



HACER MATEMÁTICA EN LA SALA DE INFORMÁTICA UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

María Ursula Zorba

Escuela de Enseñanza Media N° 348, Villa Constitución, Santa Fe, Argentina

Escuela de Enseñanza Media N° 205, Villa Constitución, Santa Fe, Argentina

Inst. Superior de Profesorado “Eduardo Laferriere”, Villa Constitución,

Santa Fe, Argentina

ursulaz@arnet.com.ar

Nivel Medio

Palabras claves: software graficador – función lineal – sistema de ecuaciones – sistema de inecuaciones – propuesta didáctica

Resumen

Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación están aquí. Es un buen momento para comenzar a aprovechar las oportunidades que nos brindan las TICs como material didáctico e incorporarlas de a poco en las prácticas docentes. La mayoría de los docentes desconocen la existencia de software específicos para Matemática o se niegan a utilizarlos porque consideran que no generan aprendizajes, pero la utilización de la computadora no deja de lado la tiza y el pizarrón, sino que es un material didáctico más que complementa nuestras prácticas. Depende de nosotros, los docentes, que a partir de su incorporación el trabajo de nuestros alumnos esté más motivado y sea, además creativo y reflexivo.

En el artículo se presenta una propuesta didáctica utilizando un software graficador y las actividades concretas realizadas por los alumnos, donde se interrelacionan funciones y álgebra.

Introducción

Esta propuesta didáctica se lleva a cabo desde hace tres años en la Escuela de Enseñanza Media N° 205 y en la Escuela de Enseñanza Media N° 348, ambas de Villa Constitución, provincia de Santa Fe, comenzando el primer año con función lineal, al año siguiente se incorporó sistemas de ecuaciones y éste último año sistemas de inecuaciones. Los objetivos planteados fueron incorporar las TICs como material didáctico (software de gráficos) en las clases de Matemática y, desarrollar y perfeccionar las habilidades de los alumnos para la resolución de problemas utilizando el recurso informático

Desde hace algunos años, trabajando en los CBC con mis colegas de las escuelas mencionadas, los contenidos curriculares de 1° Polimodal de Matemática están organizados de tal manera que los ejes Álgebra – Geometría y Funciones se desarrollen paralelamente para que los alumnos puedan establecer las relaciones existentes entre ellos, por ejemplo, que las ecuaciones se utilizan para hallar las raíces o ceros de una función, y que las gráficas de las funciones lineales son útiles para resolver sistemas de ecuaciones o inecuaciones. Las gráficas realizadas en el pizarrón por el docente o en la carpeta por los alumnos, presentan las dificultades de no poseer la exactitud necesaria en la solución de un problema y requerir demasiado tiempo de ejecución. Por ello la inquietud era acercar la computadora a la clase de Matemática, como material didáctico para tratar de superar estas dificultades, pero, conociendo diferentes software graficadores el problema que presentaba la mayoría de ellos, era el tiempo de aprendizaje de manejo del programa. El programa Graphmat supera las desventajas de otros software graficadores y suple las dificultades de la gráfica manual. Graphmat es un programa de tipo Freeware (gratuito) que se consigue fácilmente en Internet..



Incorporar las TICs en educación matemática

Hoy en día, los docentes en ejercicio necesitan estar preparados para ofrecer a sus estudiantes oportunidades de aprendizaje apoyadas en las TIC, para utilizarlas y para saber cómo éstas pueden contribuir al aprendizaje de los estudiantes. Las simulaciones interactivas, los recursos educativos digitales y abiertos, los instrumentos sofisticados de recolección y análisis de datos son algunos de los muchos recursos que permiten a los docentes ofrecer a sus estudiantes posibilidades, antes inimaginables, para asimilar conceptos. (UNESCO, 2008).

Como docentes más de una vez nos cuestionamos si estamos preparados para formar a nuestros alumnos para la sociedad que se avecina, nos replanteamos qué y cómo enseñar en la sociedad actual para mejorar su formación, para que logren integrarse a esa sociedad del conocimiento. Por que, como dice Isabel Cantón Mayo :“Es posible que estemos formando personas para una sociedad que está desapareciendo como tal... se entiende que la educación prepara para el mañana, pero el mañana no es la sociedad actual, es la sociedad del conocimiento. Un conocimiento que va a transformar profundamente las estructuras actuales. En Educación esta revolución tecnológica se debe basar sobre todo en los cambios de la metodología y en los contenidos de la enseñanza”.

