação à definição de Geometria Fractal, os alunos,

- Em sua maioria ou não responderam ou responderam de forma incorreta. Entretanto, houve uma minoria que respondeu que a Geometria Fractal está associada às frações, mas não é a definição completa. Logo, os alunos não conheciam perfeitamente a definição de Geometria Fractal.

iii) Aplicação de uma sequência didática

A sequência didática, segundo Pais (2005) “é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática”.

Num segundo momento, aplicamos a sequência didática com as seguintes subdivisões:

i) Construção, através da utilização de papel e tesoura, de objetos fractais; ii) Situações-problema que geraram o desenvolvimento da teoria da Geometria Fractal; iii) Histórico do desenvolvedor primordial dessa teoria: Benoît Mandelbrot; iv) Os primeiros exemplos de Fractais; v) Desenvolvimento das definições e teorias de Fractais; vi) Alguns exemplos de fractais presentes no cotidiano e na natureza; vii) Revisão de dimensões (donde aqui também foram exibidos os dois primeiros vídeos da série “*Dimensions: Une promenade mathématique*”, que é voltado às segunda e terceira dimensões); viii) Definição de Dimensão Fractal; ix) Exemplo de dimensão, como um novelo de lã, que pode ter de zero à três dimensões, dependendo da distância a qual se encontra de um observador e x) Aplicações Interdisciplinares.

Para a construção dos objetos fractais, com papel e tesoura, foram necessárias duas aulas: 100 minutos, pois foram construídos dois tipos. Para os demais itens, foram utilizadas três aulas: 150 minutos.

Em nenhum momento dessa segunda aplicação foi tratada especificamente a definição de Geometria. Para compreender melhor algumas partes dessa sequência didática, sugerimos que leiam Oliveira e Cardoso (2011).



iv) Análise *a posteriori* e Avaliação

Nessa última etapa da sequência da Engenharia Didática, é sugerido por Pais (2005) que seja feito o “tratamento das informações obtidas da aplicação da sequência didática”, e posteriormente, seja feita “uma validação que se dá em relação às hipóteses da pesquisa”.

O terceiro momento foi a reaplicação dos questionários, com as mesmas perguntas da primeira etapa, com duração também de 50 minutos.

Assim, nossa análise das respostas obtidas nos permitiu inferir que:

- Em relação à primeira pergunta, houve uma ampliação nas respostas, associando a geometria também com Demonstrações e provas, Espaço (onde a figura ocupa), limites territoriais, planos, propriedades e maneiras para descobrir medidas não triviais (fronteiras de países, por exemplo).
- Em relação à segunda pergunta, as explicações sobre as possibilidades de aplicações da geometria no cotidiano foram melhores redigidas, e menos generalistas.
- Em relação à terceira pergunta, os exemplos foram ampliados, como nuvens, sol, frutas, flores, brócolis, tronco de árvores, formato dos objetivos provenientes de recursos naturais, com a finalidade de aperfeiçoá-los.
- Em relação à quarta pergunta, os alunos responderam de acordo com os conteúdos que foram estudados nas diversas etapas que foram desenvolvidas.

Portanto, nossas hipóteses foram confirmadas, através das análises realizadas, dos questionários, respondidos pelos alunos e após a sequência didática, além das análises dos comportamentos dos alunos nas etapas desse projeto, validando, portanto, as hipóteses.

CONCLUSÕES

Percebeu-se que os alunos se interessaram bastante por essa forma de intervenção, com trabalhos manuais, utilização de vídeos didáticos e com o tema da Geometria Fractal, que não é habitual a eles.

Por mais que essa atividade tenha abrangido muitos alunos, e muitos terem gostado dela, são necessária outras aplicações de sequências didáticas semelhantes, em diferentes realidades educacionais, para que seja possível corroborar se essa é uma boa maneira de intervenção didática.



Além do mais, esse trabalho pode ser desenvolvido para a utilização em outros conteúdos geométricos, como por exemplo, cálculo de comprimento, largura, área e volume das construções com os fractais, que são paralelepípedos ou pirâmides.

O viés da interdisciplinaridade favoreceu as relações da geometria fractal com a natureza e de exemplificações de aplicações desta teoria.

Portanto, consideremos essa atividade positiva em relação ao ensino-aprendizagem e aconselhamos que seja ampliada e aplicada em diferentes níveis escolares.

Referências bibliográficas

Barbosa, R. M. (2005). *Descobrimo a geometria fractal: para a sala de aula*. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Falconer, K. J. (1985). *The geometry of fractal sets*. Cambridge. Cambridge University Press.

Leys, J; Ghys, E; Alvarez, A. (2010). *Dimensions: Une promenade mathématique*. http://www.dimensions-math.org/Dim_reg_ES.htm. <http://www.dimensions-math.org/> Consultado em 15/05/2011.

Mandelbrot, B. B. (1977). *The fractal geometry of nature*. New York: W H Freeman.

Morelatti, M. R. M. e Souza, L. H. G. (2006). Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as Novas Tecnologias. *Educar*, 28, 263-275.

Oliveira, F.A.P.V.S. & Cardoso, V.C. (2011). Geometria Fractal: A Matemática da Natureza. Actas del 3er Congreso Uruguayo de Educación Matemática, p.564-570, ISBN 978-9974-98-432-5.

Pais, Luiz Carlos (2005). *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa*. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Secretaria de Educação do estado de São Paulo (2008). *Proposta curricular do estado de São Paulo, Matemática, Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio*. http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/18/arquivos/Prop_MAT_COMP_red_md_20_03.pdf. <http://www.rededosaber.sp.gov.br/> Consultado em 08/02/2012.

Vieira, G. (2011). *O ensino de simetria no sétimo ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas: uma análise fenomenológica*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, Brasil.