

A RELAÇÃO COM O SABER PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO NO ESTADO DE SÃO PAULO

Marlene Alves Dias, Angélica da Fontoura Garcia Silva, Tânia Maria Mendonça
Campos

alvesdias@ig.com.br, angelicafontoura@gmail.com,
taniammcampos@hotmail.com
UNIBAN –Brasil

Tema: Ensino e Aprendizagem de Matemática

Modalidade: Pensamento Numérico

Nível de Instrução: Médio

Palavras chave: Relações com o Saber. Frações.

Resumo

Este trabalho tem o propósito de analisar as orientações contidas no livro didático mais utilizado no estado de São Paulo e no atual Currículo de Matemática proposto para o mesmo estado, Brasil, no que se refere à abordagem utilizada para a introdução do conceito de adição e subtração de frações. Buscamos com este estudo verificar as possibilidades de escolhas e decisões dos professores, segundo o objetivo da relação com o saber dos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, em particular, identificar como o saber matemático dos estudantes poderia evoluir em função da abordagem adotada pelo professor. Nesse estudo analisamos as indicações propostas pelo movimento de renovação curricular e pesquisas que tratam da temática para estudantes do 6º ano/5ª série do Ensino Fundamental (10 ou 11 anos). Analisamos as características do problema introdutório da temática e para definir e caracterizar as diferentes abordagens encontradas, e utilizamos as ideias apresentadas por Douady e Henry. Douady fundamenta a construção de situações problema e Henry a definição dessas situações com suas peculiaridades, para as quais o autor indica algumas questões que devemos nos colocar no momento de construir uma situação problema que se refere a uma determinada noção matemática.

Introdução

A expressão “relação com o saber” segundo Kalali e Venturini (2007) foi proposta por Lacan em 1960 ao questionar sobre a auto geração do indivíduo, em seguida, é inserida no campo da educação associada à sociologia crítica questionando sobre o engajamento e o investimento do indivíduo em situações de formação impregnadas de significado. Assim, desde 1987 sociólogos, psicanalistas e didatas franceses consideram a relação com o saber como objeto principal de operacionalização no quadro de suas teorias.

Douady (1994) apresenta duas engenharias mostrando a importância das engenharias didáticas para a evolução da relação como saber. As situações problema propostas nas engenharias consideradas mostram sua importância para a evolução dessa relação. As engenharias apresentadas por Douady (1994) colocam em evidência a necessidade de

construção de situações que os estudantes sejam capazes de iniciá-las, mas não de resolvê-las por completo e que é necessária uma fase de institucionalização para que se inscreva o novo saber no campo dos conhecimentos matemáticos dos estudantes.

Observamos ainda que Henry (1991) fundamentado nos estudos de Douady (1984) em que trata da teoria sobre quadros, mudança de quadros e a dialética ferramenta/objeto, define situação problema considerando cinco características para a construção dessas situações.

O referencial teórico da pesquisa será apresentado a seguir. Ele é centrado na teoria de Douady (1984, 1992) e referencia-se ainda nas condições para construir e analisar uma situação problema propostas por Henry (1991) e na noção de registro de representação semiótica segundo Duval (1995) que permite a identificação das diferentes representações em jogo nas situações propostas aos estudantes.

Referencial Teórico

Apresentamos a seguir as noções de ferramenta implícita e explícita e objeto introduzidas por Douady (1984) em sua tese, pois são elas que permitem considerar a dialética ferramenta/objeto que são essenciais para o funcionamento das situações problema. Na teoria de Douady, as situações envolvem mudanças de quadros, mas a dialética pode funcionar para outras situações.

O quadro é definido na teoria desenvolvida por Douady (1984, 1992) como constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre esses objetos, de suas formulações e das imagens mentais que funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. A partir da noção de quadro a autora define mudança de quadro como um meio de obter formulações diferentes de um problema que permite um novo acesso às dificuldades encontradas para fazer funcionar as novas ferramentas e técnicas.

Constatando que as mudanças de quadro fazem parte do cotidiano do matemático, Douady (1984, 1992) transpõe essa noção para a didática por meio dos jogos de quadros e da dialética ferramenta/objeto. Os jogos de quadros são meios privilegiados para suscitar desequilíbrios cognitivos e permitir a ultrapassagem em um novo equilíbrio de nível superior. Nos jogos de quadros funciona o processo cíclico que organiza o papel do professor e dos estudantes e para o qual os conceitos matemáticos podem desempenhar a função de ferramentas implícitas e, em seguida, explícitas da atividade matemática antes de adquirirem o status de objeto e serem trabalhados enquanto tal.

