A DIMENSÃO OSTENSIVA DAS PRÁTICAS DA REGRA DE TRES

Denivaldo Pantoja da Silva
denivaldo09@yahoo.com.br
Universidade Federal do Pará-Brasil

Modalidade: Comunicação Breve
Nível educativo: Não específico
Tema: Relações entre História da Matemática e Investigação em Educação Matemática.
Palavras chave: Regra de Três; Epistemologia; Ostensivos e não ostensivos; Práticas socioculturais.

Resumo
Nesta comunicação tratamos de uma investigação inicial que busca compreender o papel dos ostensivos e não ostensivos, relativos às atividades com matemática, mobilizados no ensino da regra de três no ensino básico brasileiro. Para enfrentar essa problemática, iniciamos nossa investigação analisando as praticas presentes no ensino da regra de três e suas relações com base na história e a epistemologia das práticas socialmente instituídas. As análises serão sustentadas pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), mais especificamente pelas noções de objetos ostensivos e não ostensivos (Bosch & Chevallard, 1999) e na dimensão ostensiva da atividade matemática (Bosch, 1994). Resultados preliminares apontam mobilização de diferentes objetos ostensivos e não ostensivos da atividade matemática.

Introdução

A regra de três aparece no currículo oficial do ensino básico brasileiro como objeto de estudo na sexta série do ensino fundamental, marcado geralmente por um fazer mecânico e pontual por meio de problemas que se caracterizam em determinar o valor de um termo desconhecido a partir dos valores de uma série de grandezas. As noções matemáticas envolvidas nesses problemas típicos são mobilizadas sem maiores reflexões enquanto fundamento como a proporcionalidade sem clareza objetiva de seu uso.

Esse fazer pontual e mecânico da regra de três, presente na escola, nos livros didáticos e nas práticas docente têm despertado interesse de pesquisadores matemáticos brasileiros (Ávila, 1986) e (Lima, 1986; 2001) que em trabalhos dedicados ao tema fazem recomendações para seu ensino. Ávila considera arcaico o nome “regra de três” sugerindo que seja abolido no Brasil como nos livros didáticos adotados nos Estados Unidos que já não aparece a expressão *rule of three*. Para esse autor, a regra de três pode ser ensinada no contexto algébrico das equações, desde que se saiba de antemão que as variáveis envolvidas nos problemas sejam, duas a duas, direta ou inversamente proporcionais para em seguida por em equação.

Para (Lima, 1986) a questão crucial está na definição precisa de grandezas proporcionais destoando de Ávila quanto ao emprego direto de equações, Lima diz que é preciso identificar, por um critério simples, a proporcionalidade (direta para algumas grandezas, inversa para outras) e deve-se ressaltar enfaticamente que a regra de três provenientes da proporção $y_1/x_1 = y/x_2$, só pode ser legitimamente empregada quando se tem uma proporcionalidade (Lima, 2001 p. 09).

Nessa discussão, percebemos de antemão nas recomendações dos autores a mobilização de objetos matemáticos envolvidos no tratamento da regra de três, como a proporcionalidade, teoria das equações, razão e proporção. Por outro lado, anunciam pontos conflitantes com relação ao fundamento matemático da regra de três por meio da proporcionalidade pelo seu uso explícito ou implícito nos problemas ditos de regra de três.

Considerando também esse contexto temos o propósito de abordar aspectos da dimensão ostensiva presentes nas práticas da regra de três sem a preocupação de esgotá-los, mas de destacar os meios escritos, gráficos, gestuais, orais que instrumentalizam a atividade matemática (ou atividade com matemática) que emerge das práticas, das tarefas escolares propostas nas obras de aritmética e manual didáticos. Desse modo, nos questionamos: *como os objetos ostensivos e não ostensivos são mobilizados nas práticas da regra de três? E qual o papel que eles determinam nessas práticas?*

Para responder esses e outros questionamentos, buscamos respostas inicialmente com olhares voltados para história e para epistemologia das práticas sociais, considerando que diferentes práticas da regra de três convivem na escola em diferentes posições no currículo oficial do ensino básico, em seus modos de fazer e pensar, ora como problemas multiplicativos, como de proporcionalidade, ora anunciados como problemas de regra de três, como método de redução a unidade ou ainda como relação funcional entre grandezas.

