



EFFECTOS DE LA UTILIZACION DE HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES EN LAS CAPACIDADES DE VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Anido, Mercedes; Có, Patricia; del Sastre, Mónica, Panella, Érica.

Institución: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Argentina.

co@fceia.unr.edu.ar-delsas@fceia.unr.edu.ar-panella@fceia.unr.edu.ar

Nivel educativo: Universitario

Palabras Clave: Visualización espacial. Herramientas computacionales.

Resumen

El trabajo que se presenta describe una experiencia que forma parte de la etapa exploratoria de un proyecto realizado en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. En el mismo se busca analizar los efectos de la utilización de herramientas computacionales en las capacidades de visualización espacial y en el aprendizaje de la Geometría Analítica. Partiendo del supuesto de que la utilización de estas herramientas incrementa el desarrollo de las aptitudes de visualización y razonamiento espacial de los alumnos, la posibilidad de su medición con instrumentos, proporcionaría un índice para la evaluación de dicho desarrollo.

Se muestran algunos de los resultados de una evaluación en la aptitud de visualización espacial de alumnos de las carreras de ingeniería que inician el curso de Álgebra y Geometría I. Este análisis se lleva a cabo mediante la utilización instrumentos específicos científicamente validados, que buscan valorar la capacidad de comprensión de figuras en el espacio.

Teniendo en cuenta la hipótesis de trabajo, consideramos que este tipo de instrumentos podría ser empleado rutinariamente como una herramienta para un diagnóstico precoz que permita detectar aquellos alumnos con dificultades de aprendizaje en temas vinculados a la visualización del espacio, a fin de dedicarles mayor apoyo, atención y métodos didácticos específicos adecuados.

Introducción

Numerosas investigaciones en Didáctica de la Matemática expresan que en todos los campos de la Matemática, el aprendizaje y la enseñanza resultan más fáciles y profundos cuando evitan la abstracción innecesaria y se apoyan en representaciones o modelizaciones que los estudiantes puedan observar, construir, manipular, transformar, etc. Gutiérrez (1998), expresa que al elegir un modelo físico o gráfico que represente un determinado concepto matemático, normalmente se tiene cuidado para seleccionar el que parezca más adecuado en función de variables como la fidelidad con que el modelo representa al concepto o los conocimientos previos de los estudiantes. Pero hay otra variable que tiene una gran influencia en el éxito de un modelo, es decir, en su capacidad para representar y transmitir un concepto representado: la facilidad con que los estudiantes interpretan los objetos o las figuras y les dan el significado conceptual que los autores quieren comunicar. Al enseñar Geometría en el espacio, el proceso de comprensión del concepto subyacente a una representación se complica debido a que hay dificultades al establecer relaciones entre configuraciones en tres dimensiones y sus representaciones en dos; esta situación se presenta como inevitable mientras la enseñanza se siga basando en libros o pizarrón. Siempre que estemos manejando objetos espaciales y nos veamos obligados a representarlos mediante figuras planas, tendremos planteado un problema que tiene que ver con la capacidad de visión espacial de los estudiantes y con su habilidad para dibujar representaciones planas de objetos tridimensionales o para interpretar correctamente las representaciones hechas por otras personas.



Cuando las investigaciones están centradas en la Geometría, para aludir a ese tipo de habilidades se emplean generalmente los términos equivalentes de *visualización* o *visualización espacial*. En estos estudios se destaca a la capacidad de visualización como una necesidad característica de la Geometría, no obstante, la misma es una habilidad que no sólo se requiere en la Geometría, sino también en la Aritmética, el Álgebra, el Cálculo, etc. De modo que esta aptitud es una componente esencial del aprendizaje de la Matemática en general.

En la mayoría de estos trabajos se trata de evaluar los procesos y habilidades de las personas para realizar ciertas tareas que requieren “ver” o “imaginar” los objetos geométricos, así como realizar determinadas operaciones o transformaciones con los mismos (Guzmán, 1996, 1997).

