De la Aritmética al Álgebra Escolar.
Análisis de actividades desde un punto de vista semiótico peirceano

Héctor Horacio Gerván[1]

Resumen
La introducción del Álgebra de Ecuaciones en el Nivel Medio constituye un gran desafío puesto que supone un cambio en la concepción ontológica de los entes matemáticos. La búsqueda de regularidades y la generalidad se hace entonces explícitos a partir de la introducción de las variables. En este artículo nos proponemos analizar un caso particular de actividades pensadas para iniciar la transición de la Aritmética al Álgebra desde un punto de vista semiótico, esto es, considerando el papel de las representaciones semióticas en la construcción del conocimiento algebraico. Para ello partiremos de los supuestos teóricos del filósofo pragmático Charles S. Peirce y, a partir de allí, adscribiremos a los aportes de varios autores dentro de la Educación Matemática tales como Raymond Duval, Bruno D'Amore y Luis Radford.

1. Introducción

Es común la caracterización de la Matemática como la "ciencia de los *patterns*", de los 'modelos', en la cual la búsqueda de patrones (regularidades) cobra especial importancia. Dado el estado actual del desarrollo matemático, el elevado nivel de abstracción y generalización se ha plasmado en determinadas *representaciones semióticas*, devenidas en una codificación escrita específica y/o especializada, entre las cuales existen algunas que, consideradas como objetos matemáticos en sí mismos, se han dado en llamar *expresiones algebraicas*. Nuestra

---

[1] Estudiante de las carreras de grado Profesorado en Matemática (FaMAF-UNC) y Profesorado en Historia y Licenciatura en Historia (FFyH-UNC). Ayudante-alumno de la cátedra de Historia Antigua General. Integrante de los equipos de investigación de los siguientes proyectos: (1) *La práctica matemática como caracterización de una filosofía de la matemática. Posiciones filosóficas alternativas*, subsidiado por SECyT-UNC; directora Sandra Visokolskis (UNC-UNVM). (2) *Matemática en contexto: Su significación histórica y su aplicación a la educación, III*, subsidiado por IAP Ciencias Humanas-UNVM; directora Sandra Visokolskis, codirector Marcel Pochulu (UNVM). (3) *Analogías y metáforas en Matemática y Letras: Complementariedad y transferencias interdisciplinarias, III*, subsidiado por IAP Ciencias Humanas-UNVM; directora Sandra Visokolskis, codirector Sergio Chius (UNVM).

posición acerca de su inclusión en la enseñanza en la Escuela Secundaria se basa en considerarlas no sólo como objetos matemáticos transformados en "objetos a enseñar" sino también como el 'lenguaje' de la Matemática.

De las varias posturas teóricas de este fenómeno que circulan en la literatura especializada en Educación Matemática adscribiremos a la sostenida por Carmen Sessa (2005), que propone una introducción al Álgebra a través de la generalización, mediante actividades de producción de fórmulas en situaciones aritméticas o geométricas. Sus resultados se constituirán en *modelos intramatemáticos* (Sadovsky, 2005: 25-26) que implican poner en juego los diversos rasgos que caracterizan un proceso de modelización: elegir una relación pertinente y encontrar los medios necesarios para poder representarla; realizar exploraciones previas para lograr reconocer algunas regularidades relevantes, poner en juego determinados conocimientos a partir de los cuales, reconociendo la/s variable/s en cuestión, se pueda generar un modelo y, por último, saber que él representa a 'todos' los casos que corresponden a la estructura del problema. En palabras de Sessa:

> "(…) [N]osotros sostenemos que es *a través* de estas prácticas que se va comprendiendo el sentido de la operatoria algebraica y, a medida que éste va siendo atrapado, permite la adquisición de herramientas de control que son imprescindibles para lograr autonomía en el desempeño de los estudiantes. La interrelación entre la actividad modelizadora del álgebra y el aprendizaje y el manejo de las técnicas constituye un punto clave en el dominio del álgebra." (Sessa, 2005: 12)

Punto clave éste que no es de reciente interés, tal como lo demuestran
Las siguientes palabras del filósofo, lógico y matemático Bertrand
Russell (1872-1970):

> "El hecho es que con el álgebra se enseña por primera vez al espíritu a examinar verdades generales, verdades que no se formulan únicamente verdaderas para tal o cual cosa particular, sino para cualquiera de todo un grupo de cosas.
>
> En la facultad de comprender y describir esas verdades reside el dominio del intelecto sobre todo el mundo de cosas reales y posibles; y la aptitud para ocuparse de lo general en sí es uno de los dones que debería otorgar una educación matemática." (Russell, 1967: 79)

Ahora bien, los resultados de las actividades mencionadas deben ponerse por escrito, desarrollando algún sistema de codificación que se adecúe a los niveles de aprendizaje de los alumnos. La producción de expresiones algebraicas es el punto de llegada de este camino, por lo que es válido preguntarse qué valor tendrán las expresiones escritas distintas del lenguaje algebraico y cómo ellas contribuyen a la comprensión y construcción de sentido de dicho lenguaje. En este trabajo nos proponemos como objetivo responder al siguiente interrogante a modo de problemática: *¿Qué papel juegan las denominadas representaciones semióticas en la resolución de estas actividades?*

Para ello tomaremos dos problemas particulares que el presente autor ha desarrollado en sus prácticas docentes en un 3° año de un instituto secundario de gestión privada y confesional durante el período agosto-septiembre de 2012. Los mismos serán enunciados *infra*, Sección 4.