Epistemologia e História: as práticas sociais e o ensino regra de três

Seguindo nessa linha, recorremos à história, sem preocupações cronológicas para apontar a regra como práticas sociais que se fazem presentes nas escolas por terem histórias que são lembradas por conta das mobilizações dos objetos culturais em acordo com as convenções sociais do ensino da matemática, sobretudo, segundo a história em seus contextos, afetos, valores e poderes que signifiquem essas práticas.

Segundo (Del Potro, 2000; 2007), toda a produção aritmética ocidental dos séculos XIII, XIV e XV aparece intimamente ligada à revolução comercial como ferramenta de apoio imprescindível de atividades contábeis e fiscais. No sentido, de ferramenta imprescindível, (Del Potro e LLave, 2004) apontam que os ofícios de mercadores e artesãos necessitavam, além de ler e escrever, conhecer o manejo de operações matemáticas básicas, não no sentido teórico ou filosófico, mas de cunho utilitário, prático e profissional, como a forma de realizar as práticas inerentes as suas atividades.

Essas necessidades obrigaram os homens de negócio a criarem sua “educação profissional”, como as escolas de ábacos italianas, por exemplo, de onde surgiram livros como os Tratados de Mercaduria e os de Práticas de Aritméticas.

Os primeiros, de acordo com (Del Potro e LLave, 2004), eram elaborados para facilitar a transmissão e conservação de conhecimentos restritos e imprescindíveis para o êxito dos negócios a partir das experiências vividas pelas organizações, e, os segundos, de caráter mais geral, eram concebidos como textos escolares elaborados por mestres italianos para utilização em suas escolas, mas com orientação eminentemente utilitária por meio de problemas que refletiam situações concretas nas quais os mercadores, por exemplo, poderiam ver-se envolvidos.

Nessas atividades, uma prática ganha importância e é caracterizada como a regra, a regra por excelência para a matemática comercial (Smith, 1958; Garding, 1981) e, por isso, não poderia faltar em nenhum livro de aritmética, de nenhum modo, uma seção correspondente a regra de três, pois como ressalta (Brooks, 1880), evocando (Humfrey Baker, 1562), a regra de três é a principal é a mais excelente regra de toda a aritmética. Para todas as outras regras há necessidade dela, e ela perpassa por todas as outras, para cujos casos, é chamada pelos filósofos de regra de ouro.

Esses aspectos nos fazem considerar que as práticas da regra de três não eram privativas das atividades dos filósofos, mas integrantes de atividades humanas, cujas convenções de usos foram sendo construídas e consolidadas nas experiências vivenciadas em diferentes atividades. Ou seja, a difusão da regra se dá em conformidade com as atividades, em geral, por meio de tipos de problemáticas a elas associadas.

E ainda, (Hoyrup, 2007) aponta para práticas da regra de três transpostas por aspectos culturais das atividades em que os sujeitos se viam envolvidos, ou seja, as práticas da regra de três se faziam presentes em acordo com os contextos conformados pelas atividades que realizavam, tendo em conta, por exemplo, os tipos de problema, o lócus, a linguagem ou a formação intelectual dos indivíduos.

Portanto, as práticas eram usadas e difundidas de acordo com as atividades, em transposições de maneira a torná-las mais simples, rápida e confiável para diferentes usos, inclusive para o ensino, e pode nos fazer compreender, de certo modo, seus modos de difusão até os dias atuais nos manuais escolares como objetos eleitos para serem ensinados e, ainda, poderá atender nosso desejo em revelar atributos da instrumentalização e semioticidade relativos à regra de três (Bosch, 1994). Isso então nos encaminha buscar entendimento sobre as noções de objetos ostensivos e não ostensivos nas práticas com matemática.

