

USO DE O LILAVATI DE BHASKARA COMO RECURSO PEDAGÓGICO

Rodolpho Pinheiro D’Azevedo, Paloma Souza Marques França, Jussara Pereira
Fernandes, Raruy Damasceno Rodriguez.

professorrodolphopinheiro@gmail.com, paloma.sfm@gmail.com;
jussarap.fernandes@gmail.com; raruyz@gmail.com

Universidade de Brasília – UnB – Brasil

Modalidade: MC

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)

Tema: História da Matemática e sua Inclusão em Aula.

Palavras-chave: Lilavati; Bhaskara; História da Matemática; Resolução de problemas.

Resumo: *Este minicurso foi elaborado a partir dos estudos do texto histórico O Lilavati, escrito por Bhaskara em 1150 d.C. Tendo como ponto de partida a tradução do texto para a língua portuguesa, foram desenvolvidas atividades pedagógicas e materiais didáticos baseados nas tendências de Resolução de Problemas e História da Matemática. As atividades compreendem todos os níveis escolares presentes na Educação Básica do Sistema Educacional Brasileiro, englobando as áreas de aritmética, álgebra e geometria. Essas viabilizam recursos para o ensino e aprendizagem dando significação aos conceitos matemáticos abordados nas escolas de forma lúdica e servem como instrumento complementar as aulas. Assim, tem-se como objetivo a apresentação e aplicação de parte do material desenvolvido pelo Projeto Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade (SAMAC) do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (UnB). Essa aplicação se dará aliando-se a História da Matemática à Resolução de Problemas, contextualizando os versos lúdicos fornecidos pelo texto histórico com a finalidade de aplicar algoritmos diferenciados daqueles aprendidos nas escolas.*

1. Introdução

Bhaskara (1114-1185) foi astrólogo e matemático extraordinário, mas, segundo a lenda, ao descobrir que sua filha nunca se casaria decidiu perpetuá-la nomeando a primeira parte da obra *Siddhanta Siromani* com o nome dela, *Lilavati*; e endereçou muitos dos problemas nele inseridos a ela (RODRIGUEZ et al, 2013; FERNANDES, 2013). *Siddhanta Siromani* foi o trabalho mais notável de Bhaskara e está dividido em quatro partes: *Lilavati* (Bela e formosa), *Bijagniitas*, *Goladhyaya* e *Grahaganita*.

Lilavati foi escrito em versos e possui bases poéticas, trazendo o entretenimento juntamente com conteúdos matemáticos; sendo assim, a utilização de recursos pedagógicos estimula percepções de situações vivenciadas em sala de aula, como a leitura atenciosa do problema e sua interpretação matemática (CHARLES, 1995, FERNANDES, 2005, FERNANDES, 2013).

Desta maneira, o trabalho desenvolvido apresenta proposta de uso da História da Matemática no trabalho pedagógico. O grupo de pesquisa, sob orientação da prof^a Dr^a Maria Terezinha Jesus Gaspar, vem desde 2008 elaborando propostas pedagógicas para o ensino da matemática com base em informações históricas.

Realizou-se tradução dos capítulos da obra de Bhaskara, *Lilavati Bhaskaracarya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*, e construção de atividades pedagógicas relacionadas a alguns desses capítulos que foram experimentadas em vivências matemáticas promovidas pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional DF. O livro conta com 34 capítulos escritos em 278 versos que tratam de assuntos como aritmética, álgebra, geometria, mensuração, tabelas, frações, regra de três, regra de cinco, misturas, porcentagens, progressões, geometria, medidas, problemas geométricos de sombras e outros; descrevendo situações do dia a dia e apresentando regras e métodos utilizados para resolver as situações colocadas em alguns desses versos (BHASKARACARYA, 2008).

2. Fundamentação teórica

O embasamento teórico deste minicurso segue duas tendências na educação matemática: a História da Matemática e a Resolução de Problemas. A primeira diz respeito da construção do conhecimento do homem, da sociedade e da cultura, ao longo dos tempos. A segunda refere-se à habilidade do indivíduo em compreender e solucionar situações problemas em distintos contextos e tempos (FAUVEL, 1991, SARDINHA et al, 2011).

O uso da História da Matemática, nas escolas, é defendido por Grabiner (1975), para esse autor o educador pode abordá-la de diversos modos: implícito, ou seja, o objetivo primordial não é a História em si, mas a pedagogia interventiva mediada pela História; e explícito, ou seja, o objetivo principal é a História, como interventora didática. Neste minicurso, a História da Matemática será abordada de modo explícito, pois as atividades didáticas propostas são embasadas no texto histórico do mestre hindu.

