

A CONCEPÇÃO DO ALUNO SOBRE DEPENDÊNCIA E INDEPENDÊNCIA LINEAR SEGUNDO A TEORIA APOS

Anailza da Silva Cazumbá - Maria Eliana da Cruz Silva - Midiele Dantas Gomes
izacazumba@yahoo.com.br - ellianasilva6@gmail.com - midieledantas@hotmail.com
Universidade do Estado da Bahia – UNEB

Resumo:

O presente trabalho objetiva analisar a concepção dos alunos em relação à definição de Dependência e Independência Linear que fizeram o curso de Álgebra Linear no Campus II da UNEB sobre o conceito de Dependência e Independência Linear segundo a teoria APOS de Dubinsky. É comum nos depararmos com estudantes que fazem o curso de Álgebra Linear no Ensino Superior e eles apresentarem algumas dificuldades na aprendizagem dos seus conceitos, principalmente por ser uma disciplina abstrata. Essa questão foi a maior incentivadora para o desenvolvimento desse trabalho. A Teoria APOS, que se baseia nas teorias da construção cognitiva desenvolvidas por Piaget para as crianças, surgiu da procura de como se dá o processo de construção de conceitos matemáticos e na procura de como se comporta a estrutura cognitiva desenvolvidas nesses processos. Por isso desenvolvemos esse trabalho baseado em questionários que buscam identificar quais foram os conceitos concebidos por eles durante apresentação do conteúdo. Traremos o questionamento: Será que essas etapas apresentadas por Dubinsky realmente são válidas ao se conceber o conteúdo? Através da análise dos resultados pudemos observar que realmente o processo e a estrutura cognitiva defendida pela teoria APOS acontecem.

Palavras-Chave: Álgebra Linear, Dependência e Independência, Teoria APOS.

1. Introdução

Ao longo do seu desenvolvimento a Álgebra Linear alcançou um lugar privilegiado devido a sua contribuição em diversos campos. Devido a esse fato, hoje ela está inserida em diversos currículos de ensino superior na área de exatas, como as engenharias, química, matemática, análise de sistemas, entre outros. Lay (1997) afirma que a Álgebra Linear tem mais importância para os estudantes, do que qualquer outra área da matemática.

Porém, por ser uma área abstrata da matemática e que utiliza da estrutura axiomática nos seus conceitos, muitos estudantes devido a ser um uma metodologia nova e diferente do que eles estavam acostumados a trabalhar sentem uma certa resistência na compreensão dos seus conceitos. Devido a esse fato, estudos estão surgindo nos últimos

anos com o intuito de investigar como se comporta a estrutura cognitiva do sujeito que é deparado a conceber conceitos matemáticos.

A teoria APOS (Action – Process – Object – Success) de Dubinsky (2001) traz uma proposta de modelo cognitivo de como esse processo se comporta. E neste trabalho nos debruçaremos sobre ela para entender como o autor acredita que se dar esse processo e, além disso, verificar se a teoria realmente é válida.

1. Pensamento Matemático Elementar e Pensamento Matemático Avançado.

Para Tall (2002) o desenvolvimento do pensamento matemático se divide em dois, o pensamento matemático avançado e o pensamento matemático elementar. O pensamento matemático elementar de acordo com Domingos (2003), “foca-se essencialmente na descrição dos objetos feita apenas com base nas suas propriedades concretas e na sua manipulação experiencial. Também parte dos processos de representação e abstração que, para o nível de ensino considerado, apresentam um grau de complexidade baixo. (TALL, 2002, p. 79)”. Portanto ao se entender os conceitos tidos como mais simples na matemática o indivíduo esta utilizando do pensamento matemático elementar.

A partir do desenvolvimento do pensamento matemático elementar, o indivíduo pode chegar a desenvolver o pensamento matemático avançado. Segundo Tall (2002), para que o pensamento passe do elementar para o avançado é preciso que inicialmente o sujeito assimile os métodos axiomáticos, teoremas, definições e conceitos relacionados à matemática. A partir dessa transição os objetos são mais bem interpretados e, além disso, são assimilados mais facilmente pelos alunos.

Assim, Dreyfus (1991) considera que o pensamento matemático avançado definiu-se por meio de uma seqüência de processos que interagem entre si como, Representar, visualizar, generalizar, ou ainda, classificar, conjeturar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair ou formalizar são processos que o autor menciona do pensamento matemático avançado. Portanto, esses processos desenvolvem através da relação entre o sujeito e o objeto para que se possa então surgir o pensamento matemático avançado.