El trabajo que se muestra describe una experiencia que forma parte de la etapa exploratoria de un proyecto realizado en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. Partiendo del supuesto de que la utilización de herramientas computacionales incrementa el desarrollo de las aptitudes de visualización y razonamiento espacial de los alumnos, la posibilidad de su medición con instrumentos proporcionaría un índice para la evaluación de dicho desarrollo.

En esta presentación se muestran algunos de los resultados de una evaluación en la aptitud de visualización espacial de alumnos de las carreras de ingeniería que inician el curso de Álgebra y Geometría I. Este análisis se lleva a cabo mediante la utilización de instrumentos específicamente validados, que buscan valorar la capacidad de comprensión de figuras en el espacio.

Marco referencial

¿Qué se entiende por visualización?

Según Guzmán (1996), la visualización en Matemática difiere significativamente de lo que algunas corrientes de psicólogos llaman visualización. Para ellos la visualización es una *técnica* que pretende una reestructuración de ciertos aspectos del subconsciente; tiene más que ver con los componentes afectivos que con los componentes propiamente cognitivos. Para este autor “*visualizar es tener la capacidad de producir imágenes que ilustren o representen determinados conceptos, propiedades o situaciones, como también poder realizar ciertas lecturas visuales a partir de determinadas representaciones*”. Además expresa que los objetos físicos tienen una correspondencia en nuestra representación mental. Guzmán (c.p. Alsina, 2004) advierte sobre las dificultades de visualizar y expresa que: “*Efectivamente la realización de la visualización de modo correcto, de manera tal que sea un proceso verdaderamente provechoso requiere una preparación previa, una educación que no muchos matemáticos son capaces de transmitir, unas veces porque no son conscientes de lo que tal proceso verdaderamente conlleva de convención, de tradición, de familiaridad con ciertos códigos en ninguna parte escritos, y éste es uno de los aspectos en los que la comunidad matemática actual debería poner énfasis*”.

Cantoral (2002), escribe que: “*...se entiende por visualización la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. En este sentido se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento matemático, más generalmente, científico.*”

Sobre las habilidades de visualización espacial

Desde la Educación Matemática, Bishop (1989) considera dos habilidades diferentes relacionadas con la visualización: la primera es llamada *habilidad de interpretar información figural o figurativa*, IFI (*interpretation of figural information*), y la segunda *habilidad de procesamiento visual*, VP (*visual processing*).

La VP tiene que ver con la visualización y traducción de relaciones abstractas y no figurativas en términos visuales. También incluye la manipulación de representaciones visuales y de imágenes visuales.



Gutiérrez (1996) escribió que las habilidades VP e IFI descritas por Bishop se ajustan mejor como procesos que como habilidades en el sentido de que: *“la descripción de un proceso incluiría información sobre la acción a realizar, y ello es independiente de la forma en que se realice un caso cualquiera”*.

Una línea de investigación relevante para explicar las diferencias individuales en la visualización, y que tiene particular interés en los programas de aprendizaje de la Geometría, tanto Analítica como Descriptiva, es el enfoque cognitivo de las estrategias de resolución, que pone el acento en determinar los distintos modos en que se pueden resolver problemas. Gorgorió (1998) dice que diferentes estrategias pueden incluir diferentes procesos o representaciones, o distintas secuencias en un conjunto de procesos. Además agrega que existe creciente evidencia que las habilidades de visualización espacial pueden ser desarrolladas por distintos métodos, de allí la necesidad de conocer qué clase de estrategias utilizan y que dificultades se encuentran cuando se resuelven problemas geométricos.