A Resolução de Problemas com análise das ‘situações problemas’ e a arte em resolvê-las diz respeito ao desenvolvimento de diversas percepções: aplicações empíricas de conceitos constantes do currículo brasileiro; procura pela real interpretação matemática instigada pelo problema; análise e seleção cuidadosa de detalhes fornecidos pelo problema, com isso desenvolve-se a capacidade de leitura e investigação de pistas (dados) fornecidos pelo problema (CHARLES, 1995, POLYA, 1995, MUNIZ, 2009).

Será possível através de este minicurso aliar a História da Matemática a Resolução de Problemas, com uso do contexto dos versos fornecidos pelo texto histórico. Além disso, serão apresentados algoritmos diferenciados dos ensinados atualmente nas escolas brasileiras. Os objetivos específicos são proporcionar aos participantes: realizar comparações dos algoritmos (atuais e os históricos), refletir sobre a importância da História da Matemática e a Resolução de Problemas como recursos didáticos válidos para o ensino e aprendizado da Matemática. Neste contexto, o objetivo principal desta proposta é a reflexão e aplicação do caderno de apoio didático, que foi criado e desenvolvido com embasamento na obra o *Lilavati* (1150).

3. Justificativa e motivação

Partindo da tendência da História da Matemática, tem-se como justificativa e motivação trazer aos aprendizes a evolução de conceitos matemáticos, observados ao passar dos anos, mostrando-lhes caminhos diferentes dos utilizados em grande escala nos sistemas educacionais. Assim, essas atividades podem ser utilizadas como fonte complementar ao já trabalhado nos currículos, a fim de enriquecer as competências trabalhadas. Esses novos algoritmos podem ser de grande valia, também, vista a diversidade presente em sala de aula, pois trazem formas de resoluções diferentes, o que amplia a possibilidade de assimilação entre os diversos públicos.

Essa tendência de utilização de algoritmos diferenciados se dá através dos utilizados por Bhaskara em seu livro, e como complemento há a produção de atividades e materiais baseados no texto original. Esses materiais possuem característica lúdica, ou seja, são atividades criativas, que tem como função principal a aquisição dos conhecimentos de forma participativa, fazendo com que o aprendizado seja prazeroso. Assim, pode-se haver a quebra de preconceitos pré-estabelecidos em relação a matemática, deixando os estudantes motivados para apreender.

4. Metodologia

Através do texto histórico *O Lilavati*, pretende-se abordar e trabalhar conteúdos matemáticos com situações e contextos da História da Matemática. A partir de situações problemas contextualizadas, o participante terá apenas mediações para que utilize de sua autonomia para chegar à solução. As atividades não necessitam de pré-requisitos iniciais, além das operações básicas, o que justifica a classificação do público. É importante que o participante seja capaz de pensar criticamente e não se prenda à fórmulas decoradas. Criatividade, raciocínio lógico, organização e clareza nas respostas são fundamentais para que a resolução do problema esteja esquematizada, possa ser consultada posteriormente e auxilie nos próximos passos da solução.

As atividades serão ministradas simultaneamente, ou seja, em estilo circuitos possibilitando o participante lidar com cada atividade proposta durante um tempo determinado.

Indicação do nível de ensino destinado para o minicurso: Ensino Fundamental 2 (a partir do sexto ano) e Ensino Médio.

4.1 Apresentação das atividades

- *Atividade 1: Capítulos 6 e 7 – quadrado e raiz quadrada*

Usando geometria e situações problemas envolvendo tabuada, potenciação e radiciação, podemos trabalhar concretamente problemas envolvendo quadrados e raiz quadrada dos números. Material possíveis de se trabalhar: papel quadriculado emplastificado e canetinha, material dourado, fichas de terrenos quadrados. Atividade: Utilizando o segundo e o terceiro método do Capítulo 6, determinar estrategicamente a área total de terrenos a partir de pequenos quadrados.