2. *Interpretación peirceana de la actividad matemática*

Al hablar de Semiótica es casi imposible no referirse a dos de sus principales referentes: Ferdinand de Saussure y Charles Sanders Peirce. Frente al dualismo saussuriano, tomaremos como propias las tesis de Peirce. Si bien no pretendemos aquí hacer una exposición detallada y exhaustiva de su semiótica, dado que no es el lugar adecuado, revisaremos rápidamente algunos de sus conceptos.

En su calidad de filósofo pragmático, Peirce se orientó a investigar la manera en cómo un individuo genérico utiliza los signos para formar nuevas ideas y conceptos. Hacia 1905 llegó a la conclusión de que *"el universo está colmado de signos, si es que no está compuesto exclusivamente de signos"* (CP, 5.448). Es decir que para él todo signo remite a algo más, toma el lugar de otra "cosa" de acuerdo con cierta forma o capacidad. La función representativa del signo no radica en su conexión material con el objeto ni tampoco en que sea una imagen exacta de ese objeto, sino en que sea considerado como tal signo por un pensamiento. Peirce insiste en el *carácter triádico* de la relación de signo, en la que según CP, 1.339 se articulan los siguientes elementos:

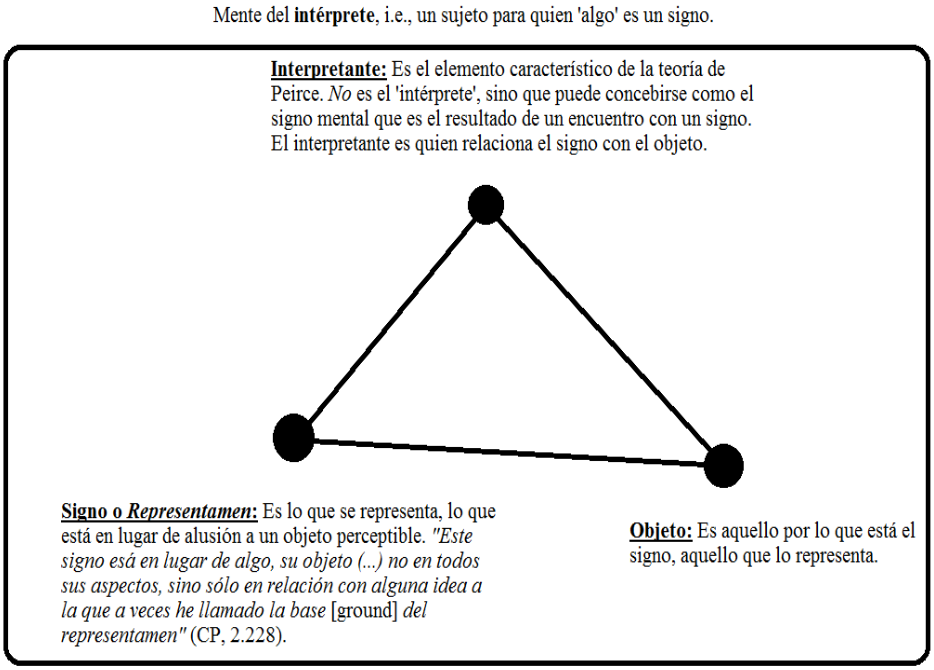


Fig. 1: Carácter triádico de la relación de signo.

Para Peirce, entonces, todo proceso de conocimiento es un proceso de *semiosis* infinita; en otras palabras, *la cultura es una semiosis ilimitada*. El sentido peirceano de 'semiosis' es la producción de un signo interpretante en la mente del intérprete.

El matemático, en su afán de obtener conjuntos de regularidades y esquemas de comprensión, trata de encontrar leyes generales a través de diversos procesos de traducción de signos (Ariza, 2007: 12). Por ello es que Peirce sostiene que la Matemática es esencialmente un *pensamiento diagramable* (Peirce, cit. por Otte, 2006: 14) y los diagramas y figuras diagramaticales están destinadas a aplicarse a la mejor comprensión del estado de cosas (CP, 3.419). Es precisamente este carácter diagramático lo que articula la lógica interna del pensamiento matemático, el cual trasciende cualquier reducción a la lógica formal. La Matemática es un 'pensamiento singular' en el cual *no basta* en pensar en términos generales sino que es necesario "hacer" algo (Cfr. "La esencia de la Matemática", CP, 4.228-243); es un pensamiento mediado por signos en permanente labor constructiva.

3. *Consideraciones semióticas desde la Educación Matemática*

Continuando con lo anteriormente dicho, la Matemática es una actividad inherentemente humana, actividad que debe convertirse en el objetivo de cualquier propuesta de enseñanza (Sadovsky, 2005: *passim*). Adoptar un punto de vista semiótico sobre ella proporciona una manera de conceptualizar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática haciendo hincapié en el uso de los signos para la construcción del conocimiento y su posible comunicación (Ernest, 2006: 68-69). Esto es, siguiendo la clasificación de Steinbring (2006: 134), además de la función semiótica del signo, es posible distinguir también una no menos importante función epistemológica del mismo.