Gutiérrez (1996) sostiene que si realizamos una clasificación conjunta de imágenes, procesos y habilidades visuales, nos daremos cuenta de que, aunque todos ellos tienen relación con la actividad de los estudiantes de Matemática, algunos tienen relación más estrecha con el contexto del aprendizaje de la Geometría espacial. En concreto, son importantes las habilidades de identificación visual, de reconocimiento de posiciones o de relaciones en el espacio y de discriminación visual. Esta mayor relación con el contexto de la Geometría tridimensional implica, por una parte, que los estudiantes los utilizan directamente al realizar actividades o resolver problemas en los que intervienen objetos geométricos espaciales y, por otra parte, que la capacidad de los estudiantes para usarlos puede ser mejorada mediante la instrucción específica centrada en la resolución de actividades geométricas.

Por otra parte consideramos que, los procesos involucrados cuando los individuos construyen, transforman o relacionan imágenes mentales visuales en los que la mente juega un papel activo, por ejemplo, al trasladar, transformar o rotar una imagen o una figura, están en relación a los procesos utilizados al construir y manipular figuras con la computadora.

Se ha llegado con estas definiciones a un punto esencial en este trabajo. Partiendo del supuesto de que *la utilización de herramientas computacionales incrementa el desarrollo de las aptitudes de visualización y razonamiento espacial de los alumnos*, la posibilidad de medición de la VZ proporcionaría un índice para la evaluación de dicho desarrollo.

¿Puede evaluarse la habilidad de visualización espacial?

En los últimos años se está produciendo un cambio fundamental en la construcción de tests aptitudinales que se caracteriza por la integración de la psicología cognitiva y de la teoría psicométrica, y por el uso del computador para administrar, registrar y puntuar la prueba. Desde esta perspectiva, se construyeron algunos tests informatizados que miden la visualización espacial empleando tareas similares a las clásicas de doblado de papel, desarrollo de superficies, recuento de bloques y rompecabezas, comparación de cubos y sección de figuras geométricas tridimensionales, etc. (Hegarty y Waller, 2005; Quaiser-Pohl, 2003).

Entre los test publicados, el **VZ** (Test de Visualización Espacial) es la versión inicial de una prueba computarizada construida en el año 1993 por Prieto y colaboradores (Prieto, Carro, Pulido, Orgaz y Loro, 1996) que se basa en tareas de desplegamientos de figuras tridimensionales. A partir de entonces y tras sucesivas investigaciones, Prieto y Velasco (2002a, 2002b, 2004), desarrollaron los test de visualización espacial denominados: TVZ2005A y TVZ2005B, que se basan en el paradigma propuesto para la construcción de un banco de ítems de visualización. Se trata de una tarea que permite evaluar las habilidades para llevar a cabo representaciones de figuras tridimensionales y transformaciones mentales (rotaciones, desplegamientos, etc.) de dichas figuras. En estas pruebas se utilizan figuras geométricas regulares, ya que cuando se emplean representaciones irregulares se facilita el etiquetado verbal de las características distintivas de las mismas (ángulos, tamaños, etc.). Finalmente en el año 2006, estos investigadores manipularon las condiciones de la tarea para producir efectos



en el tipo y el número de transformaciones y en consecuencia en su complejidad y dificultad, llegando a los test TVZ2006A y TVZ2006B que son los utilizados en este trabajo bajo su asentimiento.

El banco de ítems de visualización, de cuya dificultad se realizó un análisis (Prieto, Velasco, Arias, Anido, Núñez, Cór, 2007), fue diseñado para evaluar las diferencias individuales en la ejecución de tareas que requieren tanto la representación y almacenamiento de figuras tridimensionales, como la ejecución de transformaciones mentales sucesivas de tipo espacial (rotación y desplegamiento). Ambos test han sido empleados con éxito en estudios con muestras de estudiantes de ingeniería (Prieto, Velasco, Arias, Anido, Núñez, Cór, 2008).

¿Puede desarrollarse la aptitud de visualización espacial?

De especial importancia es el aporte que hacen algunos estudios referidos al entrenamiento de la aptitud de visualización espacial. Estos informes dicen que las personas con alta capacidad espacial mejoran su ejecución con sólo practicar y los que muestran un perfil de aptitud bajo se benefician más del entrenamiento con retroalimentación en una estrategia espacial. Esta susceptibilidad de la aptitud espacial al entrenamiento es uno de los temas incluidos en muchos programas de investigación. Estas investigaciones afirman que la utilidad del entrenamiento de la aptitud espacial radica en su implicación en el éxito académico y laboral: la mejora de las aptitudes beneficiaría el aprendizaje y el rendimiento en profesiones de tipo técnico.