2. Teoria APOS

A teoria APOS surgiu da necessidade percebida por Lewin e Dubinsky (2001) de quando o professor se propõe a ensinar um novo conceito matemático, ele está na verdade provocando o desenvolvimento da estrutura cognitiva do seu aluno.

Segundo Piaget (1976) a estrutura cognitiva é um complexo de esquemas de assimilação que, acarretam a organizar-se segundo os modelos matemáticos de grupo e rede. O autor ainda considera tudo no comportamento (motor, verbal e mental) parte da ação. Mesmo a percepção é, para ele, uma atividade e a imagem mental é uma imitação interior do objeto.

A teoria APOS foi elaborada por integrantes do grupo de pesquisa RUMEC (*Research in Undergraduate Mathematics Education Community*)⁶ encabeçado por Ed. Dubinsky, que se dedica a estudar a natureza e o desenvolvimento do conhecimento matemático de universitários e fundamentou-se na necessidade de:

[...] considerar os processos mentais pelos quais novos conceitos abstratos são adquiridos. [...] Essa necessidade ocorreu pela percepção dos autores, de que o professor ao tentar ensinar uma nova noção está, na verdade, induzindo o desenvolvimento cognitivo de seu aluno. (DUBINSKY e LEWIN, 1986, p.5)

Essa é uma teoria cognitivista que tem como objetivo compreender como ocorre a construção de conceitos matemáticos por uma pessoa que está começando a compreender um conceito. Além disso, busca entender como o estudante utiliza o conhecimento adquirido para construção de novos conceitos.

A compreensão do que seria conhecimento para Piaget, onde o conhecimento se dá através da mediação do sujeito com o alimento cognitivo, de acordo com Dubinsky e Lewin (1986) desde o principio são produzidas e passam por mudanças sistemáticas de vários graus, e ainda,

São métodos de ação sobre o mundo como um sistema organizado de transformação. Elas são construídas progressivamente por meio de interação com os alimentos cognitivos e progressivamente reconstruídas como

resultado das interações continuadas com os últimos alimentos cognitivos, em um processo chamado ‘abstração reflexiva’ (DUBINSKY e LEWIN, 1986, p. 59)

Os autores consideram que a abstração reflexionante é considerada o método mais eficaz de equilíbrio e, além disso, é a cognitivamente mais significativo por passar por um período de desconstrução para posteriormente construir algo ainda maior.

Nessa pesquisa, discutirei as seguintes abstrações reflexionantes: *interiorização, encapsulação, generalização, coordenação e reversibilidade*. Das quais foram discutidas por Piaget (1976) e selecionadas por Dubinsky (1991) que selecionou quatro que trata como indispensável para o desenvolvimento do pensamento matemático avançado e outra que Piaget não considera, porém Dubinsky (1991) acha importante, formando um grupo de cinco formas de construção.

3. Tipos de Abstrações Reflexionantes

Na *interiorização* o sujeito pode construir ações sobre um objeto matemático que podem ser sem realizar todos os passos descritos durante a ação e, além disso, podem ser executadas mentalmente. Dubinsky (1991, p. 101) afirma que a interiorização é notada quando o sujeito epistêmico torna-se habilitado a “usar símbolos, linguagem, desenhos e imagens mentais [...] para representar (...), isto é, para construir processos internos, como forma de dar sentido às percepções sobre os fenômenos observados”.

A *encapsulação* é a conversão de um processo (dinâmico) em um objeto (estático). Esta abstração é tida por Dubinsky (1991) como talvez a mais importante (na matemática) e a mais difícil (aos estudantes). Porém é necessário que o estudante esteja consciente desse processo.