Teniendo presente (aunque tal vez no completamente) las contribuciones teóricas de Peirce, varios autores tales como Raymond Duval, Luis Radford y Bruno D'Amore han desarrollado una mirada semiótica al conocimiento matemático, la cual parte del hecho de que es de la práctica matemática misma (en nuestro caso particular, dada por las actividades de búsqueda de regularidades y producción de fórmulas) que surgen los *objetos matemáticos*, los cuales remiten siempre a "no-objetos"; esto es, ningún objeto matemático a ser contextualizado existe de manera independiente de sus representaciones (D'Amore, 2003: 47; 2004: 5), a las que podemos definir como:

> "(…) [L]as notaciones simbólicas o gráficas, específicas para cada noción, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos así como sus características y propiedades más relevantes. (…) [A] la noción de representación la vinculamos con los signos, notaciones, figuras y expresiones usuales de las matemáticas; las representaciones forman parte específica de los sistemas matemáticos de signos, incluidos los gráficos." (Castro & Castro, 2000: 96)

Aquí es, entonces, donde entra en juego lo que acabamos de ver de Peirce: Los objetos matemáticos están compuestos por signos o *representamen* cuya interpretación por parte del intérprete está contextualizada histórica y espacialmente. Por lo tanto, como actividad social y cultural, las producciones que de la Matemática se derivan están compuestas por *representaciones semióticas* que permiten exteriorizar las representaciones mentales (Duval, 1993) surgidas de la interacción sujeto ↔ objeto (medio) con el fin de hacerlas visibles o accesibles a los otros. Los objetos matemáticos, como la Matemática misma, son unidades culturales fruto de determinadas prácticas, las que, en última instancia, son las que les dan sus "significados". Además: "la representación de un cierto objeto abarca tanto la construcción de la representación como la posibilidad de operar con dicha representación, realizando transformaciones regidas por las leyes del registro en el cual se representa" (Sadovsky, 2005: 33).

Así, siguiendo a Raymond Duval, la *diversificación* de representaciones semióticas de un mismo objeto o concepto aumenta la capacidad cognitiva de los sujetos y, por ende, su capacidad de aprehensión sobre ese objeto o concepto (Castro & Castro, 2000: 101). Esto es, la construcción de los conceptos matemáticos depende muy estrechamente de la capacidad de utilizar varias representaciones semióticas, de poder establecer diversas representaciones en un registro dado o en varios registros. Tal como ha escrito Duval: *"Aussi bien dans l'enseignement que dans ses practiques le plus avancées, les mathématiques sont le domaine où totes les formes de représentation sémiotique peuvent être utilisées"* (2006: 45).

Ahora bien, para Radford existe aquí un *problema epistemológico*: "¿cómo llegamos a conocer los objetos generales, dado que no tenemos acceso a éstos sino a través de representaciones que nosotros mismos nos hacemos de ellos?" (Radford, cit. por D'Amore, 2006: 180-181). Frente a esto, sostenemos que existe un *acuerdo cultural* que codifica e interpreta, es decir, que produce conocimiento.

Si definimos ahora *semiótica*, en concordancia con la postura peirceana, como la adquisición de una representación semiótica y *noética* como la adquisición conceptual de un objeto, podemos decir, de acuerdo a todo lo anteriormente dicho, que en Matemática *no existe noética sin semiótica* (Duval, 1993, cit. por D'Amore, 2004: 11). Para ahondar un poco más en esto, convengamos en utilizar las siguientes notaciones ideadas por Yves Chevallard: r^m = registro semiótico (m = 1, 2, 3,…); $R_i^m(A)$ = representación semiótica i-ésima (con i = 1, 2, 3,…) de un contenido A en el registro semiótico r^m. Puesto que, como dijimos, no hay noesis sin semiosis, la adquisición de un concepto matemático determinado, al que denotaremos como C, es en efecto la adquisición de 'una' representación semiótica $R_i^m(C)$ en 'un' registro semiótico r^m. Más aún, puesto que en un registro dado podemos encontrar diversas representaciones, $R_i^m(C)$ no da 'todas' las referencias (semióticas) de C en r^m; esto es, seguramente existirán otras representaciones semióticas $R_j^m(C)$ de C en r^m tal que $j \neq i$. La operación de pasar de $R_i^m(C)$ a $R_j^m(C)$ se llama *tratamiento* (Duval, 1993, cit. por D'Amore, 2004: 12-13). Pero además el registro semiótico no es único, por lo que se puede hablar de C^m, es decir, el concepto matemático C representado o "limitado" a r^m, por lo que C^m es una "construcción" parcial de C. Puesto que la comprensión de C depende de la capacidad de recurrir a varias representaciones semióticas, es necesario realizar una *conversión* (Duval, 1993, cit. por D'Amore, 2004: 13) que lleve de $R_i^m(C^m)$ en r^m a $R_j^n(C^n)$ en r^n con $r^m \neq r^n$, $\forall\ m, n$. Sólo esto hace posible la elección de un registro en lugar de otro frente a cualquier situación relativa al conocimiento matemático C.

Sin embargo, no hay que olvidar que las transformaciones entre representaciones semióticas al interior de la variedad de registros utilizados no sólo son fundamentales, sino que incluso pueden convertirse en fuentes de dificultades en los procesos de aprendizaje por parte de los alumnos.

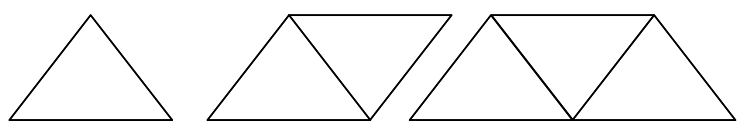
4. *Análisis de producciones de alumnos del Nivel Medio*

En esta Sección analizaremos las respuestas de los alumnos de un 3° año a partir de las consideraciones teóricas ya discutidas. Las actividades fueron puestas en práctica como introducción al desarrollo de la unidad didáctica "Expresiones algebraicas" del programa del curso en el sentido expuesto *ut supra*, Sección 1.