De los estudios consultados, se pueden extraer algunas conclusiones relevantes: parece claro que el entrenamiento incrementa el nivel de la ejecución de los tests espaciales.

Desarrollo de la experiencia

En las indagaciones teóricas sobre el tema ya se han presentado las posibilidades de evaluación la aptitud de visualización espacial. Se exhiben los instrumentos que se utilizaron para realizar no sólo una evaluación de esa aptitud en alumnos ingresantes sino los resultados de una experiencia de carácter exploratoria en la cual la variable dependiente es la aptitud de visualización y el tratamiento un entrenamiento innovador consistente en el trabajo en el computador con los objetos de espacio que trata la Geometría Analítica

Determinación en la variación de la aptitud de visualización espacial

Instrumentos

- **Pruebas informatizadas de Visualización: TVZ2006A (pre-test) y TVZ2006B (post-test)**

Se administraron dos pruebas informatizadas de visualización: TVZ2006A y TVZ2006B, basadas en una tarea de desarrollo de superficies. En la figura 1 se muestra un ejemplo de esta tarea. Cada prueba se compone de instrucciones, 2 ejemplos y 20 reactivos con nueve opciones de las que una es correcta (Prieto y Velasco, 2002a). Las pruebas fueron construidas mediante el Revolution Studio 2 (<http://revstudio.runrev.com/>). El tiempo de ejecución máximo de los reactivos es de 30 minutos. Tras contestar a cada uno, se informa de los que faltan por responder y del tiempo transcurrido. Al término de la prueba, el alumno recibe información sobre la puntuación obtenida. Ambas pruebas fueron calibradas en la misma métrica mediante dos reactivos de anclaje. El TVZ2006A es algo más fácil que el TVZ2006B. Se incluyeron dos pruebas distintas y de diferente dificultad para minimizar la influencia de la memorización de los reactivos y un posible efecto de techo en el post-test.

Cada ítem consiste en un cubo, cuyas caras están identificadas con letras. Al lado, aparece el cubo desplegado en el plano con una de sus caras identificada y otra con el signo de interrogación (?). Se pide al observador que elija (seleccionando con el mouse) entre nueve opciones la correspondiente a la letra que aparecería en la cara en la que ha sido incluida la interrogación.

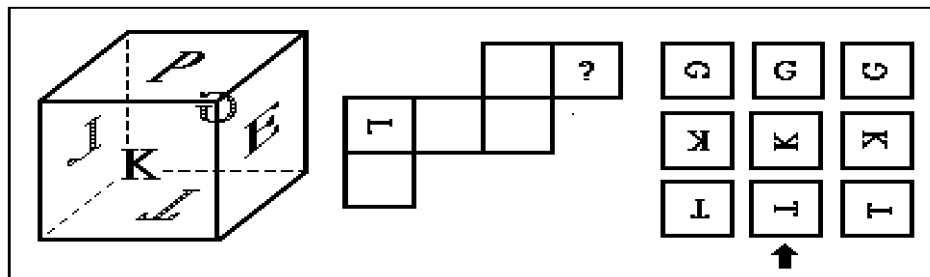


Figura 1. Modelo de ítem

Participantes

La experiencia se realizó durante dos años consecutivos tomando como muestra en cada período a un grupo de alumnos de primer año de un curso de Álgebra y Geometría Analítica I de la carrera de Ingeniería Industrial de la F.C.E.I.A.

Pretratamiento

Al inicio del curso de Álgebra y Geometría I se administró una prueba informatizada de visualización TVZ2006A.