Objetos Ostensivos e Não ostensivos Proposto pela TAD

Nesta comunicação nossas discussões e análises são realizadas à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), em particular centramos nossa atenção nas noções de objetos ostensivos e não ostensivos. Consideramos também o enfoque antropológico da Didática das Matemáticas que adota um ponto de vista institucional, inscrevendo a problemática didática dentro do marco antropológico geral das práticas e atividades humanas (García, 2005).

Dentro dessas práticas situamos o fazer matemático que em (Bosch & Chevallard,1999) imputam a existência de dois questionamentos: o problema da natureza dos objetos matemáticos e de sua função na atividade matemática, levando a um sentido dicotômico que consiste em distinguir dois tipos de objetos denominados *ostensivos* e *não ostensivos*.

Os ostensivos são objetos materiais quaisquer que podem ser manipuláveis tais como sons, grafismos e os gestos; os não ostensivos são todos os objetos não materiais como as idéias, as intuições ou conceitos que vivem institucionalmente, no sentido onde lhes são atribuídas existências, sem poder ser vistos, ditos, mostrados, percebidos por si mesmo, mas, podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos ostensivos associados (Bosch & Chevallard, 1999). Partimos dessas noções na busca de construir respostas aos questionamentos propostos sobre a emergência e o papel dos ostensivos e dos não ostensivos envolvidos nas transposições das práticas regra de três.

Essas transposições para a escola segundo (Hoyrup,2007) apontam dois aspectos o de *regra* e o de *prática canônica*. O primeiro, com provável origem indiana cerca de 500 a.C, que prescreve "O resultado conhecido é para ser multiplicado pela quantidade para a qual o resultado é requerido e dividido pela quantidade para a qual o resultado conhecido é dado". Aqui, inicialmente, já se manifesta a mobilização de ostensivos no sentido de expressões escritas *resultado conhecido*, *resultado requerido* e não ostensivos as noções de *multiplicação* e *divisão* como elementos essenciais envolvidos nessa formulação que instrumentalizam o jeito de fazer institucionalizado e parece identificar o tipo de tarefa à técnica usada em dada instituição para enfrentar tipos de problemas.

Em outras formulações da regra ganha a inclusão do termo *similar* com uso nos ábacos italianos e em Brahmagupta, onde a regra foi referida, segundo (Hoyrup, 2007) bem antes de ter sido no ocidente, inclusive na região central islâmica com a inclusão de outros ostensivos *argumento, fruto e requisição* mantendo-se os mesmos não ostensivos anteriores como invariantes expresso na formulação "Na regra de três, argumento, fruto e requisição: o primeiro e o último termos precisam ser similares. Requisição, multiplicado pelo fruto e dividido pelo argumento, é o produzido" facilitando com isso, possivelmente, a manipulação e instrumentalização da regra como práticas intrínsecas à atividade em jogo.

Esse fazer "de multiplicação seguido de divisão" que ora tratamos de ostensivos e não ostensivos segue nos escritos árabes quando trataram das transações comerciais, marcadas pelo caráter utilitário, do fazer sem referencias teóricas para resolução de certos tipos de problemas próprios da atividade dos mercadores e artesãos.

O segundo aspecto transposto nas escolas atuais como uma *prática canônica:* dispõem-se os dados em colunas, uma para cada grandeza, e por breve análise decide-se se é direta ou inversa, sem reflexões sobre a existência da proporcionalidade e escreve-se a equação, como segue abaixo para o problema retirado de (Lacroix, 1839, p.280): Suponhamos em primeiro lugar que havendo conhecimento com inteira certeza que 13 varas de certa tela de linho custam 130 reais se nos perguntarem, quantos reais custarão no mesmo preço, 18 varas da mesma tela?

$$\begin{array}{cc} v & r \\ 13 & 130 \\ \downarrow & \downarrow \\ 18 & x \end{array}$$

$$\frac{13}{18} = \frac{130}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \times 130}{13} = 180$$