La incorporación de las TICs en educación matemática se debe acompañar con cambios metodológicos que permitan desarrollar en nuestros alumnos la creatividad, la cooperación y el aprendizaje.

Domínguez y Santonja en su investigación sobre “Las TIC como herramienta educativa en Matemática”, afirman que: “A pesar de lo inmovilista que suele ser el mundo educativo (en el que en muchos casos seguimos utilizando las herramientas y procedimientos didácticos que se utilizaban hace siglos), es indudable que las TIC también están influyendo en modificar los métodos de la enseñanza. Somos de la opinión que esas tecnologías pueden servir para una mejor adquisición de contenidos por parte de los alumnos e, indudablemente, prepararlos de una forma satisfactoria para desenvolverse en una sociedad cada vez más tecnificada”. La educación actual en Matemática, no escapa al “inmovilismo del mundo educativo”, que no está utilizando toda la potencialidad de los nuevos materiales didácticos que están a su alcance, entre ellos la herramienta informática, como un medio más para el logro de aprendizajes. Pero, no solamente deben servir para la incorporación de contenidos, en ocasiones sirven para comprobar resultados o para reforzar conceptos y en otras, que son las más importantes, sirven para que el estudiante construya autónomamente su propio conocimiento.

La presencia de computadores en los hogares y en las escuelas, junto a la existencia de una gran cantidad de programas diseñados específicamente para "hacer Matemática", está lentamente, produciendo cambios metodológicos importantes y positivos en la enseñanza de la Matemática. Los computadores pueden constituirse en un laboratorio matemático que permite experimentar, desarrollar la intuición, conjeturar, comprobar, demostrar y en definitiva, "ver las situaciones matemáticas" de una forma práctica. Por esta razón, las Tic se han convertido en un valioso instrumento didáctico. (Arrieta, 2003)

El uso de las TIC en las tareas escolares debe complementarse con el uso de otros recursos didácticos, como son materiales manipulables, cuentos, bits de inteligencia, láminas ilustrativas, etc. Son un recurso más, muy potente



y atractivo, pero no el único que disponemos y su utilización no deja de lado la tiza y el pizarrón, tan esenciales a los docentes de Matemática.

Hay investigaciones sobre el uso de las TICs en Matemática, en España (“Las T.I.C. como herramienta educativa en matemáticas” de Jesús Fernández Domínguez y José Muñoz Santonja, “Nuevas tecnologías para la educación matemática: una asignatura pendiente” de Concepción Abraira Fernández) y en América Latina (“La computadora en el aula como recurso cognitivo” de J. Guadalupe Salcido Núñez, México; “La resolución de problemas en matemática y el uso de las TIC: resultados de un estudio en colegios de Chile” de G. Villarreal Farah, Chile; “Visualización y nuevas TIC” de Claudia Caruso, Laura Romeu, Gloria Suhit, Argentina), y todas remarcan los resultados positivos de su utilización en el aula siempre que el docente considere, como en cualquier actividad de enseñanza-aprendizaje, todos los aspectos que se deben tener en cuenta en la planificación.

Trabajemos con Graphmat

La metodología utilizada con los alumnos es trabajar una parte específica de la materia en la computadora a través de actividades que resuelven de manera grupal (dos o tres alumnos) en la sala de informática y cuyos resultados son registrados en la carpeta de manera individual. Posteriormente se realiza la socialización y la discusión de los registros poniendo de relieve los razonamientos y procesos seguidos por cada grupo.

Función lineal

La primera aproximación al trabajo con el software Graphmat se realiza involucrando el contenido Función lineal, tema que ya fue introducido en clases anteriores utilizando tiza y pizarrón. Los alumnos tienen como conocimientos previos la fórmula general de una función lineal (donde se trabajó con $f(x) = a x + b$ e $y = a x + b$) y la forma de la gráfica (con tabla de valores y por desplazamiento).

Los objetivos planteados para esta actividad son:

Objetivo general:

Asociar las gráficas con las fórmulas de las funciones.