Tratamiento

Se desarrollaron actividades de aprendizaje en Geometría Analítica, durante aproximadamente dos meses, con apoyo de un laboratorio de informática siguiendo el programa de la asignatura sobre los contenidos Secciones Cónicas y Superficies. El material didáctico utilizado fue diseñado en forma de guías teórico prácticas que consta de una serie de actividades propuestas para ser resueltas con la utilización del software Maple.

Postratamiento

Al final del curso de Álgebra y Geometría I se administró una prueba informatizada de visualización TVZ2006B a los dos grupos.

Entre ambas aplicaciones transcurrieron aproximadamente dos meses.

En la tabla 1 se muestra la distribución de la muestra por sexo, así como estadísticos descriptivos de la edad de los participantes.

Año	Hombres	Mujeres	total	Edad: Media y (DT)
Año 1	121 81,2%	28 18,8%	149	18,38 (1,19)
Año 2	128 68,5%	59 31,5%	187	18,35 (2,16)

Tabla 1. Sexo y edad de los participantes

Criterios de exclusión de sujetos

El 64.4 % de los alumnos en el primer año de la experiencia y el 33.7% en el segundo aportaron datos útiles, según los criterios de exclusión utilizados (alumnos que mostraron escaso interés y cooperación en el estudio, estudiantes con puntuación alta en el pre-test y puntuación baja en el post-test, que no asistieron a las clases en el laboratorio de informática, que no participaron en el pre-test y el post-test).

La muestra de alumnos analizados aparece en la siguiente Tabla:



Año	Hombres	Mujeres	TOTAL	Edad: Media y (DT)
Año 1	75 78,1%	21 21,9%	96	17,84 (0,52)
Año 2	36 57,1%	27 42,9%	63	17,83 (0,58)

Tabla 2. Sexo y Edad de los alumnos analizados

Análisis de datos y comentario

En base a estos datos se han obtenido algunos resultados. Pudo observarse que el rendimiento promedio de los alumnos en el pre-test no se aleja demasiado de los 10 aciertos con un máximo posible de 20.

Año	Año 1	Año 2
Aciertos: media y (DT)	8,91 (4,81)	8,90 (5,08)

Tabla 3. TVZ2006-A. Estadísticos descriptivos de las puntuaciones de los participantes.

Este rendimiento similar indicaría una equivalencia entre las condiciones de partida de ambos grupos, que autorizaría a considerar probables resultados similares en el post test, como indicadores de una regularidad confirmatoria de la eficacia o no eficacia del tratamiento.

Con respecto a la pregunta:

¿El aprendizaje de la Geometría Analítica, auxiliado por medios informáticos, mejora la visualización espacial?

En la Tabla 4 aparecen las frecuencias relativas al cambio entre el pre-test y el post-test en las medidas de visualización en ambos grupos.

A pesar que la muestra en estudio estuvo muy reducida por diversas incidencias comentadas anteriormente, se observa en los dos años que aproximadamente el mismo porcentaje (20% y 22%) de los participantes obtuvieron una puntuación mayor en el post-test, que evidencia una mejora moderada en la visualización espacial de los alumnos. No se apreciaron diferencias significativas en la mejora asociadas al sexo.

Mejora	Año 1	Año 2
Sí	19 20 %	14 22%
No	77 80 %	49 78%
Total	96 100 %	63 100%

Tabla 4. Frecuencia y porcentaje de alumnos que mejoraron en el post-test

Para lograr cumplir adecuadamente con los objetivos se ha tenido una dificultad fundamental: una pérdida de sujetos en el post-test que conlleva poca potencia estadística y por lo tanto sería necesario extender la muestra para un análisis estadístico de mayor envergadura.

Consideraciones finales

La validez de la comparación longitudinal entre el resultado de los tests de visualización tomados antes y después del tratamiento reside en el hecho de que en los cursos en los que se tomó, si bien se trata de una facultad de ingeniería, los alumnos no cursaron dibujo técnico (debido a la organización curricular) ni antes ni en paralelo, ni ninguna asignatura que los forme en la interpretación visual del espacio. Luego hay una relativa aislación de la variable independiente: "metodología con apoyo de recursos informáticos de graficación", respecto a la



visualización (no se detecta un sesgo al respecto). Además no se puede pensar en una evolución genética natural de los alumnos porque el período de tratamiento de cada año fue muy corto (2 meses).

