PAUL, O POLVO PROFETA E A PROBABILIDADE

Edson de Souza Carneiro Fialho
fialhoedb@gmail.com
Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Lazer – Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro - Brasil

Tema: Pensamiento Probabilístico-estadístico
Modalidad: Póster
Nivel educativo: Medio
Palabras clave: Probabilidad, Probabilidad Binomial, Pulpo Paul

Resumen

O autor propõe mostrar aos estudantes a incrível história do polvo Paul, o profeta *da Copa do Mundo de Futebol Masculino de 2010, como mote para ensinar probabilidade e probabilidade binomial. Mostra, ainda, como os feitos do polvo eram altamente improváveis e como havia uma grande possibilidade de erro do polvo, de acordo com a abordagem dos funcionarios do aquário onde ele fazia suas* previsões.

Introdução

É preferível usar acontecimentos do cotidiano para ensinar detalhes da matemática. A probabilidade torna-se mais difícil de entender quando é desconectada dos eventos que lhe deram origen – por exemplo, os trabalhos dos irmãos Bernoulli ou a paixão do Chévalier de Méré pelos jogos. Ao resumirmos a probabilidade a um conjunto de regras sem aplicação no mundo real, nós a tornamos mais árdua. Se associarmos a probabilidade ao futebol, a chance de atraer a atenção do alunado aumenta, sem dúvida. Com este intuito analisaremos a performance de um ilustre molusco cefalópode, nascido na Itália e que habitou um aquário na Alemanha: o polvo Paul.

Figura 1 – Paul em ação, prevendo a vitória da Espanha sobre a Holanda.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Paul_(polvo)

Para a decepção de palpiteiros profissionais e amadores, a grande sensação da Copa do Mundo de Futebol Masculino da África do Sul foi um polvo. Pouquíssimas pessoas fora da Alemanha haviam ouvido falar de Oberhausen, em cujo Sea Life o molusco habitou, mas suas previsões correram o mundo. Este trabalho visa analisar a façanha de Paul à luz da probabilidade e seus tentáculos.

Sobre os procedimentos dos tratadores e do molusco

Segundo consta, e foi exaustivamente relatado pela imprensa, antes de cada jogo eram lançadas ao aquário de Paul duas caixas de acrílico tampadas, cada qual com a bandeira de um país. Nelas havia a mesma quantidade de alimento, e não havia diferença quanto à dificuldade em abrir as caixas. A caixa que Paul abrisse primeiro seria a da seleção vitoriosa.

Paul acertou o resultado de todas as partidas da seleção da Alemanha. Ele previu corretamente as vitórias da Alemanha sobre a Austrália, Gana, Inglaterra, Argentina e Uruguai; e as derrotas para a Sérvia - no que muitos acharam que seria o fim da carreira divinatória (e o começo da gastronômica) de Paul – e para a Espanha. Como o molusco tinha duas opções para cada jogo, e a Alemanha jogou 7 vezes, a probabilidade de que Paul acertasse o resultado do primeiro jogo era de 1/2; no segundo a probabilidade também era de 1/2, e assim por diante, até o sétimo jogo, com probabilidade também de 1/2 de acerto. Então, a probabilidade de que Paul acertasse os resultados dos sete jogos da Alemanha na Copa da Mundo é dada por p(Paul acertar tudo) = $(1/2)^7$ = 1/128 = 0,007812 = ou 0,7812%. Ou seja, a probabilidade de que ele errasse pelo menos um resultado era de 1 – 0,007812 = 0,992188 = 99,2188%!

Impressionante, não é?

Sim, mas há uma pequena falha nesse raciocínio: a probabilidade real de que Paul acertasse os sete jogos *não é essa*, ao contrário do que se poderia supor! Os funcionários do aquário aparentemente esqueceram que durante os jogos da primeira fase da Copa são permitidos empates. A partir das oitavas-de-final, há necessariamente um vencedor e um perdedor, ainda que seja necessário apelar para a prorrogação ou até mesmo para os pênaltis. Então, o raciocínio que fizemos anteriormente está correto do ponto de vista do polvo – afinal, como ele faria para dizer que o jogo entre, digamos, Alemanha e Gana teria como resultado um empate? – mas não está correto do ponto de vista probabilístico, em virtude da possibilidade de ocorrência de um empate.

Para tais jogos – os três da primeira fase **-** talvez fosse ideal disponibilizar ao molusco três caixas, com igual quantidade e qualidade de alimento, sendo uma delas a que representaria o empate. Para calcular a probabilidade de acerto do polvo nessa situação, a abordagem adequada é a utilização da distribuição binomial, em que a probabilidade de sucesso do polvo em cada um dos jogos é de 1/3 (um resultado favorável em três resultados possíveis), e, consequentemente, a probabilidade de fracasso é de 1-1/3 = 2/3. Caso tal estratégia fosse adotada, a possibilidade de que o citado molusco acertasse os três jogos da primeira fase é dada por b (3; 3; 1/3) = $\binom{3}{3} = (\frac{1}{3})^3 . (\frac{2}{3})^0 = 1. \frac{1}{27}.1 = \frac{1}{27}$.