Esse modo de fazer, e pensar, estão presentes nas escolas atuais é uma transposição da prática dos árabes, quando apresenta o problema sob a condição da aplicação do princípio da proporcionalidade que exige que as razões entre quantidades de grandezas sejam de mesma natureza, aqui destacadas por superíndices *v* e *r*, para em seguida aplicar a propriedade fundamental "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos" que culmina o modo de fazer e, como tal, é diferente, como podemos observar a seguir por meio do extrato da descrição feita por Lacroix.

> Com efeito, havendo achado de ver na primeira que os valores das duas peças de tela de linho estarão em proporção com os números de varas que cada peça tenha, podemos formar a que segue:
>
> v v r r
> 13: 18: : 130 : x
>
> Representando com a letra x ou outra qualquer das ultimas do alfabeto, o valor que buscamos das 18 varas, e como este valor seja uso dos extremos da proporção, vê-se facilmente que multiplicando entre si os dois meios 18 e 130, teremos o produto 2340; o qual, dividido pelo extremo conhecido 13, nos dará por quociente 180 que justamente é o outro extremo que desejávamos conhecer. (Lacroix, 1839 p.288)

Como se observa essa abordagem vem ao encontro de nosso propósito ao evidenciar a dinâmica da ostensividade envolvida no tratamento dos problemas de regra de três por meio dos objetos não ostensivos (as noções de proporcionalidade, razão entre quantidades, multiplicação, divisão e proporção) e dos ostensivos (a oralidade, as letras, os números, as setas, a igualdade, o símbolo da multiplicação, a propriedade fundamental, expressões escritas, objetos gráficos (x,=), quadros, o registro da razão entre grandezas) que ao serem evocados denotam a materialidade dos conceitos, intuições, tornando-se algo perceptível que pode ser apreendido pelo sujeito.

Do mesmo modo, o desenho dessas práticas também aparece transposto para escola e corporificado nas práticas docentes que em geral, são baseadas nos livros didáticos recomendado pelo Plano Nacional do Livro Didático e nas tarefas escolares como a extraída de (Dante, 2012): O preço de 4,5 m de tecido é R$36,00. Quantos metros podemos comprar com R$40,00? O autor apresenta a seguinte resolução:

Tecido (em m)	Preço (em R$)
4,5	36
X	40

Grandezas diretamente proporcionais:

$$\frac{4,5}{36}=\frac{x}{40} \text{ ou } \frac{4,5}{x}=\frac{36}{40}\Rightarrow$$

$$36.x = 4,5.40 \Rightarrow 36s = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{36} \Rightarrow x = 5$$

Resposta: Com R$40,00, podemos comprar 5m de tecido.

Nessa tarefa podemos destacar que o autor evoca a prática canônica para encontrar a resposta do problema do mesmo modo que Lacroix, onde se torna evidente a recorrência aos ostensivos intencionalmente: o quadro para organizar as grandezas envolvidas, o sinal de igualdade, as setas, os registros escritos (letras e números) e os não ostensivos tais como as noções de multiplicação e divisão, a proporcionalidade que tornaram objetiva a compreensão do jeito de pensar e fazer.

Considerações finais

A discussão que apresentamos sobre as práticas sociais, em geral, com base na história e na epistemologia nos dá uma idéia da dinâmica dos objetos ostensivos e não ostensivos que envolvem as praticas da regra de três.

Pela epistemologia histórica as práticas da regra de três se conformariam pelos contextos sob as condições normativas de atividades de grupos sociais, mais precisamente, nas práticas com matemática condicionadas a normas de outras atividades, inclusive da escola, com seus jeitos próprios de fazer e pensar, não congruentes com as normas da matemática clássica, mas também de outras atividades.