A aplicação dos jogos de quadros e da dialética ferramenta/objeto proposta por Douady pode ser realizada por meio de situações problema do tipo das definidas por Henry (1991), ou seja, um conjunto de questões matemáticas abertas sobre um ou vários quadros. O autor apresenta cinco características dessas situações, a saber: 1) Os estudantes devem compreender os dados e se engajar em explorá-las a partir de seus conhecimentos disponíveis. 2) A situação pertence a um campo conceitual que se pretende explorar. 3) Os conhecimentos dos estudantes são insuficientes para resolver a situação de imediato. 4) Os conhecimentos que são objeto de aprendizagem fornecem as ferramentas melhor adaptadas para obter a solução. 5) A questão pode ser formulada em vários quadros.

Para a construção de uma situação problema Henry (1991) propõe que se considere a história da construção da noção a ser estudada, seu papel atual na matemática, nas outras disciplinas, no cotidiano, nas propostas de ensino, nos livros didáticos, os conhecimentos que podem ser mobilizados pelos estudantes e aqueles que se deseja que os estudantes adquiram. Para a análise da situação problema o autor enfatiza a necessidade de uma análise *a priori*, na qual se prevê o que os estudantes irão fazer, como eles irão construir a nova ferramenta, a gestão da classe e a avaliação, e de uma análise *a posteriori* que indique as diferenças entre o previsto e o que foi realizado, ressaltando a razão dessa diferenças e as possíveis mudanças para uma nova sequência. Observamos ainda que esse trabalho de construção e análise deve ser realizado em conjunto com o professor para que o mesmo se sinta engajado e responsável pela situação.

É importante considerar ainda a noção de registro de representação semiótica que nesta pesquisa foi utilizada se referindo à definição de Duval (1995), ou seja, um registro é um sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como um sistema formal. Ele se caracteriza essencialmente pelas três atividades cognitivas específicas que ele permite efetuar, isto é, a formação de uma representação que corresponde a uma seleção de traços e dados no conteúdo a representar em função das regras próprias ao registro no qual a representação é produzida, o tratamento de uma representação que corresponde à transformação desta representação no mesmo registro que ela foi formada e a conversão de uma representação que corresponde a transformação desta representação em uma representação de outro registro.

Na sequência fazemos uma breve apresentação da metodologia utilizada na pesquisa.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa cuja técnica é a da análise documental conforme definição de Ludke e André (1986). Para a análise dos dados utilizamos dois livros didáticos avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2011 – PNLD e o Caderno do Professor (CP) e Caderno do Aluno (CA) elaborado pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. Tal material serve como apoio ao Currículo implementado a partir de 2008 sob a luz do documento oficial do governo federal elaborado em 1998, Parâmetros Curriculares Nacionais.

Para a análise das possibilidades de escolhas e decisões dos professores identificamos como o saber matemático dos estudantes pode evoluir em função da opção feita pelo professor a partir dos livros didáticos e cadernos analisados.

Essa análise foi desenvolvida por meio de uma grade de análise construída para esse fim, observando que a institucionalização do saber é feita de formas distintas nos dois materiais. Nos livros didáticos é utilizada a forma clássica, isto é, definições, teoremas, proposições, exemplos seguidos de tarefas de aplicação e fixação, já nos cadernos (CP e CA) há proposição de uma situação problema que deve ser trabalhada inicialmente pelos estudantes e após é feito o seu desenvolvimento. Nela o professor age como mediador fornece as novas ferramentas necessárias para a solução completa da situação e, em seguida, institucionaliza o novo saber considerando entre as conjecturas e hipóteses apresentadas pelos estudantes o que deve ser retido ou descartado.

Assim, para a Grade de Análise consideramos as categorias apresentadas na figura 1:

- tipo de abordagem:
- ferramentas implícitas: (novos conhecimentos utilizados pelo estudante para resolver a tarefa)
- ferramentas explícitas: (conhecimento antigos que permitem que o estudante inicie a tarefa)
- representações dos objetos matemáticos em jogo:
- objeto matemático relacionados ao novo saber:

Figura 1: A Grade de Análise

Exemplo de aplicação da grade de análise

Para exemplificar a grade análise apresentamos a situação problema que introduz o conceito de adição e subtração com frações retirado do material de apoio (CP e CA) do Currículo Oficial da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Tarefa: Calcular 3 quartos + 5 sétimos.

- tipo de abordagem: situação problema.
- ferramentas implícitas: reduzir ao mesmo denominador, determinar o mínimo múltiplo comum.
- ferramentas explícitas: a noção de equivalência de frações, soma de frações com mesmo denominador, conversão das representações em língua natural e fracionária conforme Duval (1995).

- representações dos objetos matemáticos em jogo: representação de frações em linguagem natural, representação na forma fracionária.
- objeto matemático relacionados ao novo saber: adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Figura 2: Exemplo de aplicação da grade de análise.