Objetivos específicos:

- Relacionar la forma de la gráfica con la fórmula de la función.
- Deducir y generalizar la condición para que dos o más funciones lineales tengan representación gráfica paralela o perpendicular.

Se presenta una breve descripción del software, se les explica a los alumnos cómo buscarlo en la PC y se detalla para que trabajen con gráficos coloreados. Se aclara verbalmente que en el área de funciones de la pantalla donde se escribe la fórmula debemos colocar “y” porque el programa así lo requiere. El tema de las escalas sobre los ejes cartesianos se tratará en otra oportunidad.

A continuación se presentan las actividades que resolverían los alumnos.



Actividad n°1

TRABAJEMOS CON GRAPHMAT

Graphmat es un programa que se utiliza para realizar gráficos de funciones a partir de sus fórmulas. Lo utilizaremos para descubrir algunas particularidades de las funciones lineales y, ya que estamos, descubriremos particularidades de otras gráficas.

Graphmat tiene un icono de acceso directo, realizá doble clic sobre él. Si querés que los gráficos aparezcan coloreados, abrí VER, entrá en COLORES y elegí FONDO BLANCO, GRÁFICOS COLOREADOS.

FUNCION LINEAL

AHORA, A TRABAJAR !!!!!!!

1) Donde está el cursor tipeá la fórmula de la función $y = 2x - 3$, presioná **ENTER** y aparecerá la recta.

Observá y contestá:

- ¿Dónde corta la recta al eje y ? ¿Con qué coincide de la fórmula?
- ¿Dónde corta al eje x ? ¿Por qué?
- La gráfica que obtuviste, ¿es creciente, decreciente o constante? ¿Qué relación encontrás con la pendiente?

2) Escribí la fórmula de la función $y = -3 - 2x$, graficá y tratá de encontrar 3 rectas paralelas a ella. Escribí sus fórmulas, comparalas y extraé una conclusión.

3) Escribí la fórmula de una función lineal cualquiera (con $a \neq 1$), graficala y encontrá por lo menos 3 rectas perpendiculares a ella.

- Escribí sus fórmulas y comparalas con la original. Extraé una conclusión.
- ¿Cómo son entre sí las rectas que encontraste? ¿Por qué?

4) Hasta ahora trabajamos con funciones lineales porque respondían a la fórmula $y = ax + b$.

¿Qué ocurrirá si cambiamos el exponente de la x ? (probá con 2, 3, 4, etc). Utilizá el símbolo $^$ para potencia.

Ej: $y = x^2$ (Este símbolo aparece luego de presionar la barra espaciadora o presionando **Alt 094**).

Escribí las fórmulas que inventaste y dibujá aproximadamente su gráfica. ¿En alguna obtuviste una recta? ¿Por qué?

Apreciaciones de la actividad desde la didáctica específica:

En el primer punto se pretende que los alumnos relacionen que la ordenada al origen coincide con el valor de “ y ” en el que la recta corta al eje de las ordenadas y que la intersección con el eje de las abscisas es el cero o raíz de la función y no el valor de la pendiente, como suele pensarse. Además se busca que relacionen el valor de la pendiente con la inclinación de la recta.



En el segundo punto se pretende que los alumnos puedan descubrir las fórmulas pedidas y además que sean capaces de comparar, realizar una deducción y escribir una conclusión. Luego en la socialización de la actividad se verá qué grupo tuvo en cuenta los conceptos de pendiente y ordenada en esta búsqueda.

En el tercer ítem la dificultad es mayor que en el anterior y aunque la propuesta es similar, muchas veces hay que guiar un poco el proceso de los alumnos para que lo puedan resolver. Primero es preferible que entre todos se aclare el concepto de rectas perpendiculares, ya que algunos las confunden con las oblicuas.

En el último punto, como ya se planteó en los objetivos, se pretende que el alumno puede asociar fórmula y gráfica y, en un futuro, asociar la gráfica con la fórmula correspondiente.

Esta primera actividad está planificada para un módulo de 80 minutos. En la siguiente clase se procede a discutir grupalmente las respuestas y conclusiones, y además compartir los razonamientos utilizados en los puntos 2 y 3 para encontrar las fórmulas pedidas.