Teniendo en cuenta la hipótesis respecto a la posibilidad de mejoramiento de la capacidad de visualización espacial, este tipo de tests podría ser empleado rutinariamente como una herramienta para un diagnóstico precoz que permita detectar aquellos alumnos con dificultades de aprendizaje en temas vinculados a la visualización del espacio, a fin de dedicarles mayor apoyo, atención y métodos didácticos específicos adecuados.

Se suma a los resultados de la experiencia, la naturaleza del “tratamiento” realizado, que podría ser considerado como un aporte a los llamados “entrenamientos indirectos tradicionales” que utilizan estrategias sólo propias de la Geometría Descriptiva.

Bibliografía

- Alsina Catalá, C. (2004). *Demostraciones sin palabras. Técnicas de Visualización*. Seminario Internacional en homenaje de Miguel de Guzmán: XXIX Jornadas de Resolución de Problemas. Buenos Aires, Argentina
- Bishop, A. J. (1989). *Review of research on visualization in mathematics education*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 11 (1), 7- 16.
- Cantoral, R. (2002). Conferencia dictada por el Dr. Ricardo Cantoral Uriza: Visualización y pensamiento matemático; estrategias de enseñanza.
- Gorgorió, N. (1998). *Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problem*. Educational Studies in Mathematics, 35, 207-231.
- Gutierrez, A. (1996). *Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework*. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds,) Proceedings of the 20 th PME Conference. Valencia. España. 1, 33-19
- Gutierrez, A. (1998). *Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la Geometría Espacial*. EMA. 3, 193-220.
- Guzmán, M. de; (1996). El Rincón de la Pizarra – Ensayos de visualización en Análisis Matemático. Madrid, España: Pirámide.
- Guzmán, M. de (1997). *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. Buenos Aires, Argentina. OMA.
- Hegarty, M. y Waller, D.A. (2005). *Individual Difference en Spatial Abilities*. En P. Shah y A. Miyake. The Cambridge Handbook of Visuospatial Thinking, 212- 169. N. Y. Cambridge Univ. Press.
- Prieto, G.; Carro, A.; Pulido, R.; Orgaz, B.; Delgado, A.; Loro, P. (1996). *Measuring spatial visualization by computerised tests*. Estudio de Psicología. Fundación Infancia y Aprendizaje. 1. 41-59.
- Prieto, G.; Velasco, A. D. (2002a). *Construção de um teste de visualização a partir da psicologia cognitiva*. Avaliação Psicologica, 1, 39-47.
- Prieto, G.; Velasco, A.D. (2002b). *Predicting Academic Success of Engineering Students in Technical Drawing from Visualization Test Scores*. Journal for Geometry and Graphics, 6, 99-109.
- Prieto, G.; Velasco, A (2004). *Training Visualization Ability y Technical Drawing*. Journal for Geometry and Graphics. 8, 107-115.
- Prieto, G.; Velasco, A.; Arias, R.; Anido, M; Núñez, A.; Có, P. (2007). *Análisis de las fuentes de la dificultad de un banco de ítems de visualización espacial*. Revista Ciencias Psicológicas. Revista oficial de la Facultad de Psicología de la Universidad Católica del Uruguay. 1-101-112.



- Prieto, G.; Velasco, A.; Arias, R.; Anido, M; Núñez, A.; Có, P. (2008). *¿Mejora la Visualización Espacial con el Aprendizaje del Dibujo Técnico?* Revista Mexicana de Psicología. 25, 175-182.
- Quaiser Pohl, C. (2003). *The Mental Cutting Test “schnitte” and the Pictures Rotation Test, Two New Measures to Assess Spatial Ability.* International Journal of Testing. 3. 219-231.