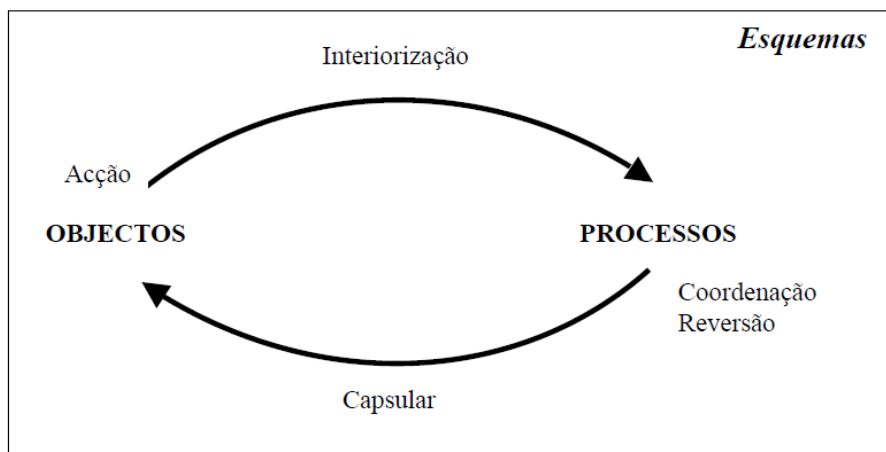
A *coordenação* diferente da chamada coordenação geral de ações mencionadas por Piaget é a “composição ou a coordenação de dois ou mais processos para a construção do novo” (DUBINSKY, 1991, p. 101). Além disso, podemos ter a junção de objetos para focalizar em um novo objeto, ou ainda, a composição de ações com processos para se obter uma nova ação.

A *generalização* para Dubinsky (1991, p. 101) acontece quando um indivíduo aprende a aplicar um esquema já existente a uma vasta coleção de fenômenos, podemos então dizer que o esquema foi generalizado.

E por fim, temos a *reversibilidade*, este foi o tipo de abstração reflexionante que foi introduzida por Dubinsky. Em sua definição Dubinsky (1991, p. 102) descreve que uma vez que o processo existe internamente é possível, para o sujeito, pensar nele inversamente, não necessariamente no sentido de anulá-lo, porém como forma de construir um novo processo que consiste em inverter o processo original.

4. Em que se baseia a teoria

Contrill e outros (1996) consideram que o conhecimento matemático é uma tendência individual para responder um problema pela construção, reconstrução e organização mental, de processos matemáticos e objetos que são possíveis de tratar com a situação, em um contexto social. Diante dessa perspectiva eles citam três tipos de conhecimento matemático, *as ações, os processos e os objetos* que se organizam em estruturas que são apontados por esquemas. Assim, no esquema as ações são interiorizadas em processos que posteriormente são encapsulados em objetos matemáticos. A figura 1 a seguir representa a maneira o processo de construção dos esquemas.



Fonte: Domingos, 2006, p.24

A *ação* é tida como qualquer transformação física ou mental de objetos, de forma algorítmica, acarretada em resposta a estímulos externos ao indivíduo, para se obter um novo objeto.

Um *processo* é a transformação de um ou mais objetos que tem como principal característica o fato de que o sujeito passa a ter o controle sobre toda a sua transformação, ou seja, ele é capaz de identificar e analisar todos os passos da transformação sem necessariamente realiza-los.

Os *objetos* é formado através do capsular de um dado processo, que somente é alcançada quando o sujeito está refletindo ao processo como um todo.

5. Análise dos dados

O presente trabalho foi realizado com dez estudantes de diversos cursos da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), no intuito de analisar como se deu a concepção da definição do conceito de dependência linear nos mesmos e aplicados segundo a disponibilidade de cada um.

Para a coleta de dados, como instrumento metodológico utilizamos o questionário estruturado com questões pertinentes aos questionamentos que levantei no meu trabalho, foi formulado com quatorze questões sendo que as seis primeiras são de informações pessoais de cada participante e as demais aplicadas ao objetivo da pesquisa. Além disso, possuía oito questões de múltipla escolha e seis questões subjetivas, ou seja, abertas, portanto se caracteriza por um questionário semiaberto.

Através das descrições anteriores de cada aluno, é possível verificar que quatro deles conseguiram realmente interiorizar o conceito de Dependência e Independência Linear, que foram os alunos 1, 2, 4, 5 e 8 pois além de saberem defini-lo foram capazes de visualizar e classificar geometricamente os conjuntos de vetores apresentados.

Dos demais alunos podemos concluir, que não tiveram sucesso na compreensão do conteúdo apesar de alguns passarem por algumas das etapas, como a interiorização foi possível constatar também que tiveram alunos que apresentaram a concepção ação em relação ao conteúdo, pois limitaram-se sua compreensão a produção da ação de verificar se o conjunto era LD (linearmente dependente ou LI (linearmente independente).