Éste también es un buen momento para que los alumnos comenten los aspectos positivos y negativos del trabajo realizado, ya que es su primer contacto con el programa, y puede servir de ayuda para planificar futuras actividades.

Los comentarios y apreciaciones de los alumnos sobre la primera actividad fué positiva, destacando como aspecto positivo el fácil manejo del software y la posibilidad de hacer matemática en la sala de informática. No destacaron aspectos negativos.

Sistemas de ecuaciones

En ésta segunda actividad se trabaja con el contenido Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, que ya fué introducido en la clase anterior a partir de una situación problemática, donde los alumnos hicieron la traducción al lenguaje simbólico, pero no pudieron resolverlo con los conocimientos que poseían en ese momento, lo que permitió crear la necesidad de nuevos conocimientos para su resolución. Se comentó sobre los distintos métodos de resolución, destacándose el método gráfico que se trabajaría la clase siguientes en la computadora.

En ésta actividad se incorpora el uso de escalas sobre los ejes que será requerida en la resolución de problemas. Existen dos posibilidades para cambiar las escalas: una es utilizar los comandos Acerca – Aleja y la otra es usar el comando Rango que se encuentra en el menú VER, que permite personalizar las escalas sobre los ejes de manera que la solución se haga bien visible.

Los objetivos planteados para ésta actividad son:

- Analizar las soluciones de un sistema de ecuaciones.
- Resolver problemas a partir del método gráfico.

A continuación se presentan las actividades que resolverán los alumnos.



ACTIVIDAD N° 2

TRABAJEMOS CON GRAPHMAT

Esta vez utilizaremos el programa para resolver sistemas de ecuaciones gráficamente, los gráficos obtenidos deben quedar registrados en tu carpeta. Este programa te permite acercar o alejar la gráfica cuando lo necesites a través de un zoom o podés utilizar Rango del menú VER.

SISTEMAS DE ECUACIONES

AHORA, A TRABAJAR !!!!!!!

1) Graficá las curvas que se corresponden con los siguientes sistemas y analizá la forma de la gráfica cada caso:

$$a) \begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 4y - 2x = -8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ 5x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - 1 = y \\ y - 2x = 3 \end{cases}$$

¿Cuál es la solución de cada sistema?

Extraé una conclusión relacionando la forma de la gráfica, la solución y las leyes de las funciones lineales en cada sistema.

2) Dada la función lineal cuya ley es $y = 3x - 2$, inventá otra para formar un sistema de ecuaciones tal que:

- a) no tenga solución;
- b) tenga una solución única;
- c) tenga infinitas soluciones;

3) Traducí a lenguaje simbólico los siguientes problemas y resóvelos gráficamente:

a) La sexta parte de un número es igual a la mitad de otro. Ambos números suman 80. ¿Cuáles son esos números?

b) El perímetro de un rectángulo es igual a 70 cm. La diferencia de sus lados es 15 cm. ¿Cuánto mide la base y la altura? ¿Cuál es su área?

c) Una familia va al zoológico y abona en concepto de entradas \$ 20, saliendo \$2 la entrada de los menores y \$5 la entrada de los mayores. Si los integrantes de la familia que fueron al zoológico son 7. ¿Cuántos menores y cuántos mayores hay?

Apreciaciones de la actividad desde la didáctica específica:

En el primer punto se pretende que los alumnos deduzcan cuál es la solución de cada sistema a partir de la observación de sus gráficas y, sean capaces de deducir la relación existente entre la gráfica y la solución en un sistema de ecuaciones.

En el segundo punto se desea que puedan inventar un ejemplo, considerando la deducción realizada en el punto anterior.

El tercer ítem está relacionado con la resolución de problemas, involucra la traducción al lenguaje simbólico (trabajada con anterioridad en ecuaciones con una y con dos incógnitas) que normalmente deviene en errores por parte de los alumnos, la gráfica del sistema y la verificación de la solución. En éste punto es necesario resaltar a los alumnos la posibilidad que brinda la gráfica de superar errores que se podrían presentar al traducir el



enunciado de los problemas. Muchas veces hay que guiarlos también con la utilización de las escalas sobre los ejes para que puedan visualizar las gráficas.