Considerando que para os quatro jogos após a primeira fase a estratégia de ofertar duas caixas fosse suficiente (porque mesmo que o jogo terminasse empatado necessariamente há um time que passa adiante), a probabilidade de acertar os resultados dos quatro últimos jogos é de **$(1/2)^4$ = 1/16**. Logo, usando a abordagem binomial para os jogos da primeira fase – oferecendo três caixas com alimento ao invés de duas, e mantendo o oferecimento de duas caixas a partir do fim da primeira fase – a probabilidade de que o polvo acertasse o resultado de todos os jogos é dada por p (Paul acertar tudo) = $\frac{1}{27} . \frac{1}{16}$ = 0,002314 ou 0,2314%, ainda menor que o resultado anterior! Ou seja, embora a ideia do pessoal de Oberhausen estivesse matematicamente equivocada, sem querer deram uma boa ajudinha para o polvo – embora em ambas as situações (usando duas caixas ou usando três caixas) as probabilidades de sucesso do molusco sabido fossem ínfimas, a probabilidade de acertar todos os resultados na primeira abordagem [com duas caixas] é mais que o triplo da probabilidade que usa a ideia da distribuição binomial.

Tudo fica ainda mais intrigante quando verificamos quais eram as probabilidades que estavam *contra* Paul: havia uma probabilidade altíssima de que um mísero jogo da primeira fase tivesse terminado empatado. A probabilidade de que houvesse sempre um vencedor nesses jogos é dada por b (3; 3; 2/3) $=\binom{3}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^0. = 1. \frac{8}{27}.1 = \frac{8}{27}$. Portanto, a probabilidade de que pelo menos um dos jogos da primeira fase terminasse empatado – do ponto de vista do polvo, obviamente – é de $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$ ou 70,37%! (Naturalmente estamos supondo que a probabilidade de que cada seleção vença é igual a 1/3, a mesma do empate, porque esse seria o ponto de vista do polvo).

No parágrafo anterior insistimos em enfatizar "do ponto de vista do polvo" porque as análises dos seres humanos são bem complicadas – certamente eles analisariam o retrospecto recente das seleções, a probabilidade de uma seleção vencer a outra, os eventuais confrontos anteriores, a quantidade média de gols marcados, etc., até chegar, muito provavelmente, numa conclusão incorreta. Há aí um tal fator de imprevisibilidade que fez com que os analistas de plantão errassem feio; esse fator de imprevisibilidade é o detalhe de charme do futebol, que o torna à prova de lógica e tão apaixonante.

Como uma demonstração matematicamente mais eloquente do que dissemos no parágrafo anterior, pensemos no seguinte: para o polvo, a probabilidade de que Gana vencesse a Alemanha [dadas as condições que ele tinha para *comunicar* isso] era de 1/2. Para um humano razoavelmente conhecedor de futebol, com certeza seria bem menor que isso.

Em tempo: na verdade o polvo acertou oito jogos da Copa do Mundo! O polvo acertou todos os sete jogos da Alemanha e também a vitória da Espanha sobre a Holanda na final da Copa, o que o alçou ao posto de superestrela definitivamente, com 100% de acerto em oito jogos. Um exercício interessante é calcular qual a probabilidade de que ele realizasse esta façanha através de três métodos: usando apenas duas alternativas de resultado para cada jogo; usando três alternativas de resultado [distribuição binomial]

ISSN 1688-9886

para cada jogo a partir das oitavas-de-final; e usando três alternativas de resultado para todos os jogos, inclusive os da primeira fase, pondo p (vitória da equipe escolhida por Paul) = 1/3.

Observação: antes de acertar tudo na Copa do Mundo, Paul cometeu seus equívocos. Ele previu o resultado de seis jogos da Alemanha na UEFA Euro 2008 (e apostou na vitória da Alemanha em todos). Nessa ocasião, Paul acertou quatro jogos e errou dois. É um exercício interessante calcular qual é a probabilidade de realizar isto.

Referencias Bibliográficas:

‘Profeta’ da Copa, polvo Paul morre na Alemanha e ganhará estátua (2010) – Globo Esporte. Recuperado de http://globoesporte.globo.com/futebol/futebol-internacional/noticia/2010/10/polvo-paul-morre-na-alemanha.html

Lipschutz, S. (1974). Probabilidade. Brasil, São Paulo, Editora McGrawHill do Brasil Ltda.