O material escolhido foi analisado por meio da forma como são abordadas as noções de adição e subtração com frações, ou seja, procuramos detectar se a abordagem utilizada foi a clássica ou a que envolve situações problemas.

Para apresentação dos resultados fazemos uma breve descrição das noções que servem de ferramentas explícitas para a introdução das noções de adição e subtração de frações seguidas de uma tabela com as tarefas resolvidas e propostas para os estudantes sobre o tema dessa pesquisa.

Resultados encontrados

Os livros didáticos considerados são os dois mais utilizados pelos professores da rede pública do estado de São Paulo e os cadernos (CP, CA) correspondem à nova proposta de trabalho, indicados para utilização como material principal ou de apoio ao currículo.

A obra Matemática e Realidade de Iezzi, G. et al (2009)

Nesta obra os autores iniciam introduzindo a fração por meio do significado parte-todo com a utilização do Tangram como recurso. O desenvolvimento da adição e subtração com frações é realizado por meio da ideia de juntar a água de três copos com a mesma graduação na representação fracionária e, ao final, orienta o estudante como deverá realizar o cálculo. Em seguida, apresenta um exemplo resolvendo a subtração representada por barras e também orienta o estudante sobre o cálculo da subtração, e apresenta a técnica de cálculo de frações com denominadores diferentes por meio da redução ao mesmo denominador utilizando-se do mínimo múltiplo comum (mmc). Ao final apresenta 25 tarefas envolvendo técnica de cálculo e situação problema. Na figura 3, a seguir, observamos que a ênfase é dada às técnicas que correspondem às tarefas T1 e T2, o trabalho com situações problema é deixado a cargo dos estudantes.

Tarefa	Resolvidas (professor)	Propostas (estudantes)	Ferramentas implícitas
T1. Calcular a soma ou a subtração com frações com mesmo denominador.	2	8	Não se aplica.
T2. Calcular a soma ou a subtração com frações com denominadores diferentes.	1	12	Reduzir ao mesmo denominador e/ou utilizar a técnica com o mínimo múltiplo comum.
T3. Representação geométrica de adição e subtração com denominadores diferentes.	1	2	Determinar por meio de equivalência de áreas a representação de frações equivalentes.
T4. Resolver situações problema com frações com mesmo denominador.	1	1	Interpretar o problema e identificar a operação e as representações em jogo.

T5. Resolver situações problema com frações com denominadores diferentes.	0	4	Interpretar o problema e identificar a operação e as representações em jogo.
---	---	---	--

Figura 3: Tarefas e ferramentas implícitas da obra Matemática e Realidade

A obra *A Conquista da Matemática* de Giovani Jr, J., R. et al (2009)

Os autores apresentam a representação fracionária dos números racionais como uma necessidade histórica de representar uma medida. Explora a fração utilizando situações com significado parte-todo, operador, razão. Em seguida, apresenta proposta de comparação e equivalência de frações e redução de duas ou mais frações ao mesmo denominador utilizando. Finalmente, revisita mostrando a solução de adição e subtração com frações de mesmo denominador utilizando representação geométrica. Apresenta também, quatro situações-problema envolvendo a adição e subtração tanto com denominadores iguais como diferentes para então, propor uma série de “exercícios” contendo técnicas de cálculo e situações-problema. Ao final, define fração imprópria e apresenta a forma mista de fração imprópria, apresentando a técnica de cálculo por meio da adição com frações. Na figura 4 a seguir observamos que os autores dão ênfase tanto as técnicas como a resolução de situações problemas, sendo que essas últimas são consideradas como um trabalho a ser realizado em conjunto com o professor antes da proposta de familiarização e investimento pelos estudantes.

Tarefa	Resolvidas (professor)	Propostas (estudantes)	Ferramentas implícitas
T1. Representação geométrica de adição e subtração com denominadores diferentes.	0	2	Determinar por meio de equivalência de áreas a representação de frações equivalentes.
T2. Calcular a soma ou a subtração com frações com mesmo denominador.	2	10	Utilizar a representação geométrica.
T3. Calcular a soma ou a subtração com frações com denominadores diferentes.	1	7	Reduzir ao mesmo denominador, e/ou utilizar a técnica com o mínimo múltiplo comum.
T4. Resolver situações problema com frações com mesmo denominador.	0	1	Interpretar o problema e identificar a operação e as representações em jogo.
T5. Resolver situações problema com frações com denominadores diferentes.	3	4	Interpretar o problema e identificar a operação e as representações em jogo.
T6. Representação de fração imprópria na forma mista e vice-versa.	6	9	Representar geometricamente uma fração imprópria.