Esta segunda actividad está planificada para un módulo de 80 minutos, realizándose la socialización de la misma en la clase siguientes.

Sistemas de inecuaciones

En ésta tercera actividad se trabaja el contenido Sistemas de inecuaciones con dos incógnitas, que fué el último tema en incorporarse al trabajo con software del año. Los alumnos poseen como conocimientos previos inecuaciones con una incógnita e inecuaciones lineales con dos incógnitas, con sus respectivas representaciones gráficas de sus conjuntos solución.

Los objetivos planteados para ésta actividad son:

- * Deducir y aplicar el concepto de solución de un sistema de inecuaciones.
- * Resolver problemas a partir del método gráfico.

A continuación se presentan las actividades que resolverán los alumnos.

ACTIVIDAD N° 3

TRABAJEMOS CON GRAPHMAT

Los gráficos obtenidos en los distintos ítems deben quedar registrados en tu carpeta.

SISTEMAS DE INECUACIONES

AHORA, A TRABAJAR !!!!!

I) *Encontrá gráficamente el conjunto solución del siguiente sistema, escribí dos pares de puntos que pertenezcan a la ella y verificá:*

$$\begin{cases} y < 0 \\ y \geq x \\ y < -x - 2 \end{cases}$$

II) *Inventá y graficá un sistema de dos inecuaciones con dos incógnitas que no tenga solución.*

III) *Traducí al lenguaje simbólico los siguientes problemas y resolvelos gráficamente:*

1) *En una editorial el editor está autorizado a gastar como máximo \$ 3000 y el productor puede hacer gastos de hasta \$5000, pero entre los dos no pueden superar los \$7000.*

- a) *¿Cuál es la solución ideal para el promotor? ¿Y para el editor?*
- b) *¿Cuál te parece la solución más equitativa?*

2) *En un curso de capacitación para docentes se aceptan como máximo 40 inscriptos. Sólo pueden inscribirse maestros o profesores de manera tal que el número de maestros no sea mayor que el número de profesores.*

Nombrá por lo menos 5 conformaciones posibles de integrar el curso.



Apreciaciones de la actividad desde la didáctica específica:

En el primer ítem se pretende que los alumnos luego de graficar sean capaces de deducir el concepto de conjuntos solución de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y su verificación a partir de puntos que pertenezcan o no al mismo.

El segundo ítem procura que los alumnos tomen conceptos del Trabajo Práctico N° 2 (sistemas de ecuaciones que no tengan solución) y los apliquen a ésta actividad.

El tercer punto está planteado desde la resolución de problemas, donde se involucra la traducción al lenguaje simbólico y la interpretación del conjunto solución.

Esta actividad está planificada para un módulo de 80 minutos. La socialización y discusión sobre los trabajos grupales se llevará a cabo la clase siguiente.

Reflexión

La implementación de ésta propuesta didáctica fue altamente positiva desde sus comienzos, logró potenciar a los alumnos para que investiguen, deduzcan, elaboren conclusiones, conceptualicen, comparen, es decir, logró transformarlos, en cierta medida, en sujetos activos y constructores del conocimiento. Todos sabemos que nuestra área genera cierta negatividad en la mayoría de los alumnos y, se consiguió con ésta propuesta que esos alumnos que no participan normalmente en clase, trabajen en la computadora en las actividades propuestas con entusiasmo y compromiso.

Referencias bibliográficas

Abraira Fernández, C., *Nuevas tecnologías para la educación matemática: una asignatura pendiente*,

Aguirre, A. A., (2007), *Qué cambia y que permanece con el advenimiento de las TICs*, Novedades Educativas, 185, 80-81.

Arrieta, J., Lezama, P. y Velez, a., Servicio social comunitario: Una estrategia de acompañamiento para la incorporación de las TIC en los procesos escolares, obtenido 20 de enero de 2008, desde http://www.ribiecol.org/index2.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=54&Itemid=15

Cantón Mayo, I., *Nueva organización escolar en la sociedad del conocimiento*, Universidad de León, obtenido 21 de diciembre de 2007, desde www.dewey.uab.es/pmarques/dioe/canton.pdf

Cañellas, J., Negre, A. y Ibáñez, M., (1988), *Tecnología y medios educativos*, Buenos Aires, Argentina, Editorial Cincel – Kapeluz.