A regra de três se mostrou como práticas que se significam em suas participações nas atividades humanas (Lave & Wenger, 1991) por isso é, em conseqüência, uma prática com matemática, no sentido do sujeito que mobiliza objetos e relações convencionais da matemática para consecução de fins da atividade em que está inserida, particularmente, ostensivos e não ostensivos, com modos de fazer e pensar próprios que conformam a prática. As preocupações de Lima e Ávila anunciadas já teriam sido atendidas pelos estudiosos árabes quando a inseriram no quadro teórico das proporções, e a difundiram como método de resolução de problemas de proporção sem fazer referências ao nome regra de três.

No entanto, quando se defende um ensino que exige a fundamentação da regra de três por meio da proporcionalidade, ou seu abandono no ensino, em substituição da aplicação da proporcionalidade transgredida, se esquece a recorrente necessidade da proporcionalidade como pré-existente entre as grandezas envolvidas e isso certamente não está no coração do jeito de fazer construído e aperfeiçoado historicamente por força das práticas de grupos sociais.

Tal como antes, diferentes práticas da regra de três parecem se perpetuar ainda como objeto de ensino, não somente por necessidades matemáticas, mas também por necessidades de outras atividades, inclusive científicas e da escola. Talvez por isso se recuse a morrer e permaneça nos livros textos usados no ensino fundamental brasileiro a prática canônica escolar, de onde todas as outras podem ser derivadas, de modo a permitir um olhar de proporcionalidade que não pode ser verificada, mas assumida, até transgredida, que permite dar respostas a outras atividades com matemática, inclusive da matemática, mobilizando como apontamos objetos ostensivos e não ostensivo.

Finalmente, respostas aos questionamentos sobre a emergência e o papel dos objetos ostensivos e não ostensivos nas praticas da regra de três parece se construir nas relações entre história e a epistemologia das práticas sociais que justificam e se conformam nos contexto das atividades socialmente instituídas, como a matemática e a escola com modos próprios de fazer e pensar, sugerindo alem de detalhamentos e aprofundamento sobre o tema suscita uma questão para futuros trabalhos: a ostensividade envolvida nas práticas da regra de três pode se configurar como uma infra- estrutura didático-matemática?

Referencias

Ávila, G. (1986). Razões, proporções e regras de três. *Revista do Professor de Matemática*, Rio de Janeiro, n. 8, p. 1-8, 1. sem.

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs.Objet d'étude et problématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/1,77-123.

Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*.(Tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona.

Brooks, E. (1880). *The philosophy of arithmetic as developed from the three fundamental processes of synthesis, analysis, and comparison containing also a history of arithmetic*. Lancaster, PA: Normal publishing company.

Dante, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática, 7º ano*. São Paulo: Editora Ática, 2012.

Del Potro, B. & De la Llave, R. (2004). Oficios urbanos y desarrollo de la ciência y de la técnica en la baja edad media: la corona de castilla. Revista de Historia, Norba, v. 17, 41-48.

Del Potro, B. (2007). Um manual de aritmética mercantil de mosén Juan de Andrés. Canedo.

García, F.(2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones fucionales*.Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad Jaén.

Garding, L.(1981). *Encontro com a matemática*.Trad. de Célio Alvarenga e Maria Manuela Alvarenga.Brasília:Editora Universidade de Brasília.

Hoyrup, J. (2007). Further questions to the historiography of Arabic (but not only Arabic) mathematics from the perspective of Romance abbacus mathematics.In *9ª Colloque Maghrébins l' Histoire des Mathématiques Arabes*.Tipaza, 12–13–14.

Lacroix, S. (1839). Tratado elemental de aritmética, copuesto em frances para uso de la escuela central de lãs cuatro naciones. Madrid e na imprenta nacional.

Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Nueva York: Cambridge University Press.

Lima, E.(1986). Que são grandezas proporocionais? Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n.12, p 8-12.

Lima, E. (2001) Temas e Problemas. 3ª Edição, ISBN 858581816-6, Publicação SBM.

Smith, D. (1958). *History of mathematics*. (Vol. 2), Dover publications, New York.