SECÇÕES CÔNICAS E USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS

Nayara Ramíres Mota de Sousa – Paulo Augusto Souza Pimentel
Lissa Nareli dos Reis Portela – Aldenize Ruela
nayara.ramires@live.com.pt – pimentel.dantes@gmail.com –
lissanareliportela@hotmail.com –
Universidade Federal do Oeste do Pará, Brasil

Tema: Materiais e Recurso Didáticos para o Ensino e Aprendizagem da Matemática.
Modalidade: Feira Matemática
Nivel educativo: Médio (11 a 17 anos)
Palavras chave: Cônicas; Geometria no Ensino Médio; Material Concreto;

Resumo

Este trabalho tem como objeto de estudo as Secções Cônicas apoiado na teoria de Brousseau, a teoria da situação didática. Exploramos a construção das cônicas utilizando alguns aparatos eletrônicos visando destacar o estudo da Geometria no Ensino Médio. Estes conteúdos, apesar da vasta aplicação nos mais variados campos, são difíceis de ser trabalhado, muitas vezes relacionado ao pouco período de tempo que o professor ministra a aula e quando isso acontece, geralmente, é apenas de forma analítica. Portanto, este trabalho vem de encontro a este problema, propondo aos educadores o uso de dois materiais manipuláveis, o primeiro conhecido como 'Conjuntos para Figuras de Revolução' que permite ao aluno visualizar as diferentes figuras obtidas a partir de diversas secções, e o segundo chamado de 'Bilhar Elíptico' que permite ao aluno visualizar uma das aplicações da elipse e sua propriedade bissetora. O enfoque principal deste trabalho será dado às cônicas formadas na secção do cone. Pretendemos que a metodologia utilizada proporcione ao aluno avançar seus conhecimentos a respeito do tema, pois acreditamos que as ferramentas de apoio são de fundamental importância na prática pedagógica.

1-Introdução

O presente texto possui como tema central o estudo das Cônicas (elipse, parábola e hipérbole) no Ensino Médio e objetiva apresentar algumas ferramentas de apoio ao professor para o ensino destas curvas.

Para início de conversa, concordamos com Gallego (2007) quando cita que o "conhecimento matemático oferecido pela maioria das escolas, apresenta-se sob um viés conteúdista e uma metodologia apontada como obsoleta". Portanto, acreditamos que o atual modelo de ensino seja um dos grandes causadores do insucesso dos alunos.

A forma como os conteúdos são repassados durantes as aulas já não atraem mais os estudantes, pois o professor continua impondo métodos mecânicos de resolução de exercício, enquanto que os alunos continuam a receber passivamente os assuntos da aula ministrada, fazendo com que o principal objetivo que é a aprendizagem do aluno seja inalcançado.

Em função deste cenário exposto, para que tanto o ensino quanto a aprendizagem em matemática eleve sua qualidade, e que as aulas passem a ter significado para os alunos, é necessário que se busque uma metodologia de ensino que de fato acompanhe o processo de aprendizagem.

É sabendo disso que propomos neste trabalho a teoria das situações didáticas desenvolvida por Brousseau (1986), um dos pioneiros da Didática Matemática e pesquisador do IREM (Instituto de Investigação do Ensino de Matemática).

Diferente da maioria das metodologias de ensino, a aqui proposta tem como objeto de estudo a relação e a situação didática entre três elementos fundamentais: o professor, aluno e o saber. Nesta relação, a principal função do professor, segundo Pommer (2008), é "providenciar situações favoráveis" para que o aluno como investigador (pesquisador) transforme o saber de um determinado tema em conhecimento. Portanto, o docente cria um ambiente favorável à elaboração de conceitos e conhecimento matemático para que o aluno estabeleça sua própria definição.

O professor por meio de atividades complementares, por exemplo, o uso de aparatos tecnológicos como o caso deste artigo, propõe aos estudantes problemas para que eles possam refletir, agir e, portanto, elaborar seu conhecimento. Brousseau dar a essas situações o nome de situações a-didáticas, sendo estas inseridas no que determinou de situações didáticas.