6. Considerações finais

Através da discussão apresentada neste trabalho que buscamos analisar a concepção dos alunos que já fizeram o curso de Álgebra Linear sobre dependência e independência linear e, além disso, identificar e discutir como se deu a construção desse conceito. Foi possível perceber que realmente a teoria APOS defendida por Dubinsky acontece no desenvolvimento da estrutura cognitiva dos alunos, quando eles conseguem passar por todas as fases das abstrações reflexionantes, interiorizando a ação e a encapsulando e transformando em objeto, validando a teoria para o público em análise.

Segundo a teoria que discutimos ao decorrer do texto foi possível constatar que quando os sujeitos são capazes de passar por essas etapas com sucesso, eles demonstram ter compreendido verdadeiramente o conceito do mesmo.

Referências Bibliográficas

- Jim Contril, Ed Dubinsky, Devilyna Nichols, Keith Schwingerdof, Karen Thomas & Draga Vidakovic. (1996). *Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process schema*. Journal the Mathematical Behavior, 15(2), 167-192.
- Tommy Dreyfus. Advanced Mathematical Thinking Processes. (1991) In: TALL, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Holanda: Kluwer Academic Publishers, p. 25-41.
- Ed Dubinsky & Philip Lewin (1986) Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of Induction and Compactness. In: *Journal of Mathematical Behavior*. 5. V., n. 1. p. 55-92. Disponível em: <http://www.match.kent.edu/~edd/RAMED.pdf>. Acesso em: 15 mai. 2013.
- Ed Dubinsky (1991) Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: TALL, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Ed Dubinsky. *Teaching and Learning Abstract Algebra and Linear Algebra: A Unified Approach*. (2001) In: H. Chick, K. Stacey, J. Vicent, & J. Vicent (Eds.) Proceedings of the 12th ICMI Study Conference, 1,2,3 v.: The Future of the Teaching and Learning of Algebra. Melbourne University, p. 705-712.
- Antonio Domingos, A. *Compreensão de conceitos matemáticos avançados – a matemática no ensino superior*. (tese de doutorado, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova Lisboa). Lisboa, 2003.

5. Quais as suas expectativas com o curso?

6. Qual o semestre que você está cursando?

7. Você já cursou a componente Álgebra Linear?

Sim Não

8. Você sentiu alguma dificuldade no curso de Álgebra linear?

sim não

9. Você saberia definir qual o conceito de vetores linearmente dependentes e linearmente independentes?

sim não

10. Se sim, você demorou a entender esse conceito?

sim não

11. Qual o processo que você utilizou para entender esse conceito?

resolução de questões,

estudando exercícios resolvidos

Estudando através da teoria e depois resolver exercícios

Outro modo

Se de outro modo, descreva:

12. Você consegue visualizar geometricamente o que seriam vetores LI ou LD?

() sim () não

13. Classifique os conjuntos de vetores em L.I. ou L.D.

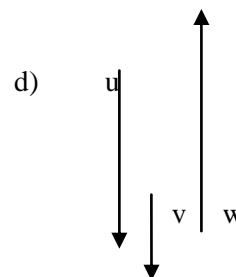
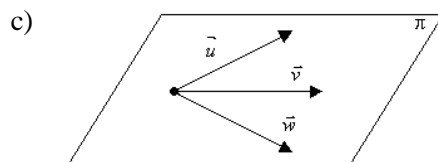
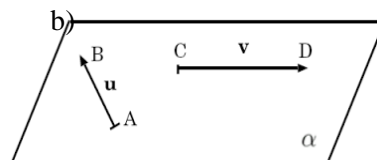
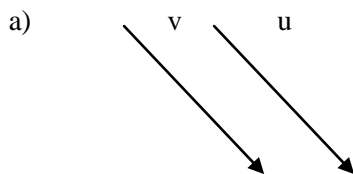
$\{(-1, 1, 1); (0, 1, 0)\}$

$\{(1, 0); (0, 1); (1, 2)\}$

$\{(1, 0, 0); (0, 1, 1); (0, 0, 1)\}$

14. Você utiliza o conceito de dependência ou independência linear para a construção de um novo conceito em álgebra Linear? Se sim, qual?

15. Classifique os vetores em LI ou LD:



Obrigada Pela sua colaboração!

Midiele Dantas Gomes