Caruso, C., Romeu, L. y Suhit, G., *Visualización y nuevas tecnologías*, Facultad Regional Bahía Blanca-UTN-Argentina, obtenido el 22 de enero de 2008, desde <http://jornadaie.unvm.edu.ar/p11>

Domínguez, J. F. y Santonja, J. M., (2007), *Las TIC como herramienta educativa en Matemática*, Unión Revista iberoamericana de educación matemática, 9, 119-147.



EUTEKA, (2008), *Estándares UNESCO de competencia TIC para docentes*, obtenido el 28 de enero de 2008, desde <http://www.eduteka.org/EstanderessocentesUnesco>

Krebs, G., (2007), *Las TICs como contenidos y recursos educativos*, Novedades Educativas, 194, 82-83.

Salcido Núñez, G., *La computadora en el aula como recurso cognitivo*, obtenido 17 de enero de 2008, desde <http://www.latarea.com.mx/articu/articu12/salci12.htm>

Molina Parra, O., (2003), *Uso de recursos informáticos en la educación matemática en la enseñanza básica*, Red Enlaces, Ministerio de Educación de Chile, obtenido 20 de diciembre de 2007, desde <http://archivos.czsa.cl/usuarios/czsa/AREA%20PEDAGOGICA/2006/MATERIALES/sem2006/s09>

Villarreal Farah, G., *La resolución de problemas en matemática y el uso de las TIC: resultados de un estudio en colegios de Chile*, obtenido 24 de febrero de 2008, desde www.uib.es/depart/gte/gte/edutec-e/revelec19/Villarreal.htm

Software Graphmatica, obtenido de <http://www.graphmatica.com/espanol/>

Se agrega en ANEXO las actividades realizadas por los alumnos.

ANEXO: Trabajos de los alumnos

Trabajo Práctico N° 1

Función lineal

1) (a) corta el eje y en -3 , en la fórmula coincide con la ordenada al origen. (b)

(b) corta el eje x en $1,5$; porque buscamos la ecuación

$$2x - 3 = 0 \rightarrow \text{cero o raíz de la función } (y=0)$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = 1,5$$

(c) La función es creciente porque su pendiente es positiva ($a > 0$)

2) $y = -3 - 2x$

3 rectas paralelas, fórmulas: $y = -10 - 2x$

$$y = 5 - 2x$$

$$y = -2x$$

La conclusión es que para que dos rectas sean paralelas tienen que tener igual pendiente.



③ ② Función lineal $y = 4x + 6$

$$\text{perpendicularas} \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 6 \\ y = -\frac{1}{4}x + 9 \\ y = -\frac{1}{4}x - 3 \end{cases}$$

Conclusión: para que dos rectas sean perpendiculares la pendiente de una es inversa y opuesta a la de la otra.

⑥ Son paralelas, porque tienen la misma pendiente.

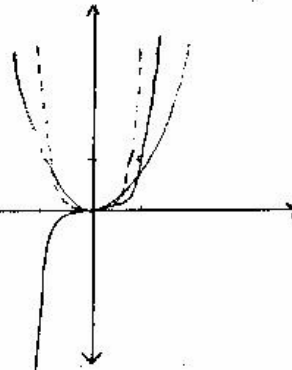
4) Función lineal: $y = ax + b$

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = x^4$$

No obtiene una recta porque no son funciones lineales.

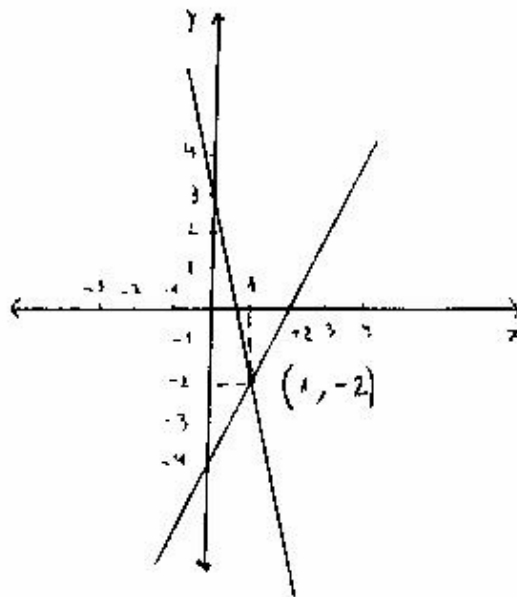


Trabajo Práctico N° 2

Sistemas de ecuaciones

Ejercicio 1:

b)



LAS RECTAS SON OBLICUAS PORQUE TIENEN PENDIENTES DISTINTAS. SE CORTAN EN EL PUNTO $(1, -2)$ QUE ES LA ÚNICA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.