Na concepção de Lopes (2012), a situação didática é considerada o "conjunto das diferentes formas de apresentação do conteúdo matemático que possibilitam uma melhor definição do significado do conhecimento para o aluno". Nesse momento o aluno passa a ter liberdade no ato de construção do conhecimento, passando a ser um sujeito ativo, diferente do indivíduo que o modelo tradicional de ensino cria, sujeito passivo.

O objetivo dessa teoria, ainda de acordo com Lopes (2012) é "caracterizar um processo de aprendizagem e modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos", abordando e analisando o processo de aprendizagem em quatro fases distintas, porém complementares**:** ação, formulação, validação e institucionalização. A seguir veremos detalhadamente cada curva, suas aplicações e a atividade proposta.

2-As cônicas

Para a maioria dos historiadores, o estudo das cônicas incialmente se deve a Menaecmus, mas foi dado a Apolônio todo o mérito de elaboração dessas curvas por meio das secções planas em uma superfície cônica bem como o de unir todo o conhecimento anterior a respeito do tema em sua obra prima *As Cônicas*, que de acordo com Lopes, esta obra era “composta por oito volumes (aproximadamente 400 proposições)”.

Foi Apolônio também que estabeleceu o uso do cone duplo, como vemos na figura 1, de eixo e e vértice V.

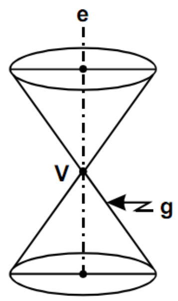


Figura 1: Cone duplo

A partir de agora trataremos das definições de cada cônica: hipérbole, elipse e parábola, elucidando algumas das suas aplicações no cotidiano.

1.1) Elipse

Definição: Elipse é o lugar geométrico dos pontos para os quais a soma da distância de um ponto $P(P_x; P_y)$ da curva aos focos $F_1(-c; 0)$ e $F_2(c; 0)$ é constante. O segmento determinado pelos focos é denominado distância focal.

Elementos da elipse:

Na figura abaixo, consideremos a elipse com centro na origem $O\ (0; 0)$. $A_1, A_2, B_1\ e\ B_2$ são os vértices das elipse. Apesar do abuso de linguagem, consideraremos o segmento de reta formado pelos pontos $B_1(0; b)$ e $B_2(0; -b)$ como eixo menor definida por $2b$ e a reta definida pela distância dos pontos $\overline{A_1A_2}$ como eixo maior, cujo comprimento é $2a$. A distância focal é $2c$.

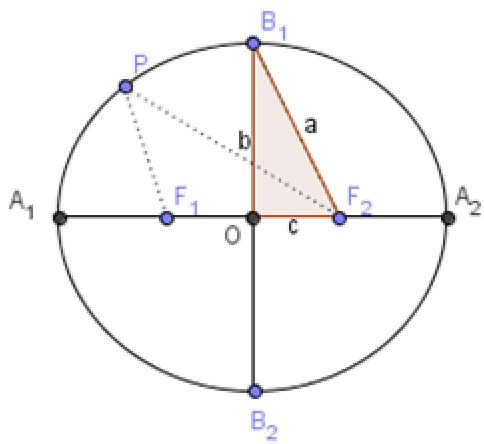


Figura 2: Elementos da Elipse

Construção de uma elipse:

- Sobre uma tábua fixe dois pregos;
- Use um fio maior que a distância desses pontos, e fixe suas extremidades em cada prego.
- Pegue um lápis e estenda o fio ao máximo sobre a tábua e movimente o lápis de um lado para o outro;

Dessa forma determinamos o lugar geométrico dos pontos de uma elipse e observamos que de acordo com a definição a soma das distâncias de um ponto aos focos é sempre constante.