Según lo hemos explicitado en varias ocasiones ya, consideramos a la Matemática como una actividad inherentemente humana, colectiva y, por lo tanto, delimitada por los marcos de sentido de toda comunidad. La práctica matemática misma adquiere relevancia y especificidad dentro de dichos marcos, produciéndose así diferentes objetivaciones culturales que constituyen su producto. Las producciones matemáticas están inmersas en una temporalidad y en una tipicidad ligada a ella, lo que implica que cada una se exteriorice a través de diferentes representaciones. El lenguaje algebraico es *una* de esas representaciones, quizás la más en boga en el círculo académico actual, e introducir a los alumnos en él ha sido el objetivo primordial. Para ello se implementaron en el aula, entre otras, las siguientes actividades:

(1) Las figuras que se dan más abajo muestran una sucesión de triángulos construidos con palitos de modo tal que, comenzando con un solo triángulo en la primera de esas figuras, las demás se obtienen agregándole un triángulo "pegado" más al anterior. Teniendo en cuenta esta información y las figuras que siguen, responder:

a) ¿Cuántos palitos necesito para hacer 1 triángulo?, ¿Cuántos palitos necesito para hacer 2 y 3 triángulos pegados? Completar:



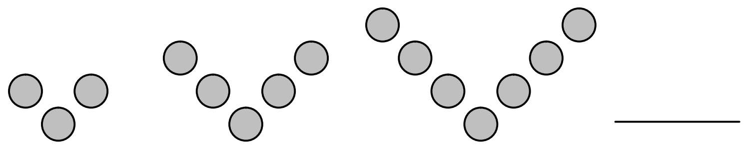
n = Nro. de triángulos: 1 $\downarrow$ 2 $\downarrow$ 3 $\downarrow$

Número de palitos: ___________ _______________ _________________

b) ¿Cuántos palitos necesitaré para hacer 15 triángulos pegados?

(2) Las figuras que se dan más abajo muestran una sucesión de fichas agrupadas en forma de "V" tal que la primera tiene sólo 3 fichas, y a partir de ella cada figura siguiente tiene mayor cantidad de fichas que la anterior. Teniendo en cuenta esta información y las figuras que siguen, responder:

a) ¿Cuántas fichas necesito para armar la próxima figura de la sucesión? Completa:



n: 1 2 3 4

N° de fichas:__________ __________ _______________ ________________

b) ¿Cuántas fichas necesitaré para construir la figura n = 12?

Un problema similar a éstos es presentado y analizado en Radford, 2000: 244. Parafraseando a este autor, problemas como éstos, diseñados para que los alumnos exploren con los "medios semióticos de objetivación" y las tareas de generalización, están constituidos por tres etapas: (1) Una investigación aritmética; (2) La expresión de la generalización en lenguaje natural (como si fuera un mensaje); (3) El uso del simbolismo algebraico estándar para expresar la regularidad.

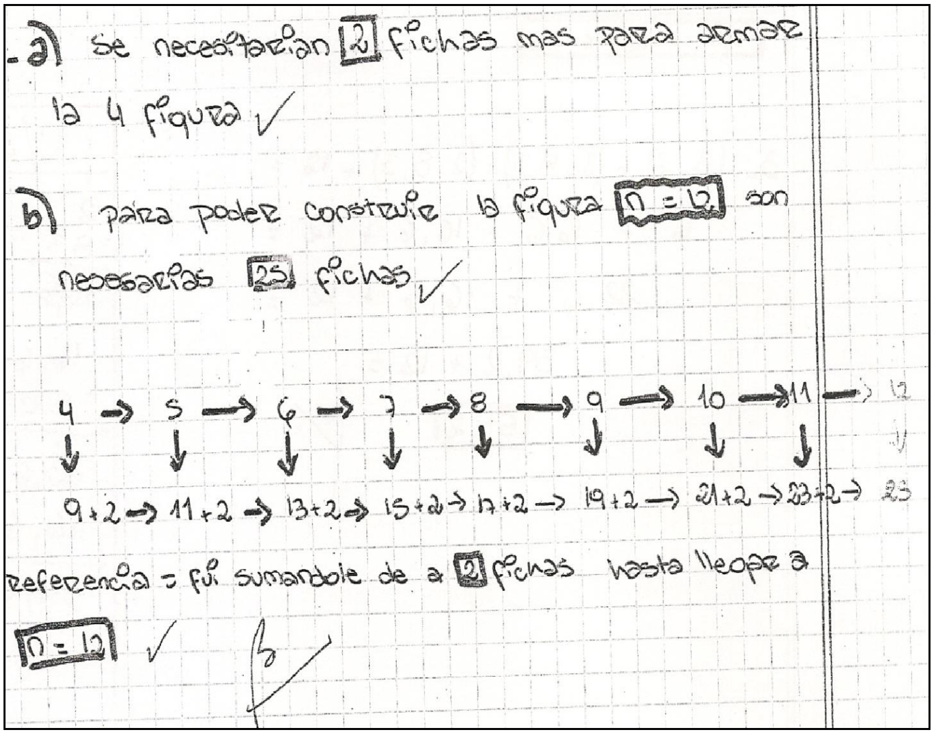
Si analizamos en detalle las actividades acerca de búsqueda de regularidades podemos apreciar que hubo una gran cantidad en las formas de resolución. En efecto, comencemos por una primera respuesta obtenida:

5. Las figuras que se dan más abajo muestran una sucesión de fichas agrupadas en forma de "V" tal que la primera tiene sólo 3 fichas, y a partir de ella cada figura siguiente tiene mayor cantidad de fichas que la anterior. Teniendo en cuenta esta información y las figuras que siguen, responder:

a) ¿Cuántas fichas necesito para armar la próxima figura de la sucesión? Completa:

n:	1	2	3	4
Número de fichas:	3	5	7	9

b) ¿Cuántas fichas necesitaré para construir la figura $n = 12$?