- *Atividade 2: Capítulos 8 e 9 – cubo e raiz cúbica*

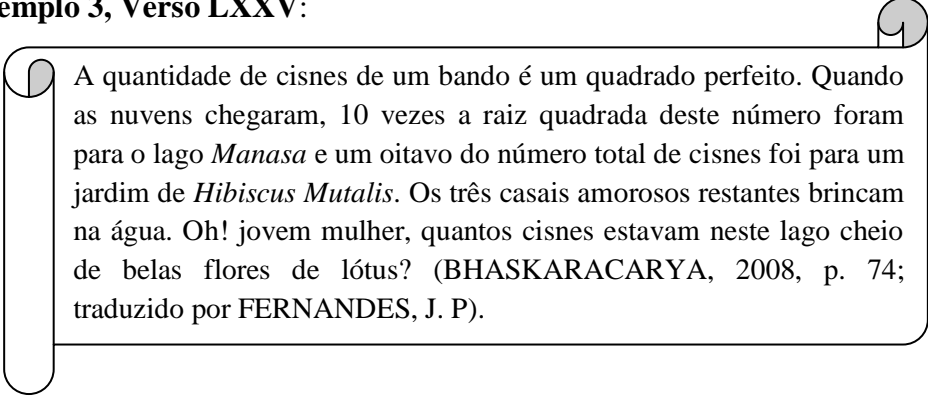
A atividade consiste em encontrar o cubo a partir dos métodos apresentados por Bhaskara em *Lilavati*, no qual se pode encontrar o cubo de um número a partir do produto dele por ele mesmo três vezes ou dividindo esse número em duas partes e aplicando os procedimentos descritos no capítulo 8. Já para encontrar a raiz cúbica de um número faz-se a utilização de traços verticais e horizontais à cima dos algarismos a partir das unidades, no procedimento são aplicadas a subtração e a divisão.

- *Atividade 3: Capítulos 16 e 17 – equação do primeiro grau*

No capítulo 16, Bhaskara descreve o processo reverso para se encontrar uma quantidade desconhecida de uma quantidade conhecida; desta maneira, o divisor deve ser tomado como multiplicador, o quadrado como raiz quadrada, a adição como subtração etc. E no capítulo 17, apresenta o método da suposição para encontrar uma quantidade desconhecida e em seguida apresenta sete exemplos. A atividade desenvolvida para estes capítulos, a partir da situação problema apresentada, busca a manipulação de materiais concretos e utilização do método apresentado por Bhaskara. Trabalhando situações modeladas por meio da linguagem algébrica e utilizando recursos pedagógicos estimuladores por meio de desafios e da História da Matemática.

- *Atividade 4: Capítulo 20 – equação do segundo grau*

A atividade proposta indica possíveis caminhos para a resolução dos problemas, além disso, Bhaskara fornece o algoritmo diferenciado do abordado nas escolas brasileiras. O texto histórico, deste tema, é composto por seis versos desafiadores. A seguir a transcrição do **Exemplo 3, Verso LXXV**:



A quantidade de cisnes de um bando é um quadrado perfeito. Quando as nuvens chegaram, 10 vezes a raiz quadrada deste número foram para o lago *Manasa* e um oitavo do número total de cisnes foi para um jardim de *Hibiscus Mutalis*. Os três casais amorosos restantes brincam na água. Oh! jovem mulher, quantos cisnes estavam neste lago cheio de belas flores de lótus? (BHASKARACARYA, 2008, p. 74; traduzido por FERNANDES, J. P).

- *Atividade 5: Capítulos 21 a 25 – proporção*

Trabalhar trocas e valores comerciais utilizando conceitos de correspondência, proporção direta e inversa, entre outras operações matemáticas. Através de situações-problema, o aluno desenvolverá na atividade a habilidade de relacionar valores de mercadorias com suas respectivas quantidades utilizando a proporcionalidade, regras de três e cinco.

- *Atividade 6: Capítulos 26 e 34 – Combinação, permutação*

A atividade trabalha o raciocínio lógico, se resume em encontrar quantas formas de combinações e/ou concatenação são possíveis a partir de um problema dado, tomando todas as possibilidades e utilizando os procedimentos necessários para achar o total,

descritos respectivamente nos capítulos 26 e 34. Na concatenação é abordada a permutação, a partição entre outros.

