¿Seno, diámetro y geogebra?

Autor: Stella Villalba Lemus
stellavi@vera.com.uy
Liceo "Dr. Juan Mª Falero" de San Bautista- Uruguay

Tema: Uso de Tecnología
Modalidad: Comunicación breve
Nivel: Medio
Palabras clave: Seno, Diámetro y Geogebra

Resumen: *Se trata de demostrar la propiedad a partir de la igualdad: a/sin(A) = Diámetro de la circunscripta, para lo cual primero, visualizamos con Geogebra a partir de una construcción guiada. Y luego demostramos la tradicional: a/sin(A) = b/sin(B).*
Una vez que se ha dado el tema "Arco Capaz" se retoma la demostración del primer enunciado
Esta forma de encarar el tema me ha permitido vincular y globalizar los conceptos; dando continuidad al desarrollo de los temas, y eliminando el error en la resolución de triángulos, de tomarlos como rectángulos y aplicar las tradicionales "fórmulas".

¿Por qué, (y en qué), creo que este enfoque con geogebra cambió los resultados obtenidos?

Una de las dificultades que se me presentaban, sobre todo al evaluar, se relaciona con los conocimientos previos de trigonometría. Al presentar a mis alumnos un triángulo no rectángulo, para resolver aplicando el teorema del seno, ellos pretendían hacerlo aplicando las "fórmulas trigonométricas" aprendidas en el curso anterior.

Aunque en el desarrollo se aclare que la propiedad es válida para cualquier triángulo, **si demuestro esa propiedad para justificar su aplicación**, desde la igualdad de razones, vuelvo al triángulo rectángulo y a las mencionadas "fórmulas".

En cambio, si observamos la actividad inicial, se menciona: "sin(A)",pero en ningún momento se trabaja en triángulo rectángulo, ni se menciona la razón:

cateto opuesto/hipotenusa

La multiplicidad de triángulos en que se verifica la igualdad con el diámetro, solo con mover el cursor arrastrando los vértices, y luego cambiando el par lado-ángulo, permite una ejercitación aún sin la demostración previa. Cosa que no sería aceptable en un curso de bachillerato.

Si, parece que la única virtud es la gran variedad de triángulos siempre……pero en este tema además debemos considerar la exactitud de las mediciones.

¿Ha tratado alguna vez de que todo un grupo trace la circunscripta de un triángulo con éxito como para luego tomar medidas? ¿Y de varios triángulos para generalizar?

Más aún: ¿ha logrado que midan ángulos y lados con la precisión necesaria para obtener la clásica igualdad de razones **de manera de que se convenzan de ella?**

He desarrollado este tema de esta manera desde que vi la propiedad planteada como un ejercicio en el libro: Cabrera y Medici (Cabrera & Medici, 1960, pág. 178) Elementos de trigonometría.

He modificado la actividad inicial, tratando de mejorarla año a año.

Los alumnos con sus historiales matemáticos diferentes, y sus preferencias dentro del programa han pautado cada año el orden de los temas que se vinculan con este, pero no he encontrado razón para volver al enfoque anterior.

Destaco la transversalidad que permite este desarrollo del tema, al relacionarlo con funciones, ecuaciones, construcciones geométricas, (todos temas del programa de 4º año); así como la plasticidad en cuanto al momento de pasaje de un tema al otro, guiado por el interés del alumno.

Comentarios:

Aclaro que no tengo en cuenta la racionalización de denominadores porque pretendo demostrar que la razón **a/sin(α)** es el DIÁMETRO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRIPTA

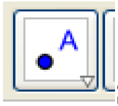
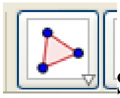
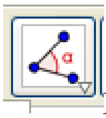
De esta manera el desarrollo del tema fluirá entre teoremas, aplicaciones, demostración de la igualdad de las razones, construcciones, lugar geométrico, demostración del valor de la razón

Se hace la demostración clásica de la igualdad de las razones: $\frac{a}{\sin(A)}$, $\frac{b}{\sin(B)}$ y $\frac{c}{\sin(C)}$, pero al haber visualizado la igualdad de la razón con la medida del diámetro, a los alumnos se les presenta como "PENDIENTE" la "otra parte" de la demostración; y eso justifica el desarrollo del tema Arco Capaz. (independientemente de la ejercitación clásica que hacemos al resolver triángulos).

Luego de desarrollado el lugar de Thales, se retoma la demostración.(ver archivo ggb activando las casillas de verificación)

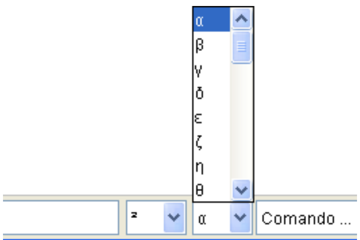
A continuación presento la guía de trabajo que entrego a los alumnos:

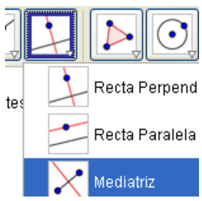
Actividad con geogebra

- Abre un archivo de geogebra
- Haz clik derecho en cualquier lugar del plano y desactiva los ejes
- Selecciona el comando punto y marca tres puntos no alineados
- Selecciona "polígono" para trazar el triángulo, haz clik en A,B,C y de nuevo en A para validar (cerrar) el triángulo. Observa que en la hoja aparece "polígono 1" y el área del triángulo, así como las medidas de los lados a,b,y,c.
- Elige el comando ángulo para medir el ángulo en A. Tienes que marcar los tres puntos siguiendo las agujas del reloj, para medir cada ángulo;" (si marcas --A--, te da la medida del ángulo con vértice en A)