a) se necesitarian $\boxed{2}$ fichas mas para armar la 4 figura ✓

b) para poder construir la figura $\boxed{n = 12}$ son necesarias $\boxed{25}$ fichas ✓

4 → 5 → 6 → 7 → 8 → 9 → 10 → 11 → 12

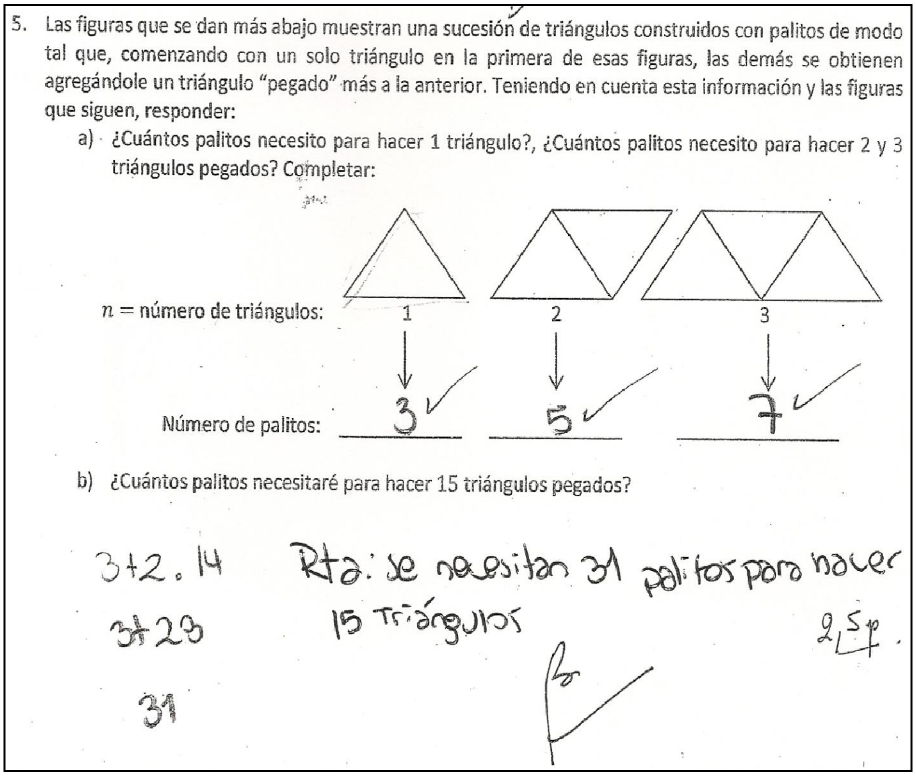
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

9+2 → 11+2 → 13+2 → 15+2 → 17+2 → 19+2 → 21+2 → 23+2 → 25

referencia = fui sumandole de a $\boxed{2}$ fichas hasta llegar a $\boxed{n = 12}$ ✓

Como podemos observar, la alumna notó que para armar la próxima figura de la sucesión, se deben agregar dos fichas más a la inmediatamente anterior, y así fue como llegó a responder que se necesitan 25 fichas para armar la figura 12. En su explicación, por ejemplo, escribió: “4 → 9 + 2”, no estableciendo ninguna relación directa entre el 4 y el 9, y podríamos inferir que esto fue lo que impidió que llegara a una generalización sin la necesidad de encontrar la cantidad de fichas para las figuras 5 a 12. En este punto podríamos preguntarnos: Si el n de la consigna (b) hubiera sido “suficientemente grande”, por ejemplo, $n = 120$, ¿podría haber hallado la respuesta?

Otro alumno hizo lo siguiente:


5. Las figuras que se dan más abajo muestran una sucesión de triángulos construidos con palitos de modo tal que, comenzando con un solo triángulo en la primera de esas figuras, las demás se obtienen agregándole un triángulo "pegado" más a la anterior. Teniendo en cuenta esta información y las figuras que siguen, responder:

a) ¿Cuántos palitos necesito para hacer 1 triángulo?, ¿Cuántos palitos necesito para hacer 2 y 3 triángulos pegados? Completar:

n = número de triángulos: 1 2 3

Número de palitos: 3 5 7

b) ¿Cuántos palitos necesitaré para hacer 15 triángulos pegados?