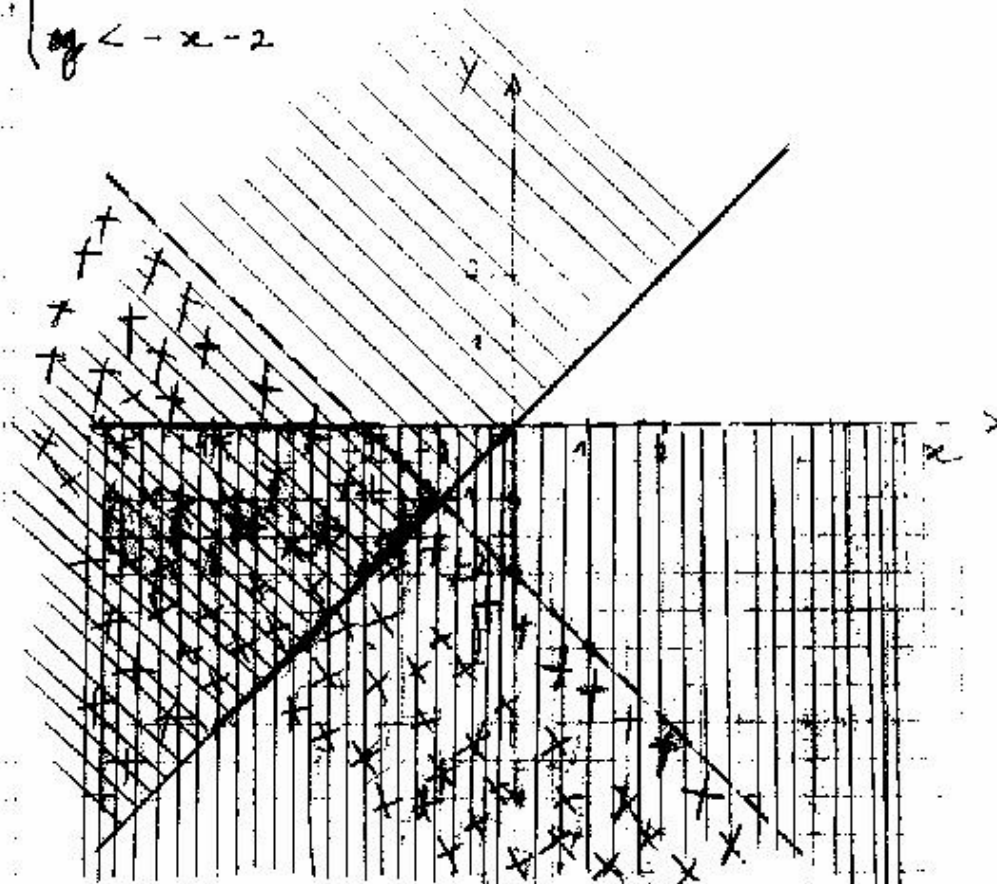


Trabajo Práctico N°3

Sistemas de inecuaciones

Ejercicio I:

$$\begin{cases} y < 0 \\ y \geq x \\ y < -x - 2 \end{cases}$$



$$P_1 = (-2, -2)$$

$$P_2 = (-4, -2)$$

para P_1 * +

$$\begin{aligned} -2 &< 0 \\ -2 &\geq -2 \\ -2 &< +2 - 2 \\ -2 &< 0 \end{aligned}$$

para P_2

$$\begin{aligned} -2 &< 0 \\ -2 &\geq -4 \\ -2 &< 4 - 2 \\ -2 &< 2 \end{aligned}$$





Ejercicio II:

II)