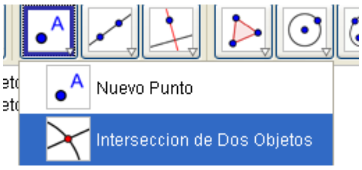
  El programa te marca los ángulos en el interior del triángulo, y nombra las medidas con letras griegas
- En el campo de entrada, ingresa lo siguiente: **a/sin(α)**

  (estamos de acuerdo que la medida del ángulo OPUESTO al **lado a**, es α)
- Para poner letras griegas selecciónalas del menú

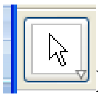


- Observa que en la hoja algebraica que aparece un nuevo número; es el cociente que resulta de esta división. (Puedes insertarlo como texto en la pantalla)
- Nuestro próximo objetivo será trazar la circunferencia circunscripta al triángulo ABC, para eso en el ícono de recta perpendicular despliega el menú y elige mediatriz. Luego haz clik en cada uno de los lados (para que se despliegue el menú hay que clikear en el pequeño triángulo) 

- En el comando punto selecciona "punto en intersección" luego clik en dos de las mediatrices trazadas y se marca el punto de corte. (es el circuncentro)



- Luego selecciona circunferencia y señala ese punto y A. Debe quedar una circunferencia que pase por los tres vértices

- En este momento activa el cursor y arrastra A, B o C. Observa cómo las medidas cambian en la hoja, pero la circunferencia sigue pasando por los tres

Ahora vamos a buscar una manera de medir el diámetro de la circunferencia…………….
Luego saca tus conclusiones……

- Como siempre, personaliza los elementos que quieras usando el botón derecho y seleccionando "propiedades "

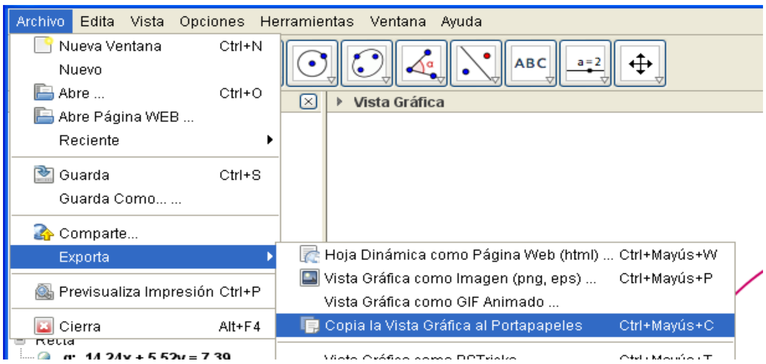
Luego responde a las preguntas:

¿Pasaría lo mismo si en lugar de **a/sin(α)** , consideramos: **b / sin(β)**?

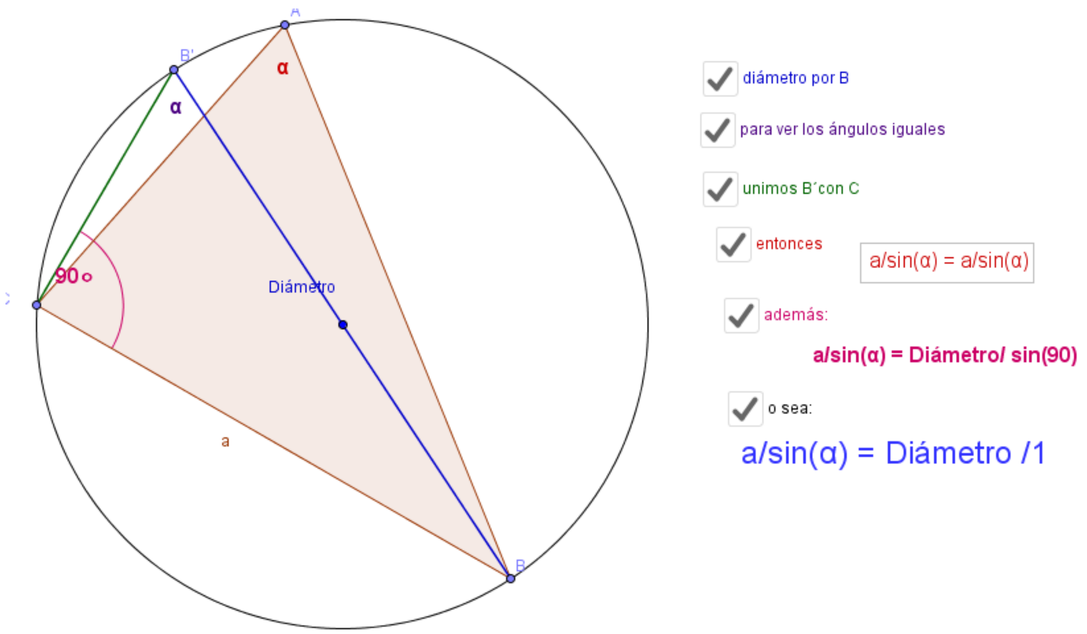
¿Pasaría lo mismo si considero primero la circunferencia, su diámetro y cualquier triángulo inscripto en ella?

- Estas respuestas las respaldamos con los cálculos en geogebra y una construcción

Para copiarlo en Word e imprimir ese archivo, vas a "Archivo", "Exporta", Copia la vista gráfica en el portapapeles" y luego lo pegas en Word.



 ISSN 1688-9886



Bibliografía:

Cabrera & Medici, (1960) Elementos de trigonometría.