Figura 4: Tarefas e ferramentas implícitas propostas na obra *A conquista da Matemática*

O caderno do aluno (CA) da currículo da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Os autores revisitam a noção de fração partindo do significado parte-todo e utilizando a ideia de medida para introduzir números mistos e sua representação na forma fracionária. Na sequência é inserida a noção de frações equivalentes para apresentar a

questão de comparação de frações, redução ao mesmo denominador e mínimo múltiplo comum, mesmo se essa última noção não é tratada explicitamente ao considerar a adição de frações com denominadores diferentes. Finalmente, após revisitar a noção de adição e subtração com frações de mesmo denominador os autores introduzem as mesmas operações com denominadores diferentes. Vale ressaltar que nessa tarefa a ênfase é dada as representações em língua natural e na forma fracionária. Observa-se também que não são propostos problemas ou exercícios de fixação e aplicação, ficando a cargo do professor complementar esse trabalho ou, no caso de utilização do caderno (CA) como material de apoio deixar que os estudantes consultem livros para encontrar meios para resolver a situação.

Na figura 5 abaixo apresentamos as tarefas a serem realizadas pelos estudantes e as respectivas ferramentas implícitas propostas no caderno.

Tarefa	Resolvidas (professor)	Propostas (estudantes)	Ferramentas implícitas
T1. Calcular a soma ou a subtração com frações com o mesmo denominador.	1	5	Não se aplica.
T2. Calcular a soma ou a subtração com frações com denominadores diferentes.	0	8	Reduzir ao mesmo denominador, determinar o mínimo múltiplo comum.

Figura 5: Tarefas e ferramentas implícitas propostas no caderno.

A tabela coloca em evidência que todo o trabalho é deixado a cargo do estudante, mas é necessária uma atenção especial do professor para a institucionalização das ferramentas implícitas utilizadas ou não pelos estudantes.

Considerações Finais

Para o caderno do professor e do estudante observamos que não é claro o momento que o professor pode intervir para auxiliar no desenvolvimento das tarefas propostas, mesmo se essas tarefas exigem a utilização de ferramentas que correspondem a novos objetos matemáticos em via de construção. Isso se deve ao fato da situação proposta não ser, em geral, discutida com o professor e não seguir orientações do tipo das apresentadas por Henry (1991).

Os cadernos propõem situações a serem desenvolvidas pelos estudantes, mas no caderno do professor (CP) não se orienta uma institucionalização pelo menos local, ou seja, dar alguns indícios de como o professor poderia organizar o saber da classe.

Assim, alguns professores podem utilizar o caderno e, em seguida, institucionalizar o saber por meio do livro didático, ou seja, considerar alguns elementos como noções, métodos e práticas, o que não supõe, necessariamente, um apoio sobre as realizações

dos estudantes. È preciso ainda considerar a familiarização e reinvestimento desse saber o que pode ser também realizado por meio do livro didático.

Parece ter pouco interesse o trabalho no sentido contrário, pois o livro didático inicia institucionalizando o saber por meio de noções, métodos e exemplos para, em seguida, propor a familiarização e o reinvestimento por meio de uma lista de tarefas a serem resolvidas pelos estudantes, logo a situação do caderno tem pouco interesse e seria considerada como mais uma tarefa dessa lista.

Referências Bibliográficas.

Douady, R. (1994). *Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir: une chronique en calcul mental, un projet en algèbre à l'articulation collège-seconde*. Acesso em 07 de maio de 2013 de http://www.educationprioritaire.education.fr/fileadmin/docs/education_prioritaire/Maths_et_ZEP/reperes15rd.pdf.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* 6, 132-158.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse de Doctorat. Université de Paris VII. França.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée Humaine*. Paris: Peter Lang.

Henry, M. (1991) *Didactique des Mathématiques*. Besançon: IREM de Besançon.

Giovanni, J. R. Castrucci, B. (2009). *A conquista da matemática*. São Paulo: FTD.

Iezzi, G., Dolce, O., Machado, A.S. (2009). *Matemática e realidade*. São Paulo: Atual

.Kalali, F. e Venturini, P. (2007). *Rapports au(x) savoir(s): du concep aux usages*. Acesso em 25 de junho de 2013 de http://www.congresintaref.org/actes_pdf/AREF2007_Faouzia_KALALI_421.pdf

Lüdke, M. André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

São Paulo. (2010) *Currículo: Matemática e suas tecnologias: Ensino Fundamental Ciclo II e Ensino Médio*. São Paulo: SEE.

_____.(2009). *Caderno do professor: Matemática*. São Paulo: SEE.

_____.(2009). *Caderno do aluno: Matemática*. São Paulo: SEE.