3+2 . 14

3+28

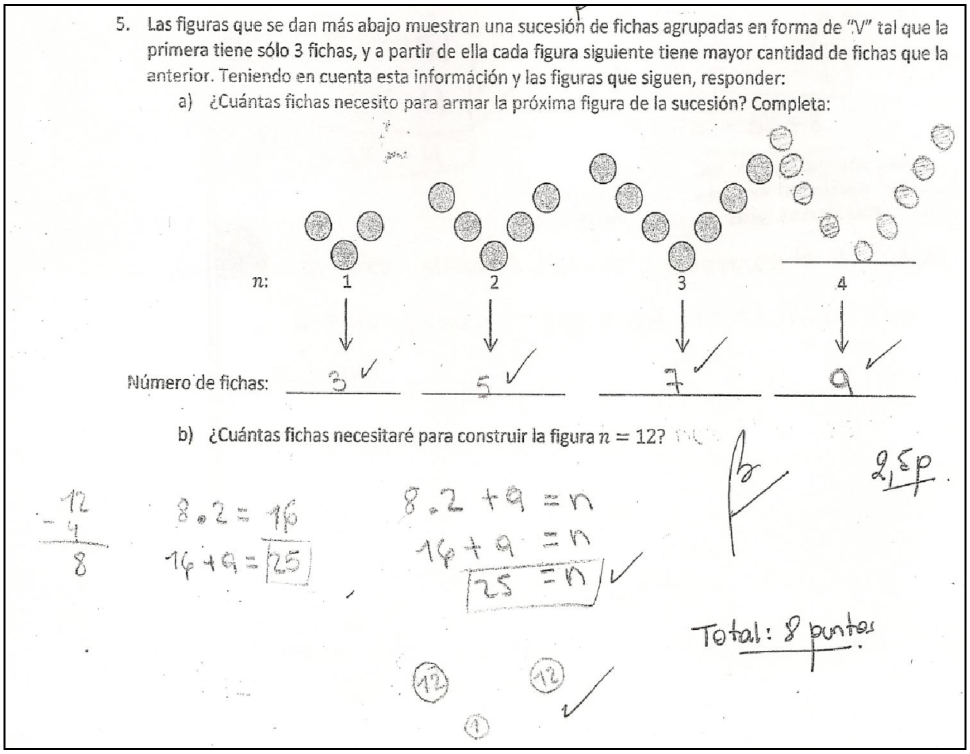
31

Rta: se necesitan 31 palitos para hacer 15 triángulos

2,5p.

Aquí si bien la respuesta está dada en un registro aritmético, es completamente diferente a la de su compañera. El hecho de haber escrito en primera instancia "3 + 2 · 14" nos indica que sí pudo llegar a una generalización, aunque no la expresó algebraicamente y se restringió solamente al caso pedido, pues notó que siempre se comienza con un triángulo "completo" (i.e. contando sus 3 lados), y para construir los 15 triángulos "pegados" se necesitan agregar 14 más, pero contando sólo 2 de sus lados, pues el tercero es compartido con el anterior. De este modo, podría inferirse que, de haberse pedido la obtención de la expresión algebraica, podría haber sido capaz de escribir la fórmula $3 + 2 \cdot (n - 1)$, donde n es la cantidad total de los triángulos "pegados".

Otra respuesta dada en un registro aritmético es la que se muestra en la imagen que sigue:



5. Las figuras que se dan más abajo muestran una sucesión de fichas agrupadas en forma de "V" tal que la primera tiene sólo 3 fichas, y a partir de ella cada figura siguiente tiene mayor cantidad de fichas que la anterior. Teniendo en cuenta esta información y las figuras que siguen, responder:

a) ¿Cuántas fichas necesito para armar la próxima figura de la sucesión? Completa:

n:	1	2	3	4
Número de fichas:	3	5	7	9

b) ¿Cuántas fichas necesitaré para construir la figura $n = 12$?

$12 - 4 = 8$

$8 \cdot 2 = 16$

$16 + 9 = \boxed{25}$

$8 \cdot 2 + 9 = n$

$16 + 9 = n$

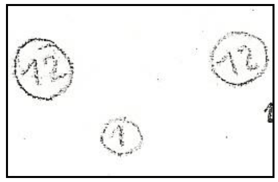
$\boxed{25 = n}$

2,5p.

Total: 8 puntos

Esta alumna partió del hecho de que como la cuarta figura tiene 4 fichas en cada ‘lado’, excluyendo la ficha inferior común a ambos lados, a la figura 12 habría que agregarle 12 – 4 = 8 fichas más a cada ‘lado’, llegando así a un total de 8 · 2 = 16 fichas; y si a esas se le agregan las 9 correspondientes a la cuarta figura, se concluye que se necesitan 16 + 9 = 25 fichas para la duodécima figura. Nuevamente, aquí también podemos ver un intento de generalización, aunque no sabríamos responder con certeza si, de acuerdo al razonamiento planteado, habría o no podido ser capaz de llegar a la expresión $(n – 4) \cdot 2 + 9$.

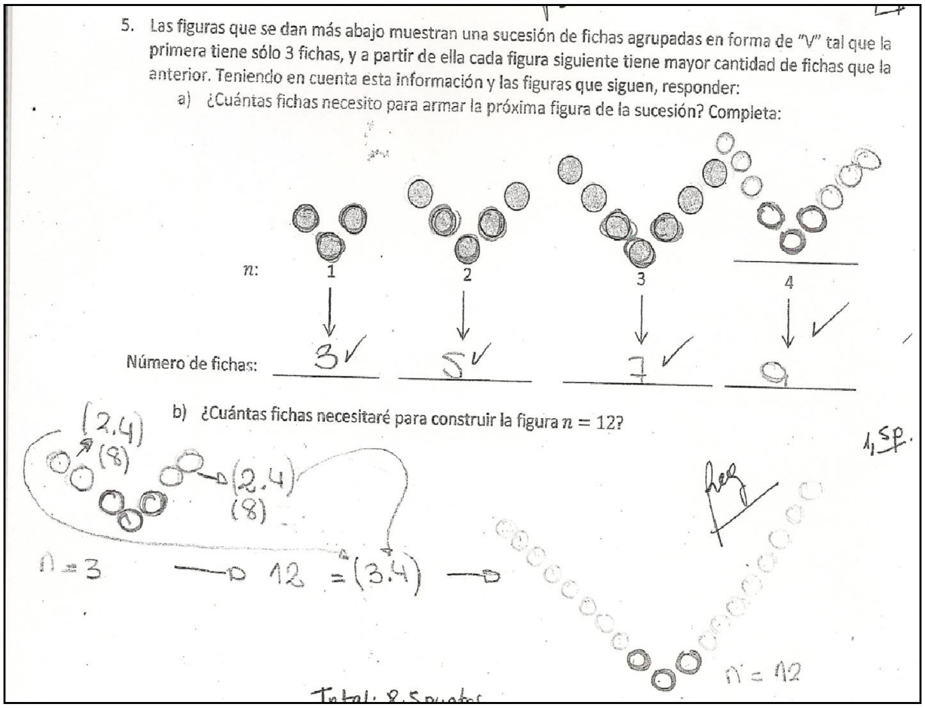
Hay dos cosas importantes para remarcar en esta resolución: La primera es que hay una conversión del registro aritmético empleado a un registro gráfico, la cual está dada por el diagrama que hizo luego de dar la respuesta al inciso:



La segunda es el cambio de significación, de denotación, que la alumna hizo de la variable *n*. Mientras que en el inciso (b) del enunciado *n* se refiere al número de orden de la figura, ella la tomó como si se tratase de la cantidad necesaria de fichas, llegando así a escribir como resultado final que “$n = 25$”. Esto es algo común entre quienes están incursionando por primera vez en el Álgebra de Ecuaciones, y Carmen Sessa se refiere a este fenómeno de la siguiente manera:

> “J. P. Drouhard *et al*. (1995) señala [sic] que lo que falla fundamentalmente en los alumnos con dificultad en álgebra es que no tienen en cuenta la denotación de los objetos algebraicos que manipulan, y que en particular desconocen que al trabajar con expresiones algebraicas o con ecuaciones es preciso conservar dicha denotación.” (Sessa, 2005: 82).

Hubo el caso de una alumna que intentó responder al problema en el interior del registro gráfico (para más detalle sobre la concepción de ‘gráfico’ en contraposición de ‘geométrico’, Cfr. Richard, 2004). Veamos lo que hizo:



5. Las figuras que se dan más abajo muestran una sucesión de fichas agrupadas en forma de "V" tal que la primera tiene sólo 3 fichas, y a partir de ella cada figura siguiente tiene mayor cantidad de fichas que la anterior. Teniendo en cuenta esta información y las figuras que siguen, responder:

a) ¿Cuántas fichas necesito para armar la próxima figura de la sucesión? Completa:

n: 1 2 3 4

Número de fichas: 3 ✓ 5 ✓ 7 ✓ 9 ✓

b) ¿Cuántas fichas necesitaré para construir la figura $n = 12$?

(2.4) (8) (2.4) (8)

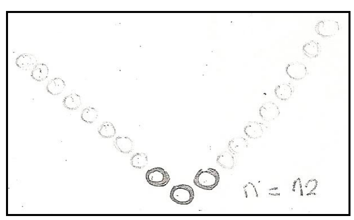
n = 3 —▷ 12 = (3.4) —▷

n = 12

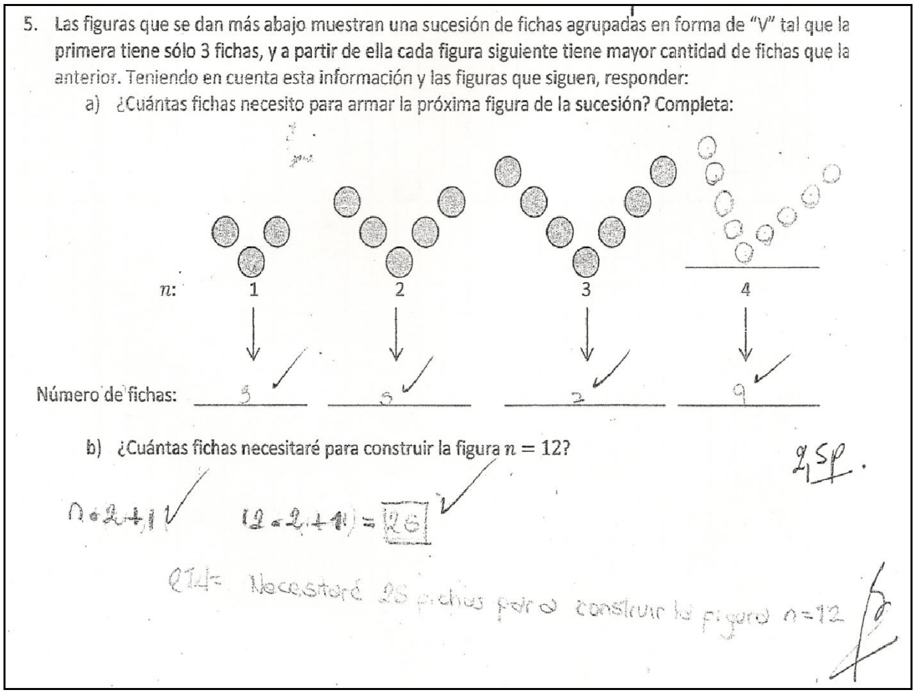
1,5p.