Quando um plano α secciona somente um das folhas do cone e, sendo este corte oblíquo porém não paralelo a geratriz, determinamos uma elipse.

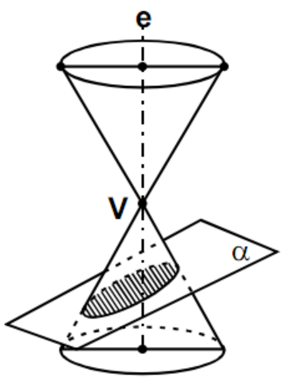


Figura 3: Um plano α seccionando apenas uma folha do cone gerando a elipse

1.2) Hipérbole

Definição: É o lugar geométrico dos pontos em que a diferença, em módulos, da distância de distintos pontos aos focos F_1e F_2 é constante.

Elementos da hipérbole:

Os dois pontos A_1 e A_2 da hipérbole, são colineares os focos F_1 e F_2 O segmento $\overline{A_1A_2}$ é denominado eixo transverso da hipérbole igual a 2a com a>0. Designamos que a diferença das distâncias de um ponto da hipérbole aos focos é 2a

O segmento $\overline{B_1B_2}$ é denominado eixo imaginário da hipérbole. Definindo como *2c* a distância entre os focos da hipérbole e *b* a medida do eixo imaginário, é válida a relação

$c^2 = a^2 + b^2$ sendo a a medida do semieixo transverso, b a medida do semieixo imaginário e c a metade da distância entre os focos.

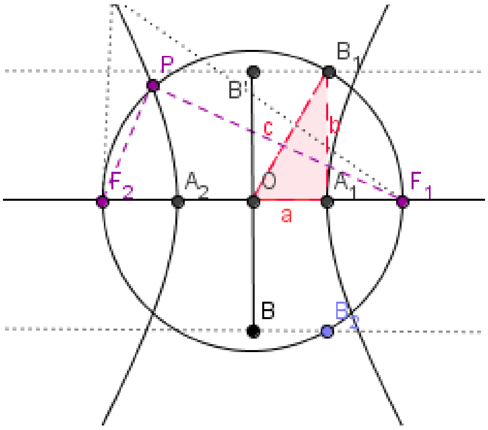


Figura 4: Elementos da hipérbole

Quando um plano α secciona as duas folhas do cone de tal forma que o corte seja paralelo ao eixo e, determinamos a hipérbole.

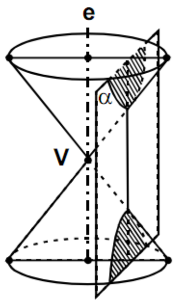
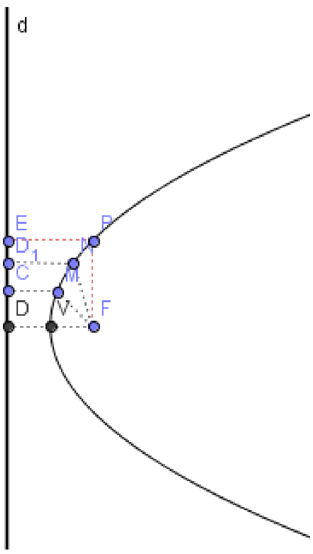


Figura 5: Um plano α seccionando as duas folhas do cone gerando a hipérbole



1.3) Parábola

Definição: É o lugar geométrico dos pontos de um plano de forma que a distância a um ponto fixo, denominado foco F é igual à distância a uma reta fixa, chamada diretriz.

Elementos da parábola:

F = foco da parábola

d = reta diretriz

V = vértice da parábola

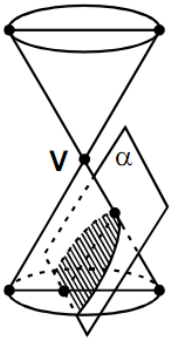


Figura 6: Elementos da parábola

Quando um plano α secciona uma das folhas do cone de tal maneira que o corte seja paralelo a geratriz, determinamos a parábola.