- *Atividade 7: Capítulo 28 – Mensuração*

A atividade desenvolvida faz uso de desenhos e materiais concretos para auxiliar na aplicabilidade dos algoritmos fornecidas pelo *Lilavati*: Medição de lados e áreas; Fórmula para encontrar a hipotenusa e a altitude de um triângulo retângulo dado a sua base; Fórmula para encontrar dois lados quando a hipotenusa é dada; Outra fórmula quando a hipotenusa é dada; Fórmula para a construção de triângulos retângulos com lados inteiros; Fórmula para uma diagonal de um quadrilátero; Fórmula para encontrar o diagonal segunda; Método de *Bhaskaracarya*; Fórmula para calcular a circunferência de um círculo dado o seu diâmetro; Fórmula: Para os lados de um polígono regular inscrito; Fórmula para o comprimento de uma corda: uma aproximação grosseira; e Fórmula para encontrar o comprimento do arco, tendo em conta o acorde.

- *Atividade 8: Capítulo 32 – Triângulos*

O capítulo 32 apresenta fórmula e exemplos para encontrar o comprimento de sombras quando houverem variáveis dadas, como por exemplo, a diferença de um quadrado, altura de lâmpada e do poste e a distância entre elas, distância entre os pontos da bases. A atividade será desenvolvida a partir de exemplos apresentados por Bhaskara e através da utilização de materiais que valorizem o lúdico.

5. Discussão das repercussões esperadas pelo minicurso

Ao final espera-se que os participantes sejam capazes de conciliarem a História da Matemática com a Resolução de Problemas por meio dos versos fornecidos pelo texto histórico e por meio do material didático de apoio criado e desenvolvido pelo grupo de pesquisa. Ainda, espera-se que a reflexão crítica sobre os materiais pedagógicos desenvolvidos e a comparação dos algoritmos ensinados atualmente nas escolas e os históricos fornecidos pela obra de Bhaskara.

Por conseguinte, a repercussão esperada é que o minicurso viabilize por meio da fundamentação teórica proposta, ao participante compreender como válido, para a educação básica, a Resolução de Problemas aliada a História da Matemática.

7. Considerações Finais

O redescobrimiento de textos históricos, como o *Lilavati* (1150), é fundamental para o auxílio da educação básica latina e funcionará como base para este minicurso. Os algoritmos apresentados pelo mestre hindu nos diferentes temas abordados viabilizam a reflexão crítica dos algoritmos ensinados atualmente nas escolas. Por fim, a obra de Bhaskara pode trazer novos significados para o ensino e aprendizagem da educação matemática latina (RODRIGUEZ et al, 2013).

8. Referências

Bhaskaracarya. (2008) . *Lilavati Bhaskaracarya: A Treatise of Mathematics of Vedic Tradition*. Dethi: Motilal Bernardidass Publishers.

Charles, R. L., Mason, R. P. & Martin, L. (1995). *Problem-Solving Experiences In Mathematics*. USA: Addison-Wesley

Fauvel, J. (1991). *Using History in Mathematics Education*. For the Learning of Mathematics, v. 11, p. 3-6.

Fernandes, J. P. (2013). *O Lilavati de Bhaskaracarya e o Sistema Métrico Moderno: Qual o denominador comum para o Ensino de Ciências e Matemática?* Trabalho de Conclusão de Curso em licenciatura em Ciências Naturais. Orientador: José Eduardo Castilho. Universidade de Brasília, Faculdade UnB Planaltina: Planaltina.

Fernades, Xavier. (2005). *Lilavati in the history of mathematics*. Handledare: Paul Vaderlind. Recuperado de <http://www2.math.su.se/gemensamt/grund/exjobb/matte/2005/rep4/report.pdf>

Grabiner, J. V. (1975). *Matemático e o Historiador - Historia Mathematica*, v. 2, pp. 439-447.

Muniz, C. A. (2009). Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. En Guimarães, G.; Borda, R. (Org.). *Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização*. Volume 6. Recife: SBEM. p. 101 - 118.

Polya, G. A. (1995). *Arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.
196p.

Rodriguez, R. D.; Fernandes, J.P.; Sardinha, A.G.O. & Silva, R. M (2013). *O Lilavati de Bhaskara: utilizando a História da Matemática e a Resolução de Problemas como Recursos Pedagógicos*. X Seminário Nacional de História da Matemática (X SNHM). Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Campinas: São Paulo.

Sardinha, A. G. de O.; Alves, D. da S.; Antunes, D. A.; Fernandes, J. P.;
Rodriguez, R. D. & D' Azevedo, R. P. (2011). *Lilavati: uma proposta de ensino-aprendizagem da Matemática utilizando a História e a resolução de problemas como recursos pedagógicos*. Anais V EBREM: Educação Matemática e Criatividade. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Distrito Federal. Set/2011.