Total: 8,5 puntos

Si bien no pudo llegar a la respuesta correcta, notó que en cada figura se siguen manteniendo las tres fichas de la figura inicial (n = 1), a las que marcó con un determinado color. Analizando en detalle su resolución, podemos ver que intentó representar gráficamente la duodécima figura a partir de la tercera, valiéndose para ello de que 12 = 3 · 4. Así, puesto que en la figura 3, sin contar las tres fichas pintadas, cada 'lado' está compuesto por 2 fichas, procedió a multiplicar esta cantidad por 4, obteniendo un total de 8 en cada uno de los 'lados'. De este modo, obtuvo una representación incorrecta de la figura 12:



Algunos alumnos, en cambio, sí lograron hallar la expresión algebraica correspondiente y a partir de ella encontraron la cantidad de fichas necesaria para armar la figura 12:



Estas producciones permiten ver cómo los estudiantes han desarrollado diferentes registros escritos correspondientes a diferentes representaciones semióticas en el sentido expuesto por los autores tratados en la Sección 3. Así, sostenemos que:

> "La notación algebraica, de esta manera, no surge como mero formalismo o regla de cálculo con fines prácticos, sino como notación ideogramática con dos objetivos: mantener la intuición constructiva y universalizar (…) [D]e esta forma, el ideograma algebraico [o signo, en el sentido peirceano] no es sólo representación de otros ideogramas previos sino que muestra (…) su elemento constitutivo de ser una intencionalidad potencial de acción." (De Lorenzo, 1994: 245)

5. *Conclusiones*

Sin lugar a dudas unas de las características más sobresalientes del pensamiento matemático es el peculiar uso que hace de la abstracción y la necesaria noción de generalización. Ambas cualidades, tal como hemos podido observar en las respuestas de los estudiantes a las actividades de búsqueda de regularidades, son inseparables del uso de signos, de representaciones semióticas. Podemos decir así entonces que el *signo algebraico* trasciende al mero cálculo de naturaleza simbólica formal; "la utilidad de las fórmulas algebraicas consiste precisamente en esa capacidad de develar verdades imprevistas" (Peirce, 1895, cit. por Ariza, 2007: 3). Concluimos, a partir de la evidencia obtenida en las diversas respuestas, que un óptimo proceso para lograr la comprensión y aprehensión de tal signo por parte de los educandos es introducir en el aula uno de los aspectos más sobresalientes de la actividad matemática: la percepción de analogías entre estructuras que, en un principio y de forma aparente, son distintas entre sí. Lograr esa percepción y plasmarla luego por escrito implica poner en juego el carácter diagramático de la Matemática (comprobable en las imágenes anteriores de las resoluciones, tomando la definición de 'diagrama' de Oostra, 2001) y, finalmente, el desarrollo de un particular tipo de lenguaje matemático que es el Álgebra.

Utilizando los términos peirceanos, es necesaria la formación del sentido del *representamen* algebraico en la mente del intérprete, lo que significa tener esos signos a mano, rápidamente disponibles, como posibles herramientas a ser utilizadas en situaciones tales como las analizadas en este trabajo. De este modo, concluimos también que *aprender* es un complejo proceso que en Matemática está condicionado por la elección del mediador simbólico. Los procesos de conversión y tratamiento descriptos no hacen más que contribuir a ese aprendizaje dada la naturaleza "no-tangible" o "no-ostensiva" de los objetos matemáticos, los cuales, en nuestro caso particular, están dados por las regularidades subyacentes a cada una de las actividades propuestas en el aula. Para finalizar, centrándonos ahora en el papel jugado por los problemas, podemos dar colofón a estas páginas señalando al igual que Abraham Arcavi que:

> "Sin importar cuán interesante o novedoso [sic] pueda parecer una tarea, será la **actividad** a la que se guíe o conduce a los estudiantes a engancharse la que determine si apoya la construcción de sentido del símbolo. Y recíprocamente, una tarea que parezca tonta o extremadamente tradicional, puede ser un[a] fuente potencial de discusiones llenas de discernimientos." (Arcavi, 1994: 24)

6. *Bibliografía*

Arcavi, A. (1994). Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14 (3), 24-35. [Traducción al castellano].

Ariza, M. (2007). Una interpretación semiótica de los signos matemáticos. *Mathesis*, III (2_2), 1-25.

Castro, E. & Castro, E. (2000). Representaciones y modelización (pp. 95-123). En Rico, L. (coord.). *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE/HORSORI.

D'Amore, B. (2003). La complexité de la noétique en mathématiques ou les raisons de la dévolution manquée. *For the Learning of Mathematics*, 23 (1), 47-51.

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*, 35, 90-106.

D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Relime*, Número especial, 177-196.

De Lorenzo, J. (1994). El discurso matemático: ideograma y lenguaje natural. *Mathesis*, 10, 235-254.

Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? *Relime*, Número especial, 45-81.

Ernest, P. (2006). A Semiotic Perspective of Mathematical Activity: The Case of Number. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 67-101.

Oostra, A. (2001). Los diagramas de la matemática y la matemática de los diagramas. *Boletín de Matemáticas*, Nueva Serie, VIII (1), 1-7.

Otte, M. (2006). Mathematical Epistemology from a Peircean Semiotic Point of View. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 11-38.

Peirce, C. (1931-1958). *Collected Papers*, Vols. I-VIII, Cambridge: Harvard University Press.

Radford, L. (2000). Signs and Meanings in Students' Algebraic Thinking: A Semiotic Analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42 (3), 237-268.

Richard, Ph. (2004). L'inférence figurale: Un pas de raisonnement discursivo-graphique. *Educational Studies in Mathematics*, 57 (2), 229-263.

Russell, B. (1967). *Misticismo y Lógica y otros ensayos*. Buenos Aires: Paidós.

Sadovsky, P. (2005). La actividad matemática como «asunto» de la enseñanza (pp. 21-59). En *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos, desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Sessa, C. (2005). *Introducción al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Steinbring, H. (2006). What Makes a Sign a Mathematical Sign? An Epistemological Perspective on Mathematical Interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 133-162.

Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Escuela de Historia, Facultad de Filosofía y Humanidades. (Universidad Nacional de Córdoba)
Ciudad Universitaria, 5000, Córdoba, Argentina.
e-mail: hectorg666@hotmail.com