Figura 7: Um plano α seccionando uma das folhas do cone gerando a parábola

3- Aplicações das Cônicas

No que tange o estudo das cônicas, concordamos com Silva quando diz que é necessário "propor que o tema não se esgote em si mesmo, mas estabeleça relação com o que o cerca", pois para a maioria dos alunos a falta de contextualização e, segundo Silva, a falta de 'cotidianização' dos conteúdos é um dos grandes fatores de desmotivação.

Portanto, acreditamos que durante as aulas é fundamental que o professor além de abordar este tema de forma analítica, trabalhe também as aplicações no cotidiano.

Veja algumas das aplicações:

a) O formato de um farol de um automóvel é parabólico, e no foco desta parábola encontra-se uma lâmpada, que após acesa incide raios luminosos no espelho parabólico e estes são refletidos paralelos ao eixo da parábola.
b) As antenas parabólicas também são exemplos de aplicações da parábola, pois captam os sinais de mesma direção na superfície da antena e os direcionam de tal forma que se concentrem em um único ponto.

c) Salas de sussurros são exemplos de aplicações da propriedade bissetora da elipse.

4- Materiais Didáticos

Para um melhor aproveitamento do conteúdo ‘Cônicas’, propomos além da contextualização desse assunto, o uso de um aparelho eletrônico conhecido como ‘Conjuntos para Figuras de Revolução’. O instrumento é constituído de três superfícies planas: retângulo, triângulo retângulo e a metade de uma circunferência.

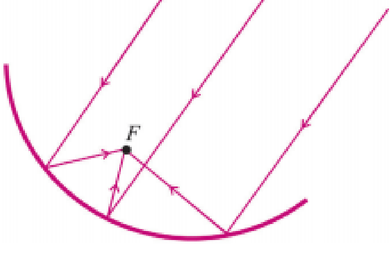
A principal função dessa ferramenta é permitir ao aluno o estudo de figuras de revolução por meio de secções planas geradas pelo uso de um laser.

A segunda proposta é a utilização de uma mesa de sinuca no formato elíptico, onde se aplica a propriedade bissetora da elipse, na qual qualquer choque na bola localizada em um dos focos será refletida e cairá em um buraco situado no outro foco.

5- Atividade

Com relação a atividade, propomos o uso do instrumento e da mesa de sinuca já citados, pois estas ferramentas de apoio possibilitam o que Brousseau determinou por situação a-didática, que é capaz de criar um ambiente propício a aquisição do conhecimento, que neste caso é conhecer as curvas e algumas de suas aplicações. De acordo com a teoria, o aluno é autor do próprio conhecimento.

6- Conclusão



Na maioria de trabalhos, pesquisas e dissertações sobre educação, observa-se que o principal objeto de estudo é o ensino. Muitos querem aperfeiçoar o ensino, mas poucos reconhecem uma área de pesquisa fundamental para o sucesso da educação, a aprendizagem.

Portanto, vimos que este trabalho, com apoio da teoria de Brousseau**,** não se preocupou somente com a forma que é trabalhado o conteúdo de Cônicas, mas também em analisar a relação entre o saber, o aluno e o professor.

Não foi possível apresentar nenhum resultado ou avaliação da atividade que estamos propondo, isto porque não houve aplicação deste trabalho em sala de aula.

Referencias bibliográficas

Lopes, S. P. (2012). Sequência didática para o estudo das secções cônicas com o auxilio do software GeoGebra na Matemática.
Recuperado:http://www.revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/article/viewFile/466/391.html

Gallego, J.P. (2007). A utilização dos jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem da matemática.

Pommer, W. M. (2008). Brousseau e a ideia de Situação Didática.
Recuperado: http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf.html

Silva, M. B (2011). Secções Cônicas: atividades com Geometria Dinâmica com base no Currículo do Estado de São Paulo. 2011. Dissertação (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo.