I CEMACYC
I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe
6 al 8 noviembre. 2013
i.cemacyc.org
Santo Domingo, República Dominicana

# La otra matemática … la de enseñanza … la de los maestros …

Eduardo Mancera Martínez
C@mpus de las Matemáticas, Instituto de Formación Docente, Virtual Educa
México
mancera.eduardo@gmail.com

**Resumen**

Las discusiones sobre la enseñanza de las "matemáticas" parecen compartir una misma imagen de la disciplina, no se explica lo que se entiende sobre este campo de conocimiento, ni sobre sus contenidos y métodos. Sobre esta endeble base se desarrollan las currícula, se hacen libros de texto, se llevan a cabo cursos en distintas modalidades, se forman maestros, en suma se llevan a cabo múltiples acciones y producciones académicas, incluso se definen normas educativas. Sin embargo, no hay consenso, pues la disciplina adquiere matices importantes cuando se lleva a cabo por matemáticos profesionales, ingenieros o docentes. Hay razones filosóficas, epistemológicas, históricas, comunicativas, educativas, entre otras, que obligan a establecer con precisión, eso que se llama "matemáticas" y que cobija de manera importante y persistente la formación de los futuros ciudadanos, profesionales y matemáticos. Se planteará una discusión sobre las diferencias importantes entre distintas perspectivas de las matemáticas para ilustrar el sentido que se requiere dar a la enseñanza de las matemáticas.

*Palabras clave*: educación, matemática, formación, docentes.

## Introducción

Los problemas sobre el rendimiento escolar en la asignatura de Matemáticas han sido tema de discusiones en distintas épocas y foros. No es un tema reciente, se ha enfatizado por siglos la importancia de una buena formación matemática, la historia ilustra el papel tan relevante que ocupó el desarrollo de métodos para tratar relaciones cuantitativas y espaciales, sin embargo, su importancia contrasta con la falta de interés y receptividad de los estudiantes en general.

Se intenta todo para mejorar el estado de la situación: cambiar las currícula, controlar y censurar la elaboración de libros de texto, prestar atención a la formación inicial y en servicio de los maestros, utilizar recursos tecnológicos o manipulativos, endurecer los procesos de selección de maestros y de evaluación, plantear promociones por resultados positivos, entre muchas medidas.

Sin embargo, no ha cambiado mucho el interés por estudiar matemáticas o se han mejorado substancialmente los resultados educativos. La matemática sigue siendo impopular y aunque se reconoce la importancia de tener una formación adecuada en la disciplina, se prefiere evitar los cursos "con aroma a matemáticas".

Al hablar de matemáticas parece haber un consenso sobre lo que es, pero basta revisar textos de uso frecuente, para darse cuenta que no hay una sola manera de interpretar a este campo del conocimiento. Mientras algunos enfatizan ciertos conceptos y procedimientos a partir de argumentaciones deductivas, otros prefieren trabajar los contenidos con una aire de inducción o analogía; los contenidos tienen un orden en algunos textos que no corresponde con el de otros, unos basan sus explicaciones en símbolos y otros en diagramas o figuras conocidas.

Hay contrastes muy importantes entre quien se dedica al desarrollo de la disciplina, a la matemática pura, quien usa resultados matemáticos para resolver problemas de la industria, el comercio, la producción, entre diferentes campos del aparato productivo o científico y lo que se trabaja en las aulas.

El tema central de esta presentación es llamar la atención en las diferencias percepciones sobre la matemática y su influencia en la enseñanza.

## ¿Qué es la matemática?

Vale pena entonces hablar de lo que se entiende por Matemáticas, al respecto, de acuerdo con Courant y Robins (2002, p.17): *Las Matemáticas, como una expresión de la mente humana, reflejan, la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son la lógica y la intuición, el análisis y la construcción, la generalidad y la individualidad*.

Vale la pena arriesgarse para interpretar las palabras de Curant y Robins como un reflejo de la percepción que tienen los autores sobre el desarrollo histórico de la matemática. En efecto, en sus orígenes fue fundamental la *voluntad activa*, involucrarse con distintos retos y analizar distintos elementos que influían en ellos, sin términos establecidos o procedimientos reconocidos ampliamente; posteriormente, la *razón contemplativa* tuvo un lugar privilegiado, porque ante la amplitud de saberes relacionados con relaciones cuantitativas y espaciales quedaba hacer una síntesis y tratar de ver lo logrado con un sentido de integración o mayor profundidad; finalmente, predominó la fascinación por la disciplina en un sentido de *deseo de perfección estética*, en este momento, la lógica fue quien aportó buena parte de esa estética asociada a la matemática, pues no sólo las formas caprichosas o las regularidades geométricas u numéricas llegaron a asombrar, sino que la certeza asociada al conocimiento matemático ha resultado un elemento estético relevante.

En este sentido interpretativo Imre Lakatos provoca otra perspectiva de la historia centrada en los procesos de prueba en matemáticas. En efecto, Lakatos (1981, pp. 91 - 102) elaboró una clasificación interesante sobre las pruebas matemática. Hay pruebas preformales (No tienen una estructura definida, las premisas o lo que se quiere es impreciso, no hay método de verificación, pero si de falsación ), formales (se expresan en un sistema formal mediante una sucesión finita de referencias a axiomas o resultados obtenidos con anterioridad a partir de éstos) y postformales (con las pruebas formales a veces se demuestra más de lo que se desea demostrar). La matemática ha transitado por una etapa de informalidad, donde no existía jerarquía de contenidos ni de procedimientos, aunque el razonamiento deductivo ganaba fuerza, la inducción y la analogía, tenían una presencia sobresaliente; posteriormente, se pasó a una larga etapa de formalización con énfasis en las estructuras matemáticas y el rigor lógico, en esta etapa la inducción y la analogía fueron reservadas a la inspiración, pero no a la refutación o validación; sin embargo, la revisión de los fundamentos; se creía que la base de la matemática era la teoría de los conjuntos y la lógica pero al encontrar otras formas de organización como la teoría de las categorías o la teor´+ia de topos, fue necesario reconocer que el enfoque conjuntista resultó limitado y lo que se había realizado podría corresponder con estructuras más amplias que permitían probar lo que ya se conocía o se tenía como cierto y generaba nuevas formas de ver diferentes teorías como unidades o mosaicos integradores del conocimiento matemático.

Devlin (2000, pp. 16 - 27) presenta en el contexto educativo 4 caras de las matemática: La cara familir (que abarca operaciones numéricas, razonamiento formal y resolución de problemas); la matemática como una forma de saber (implica una forma de interpretar lo que sucede en el mundo en que vivimos); la matemática como un medio creativo (como analogía de lo que sucede en el arte); finalmente, aplicaciones (para enfatizar el uso de la matemática para resolver problemáticas que se presentan en la vida).

Este es sólo un espectro de las posibles perspectivas que se pueden tener respecto a lo que es la matemática, lo cual depende evidentemente de su devenir.

## Tres etapas importantes en el desarrollo de las matemáticas

A pesar de parecer redundante en la exposición, a manera de síntesis de lo anterior podemos delinear tres grandes etapas en el desarrollo del conocimiento matemático, sin pretender Que es el resultado de un estudio histórico riguroso, sino como la base general de una argumentación.

### Transmisión de saberes: Tipos de problemas y secuencias de pasos para resolverlos

La matemática nació en la actividad misma del ser humano, como Bishop (1999, p. 39-78) sugiere. Todo grupo humano ha realizado y realiza actividades relacionadas con contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar, todas ellas relacionadas con nociones y procesos matemáticos. Las relaciones espaciales y cuantitativas tuvieron su origen en la acción misma de los sujetos al relacionarse con el mundo.

Cabe mencionar que la geometría jugó un papel central en el desarrollo del pensamiento matemático y después vino la aritmética, el álgebra y todo lo demás, lo cual contrasta con las corrientes curriculares donde la aritmética es primero, luego el álgebra y al final, si da tiempo, la geometría. Siendo esta posición acorde con etapas posteriores.

En esta época, los personajes de la historia reconocidos como "matemáticos" no poseían un título o grado académico que los acreditara como matemáticos. Los primeros "matemáticos" reconocidos eran abogados, filósofos, astrónomos, comerciantes, entre muchas actividades, eran personas que sabían los secretos de los números, las figuras geométricas o la variación. No existían estudios profesionales para ser matemático, aunque en varias universidades se daban cursos de matemáticas, pero con una relación más fuerte con la arquitectura o las ingenierías.

La atención se centraba en la forma de resolver problemas específicos y presentar una argumentación secuencial, no necesariamente deductiva, de la solución. El énfasis se concentraba en los algoritmos, en transmitir los secretos de la manipulación de símbolos y procedimientos, pero con énfasis en el tipo de problemas que se iban a resolver. Fue época de enseñar a resolver problemas específicos, lo cual se constata en los algoritmos desarrollados aproximadamente hasta el mediados del siglo XVIII (ver Chabert, 1999). Pero como transmisión de saberes matemáticos, sin una estructura general de la cual se desprendieran las herramientas para la resolución y se dedicaba más a seguir una secuencia de pasos, lo cual era enseñado en las escuelas de la misma manera en que se aprendía.

**Hacía la unidad: énfasis en las estructuras de la matemática.**

En el siglo XIX tuvo auge de la matemática debido principalmente a la revolución industrial y a las conflagraciones internacionales. En efecto en la segunda guerra mundial se puso mayor atención a los científicos y la necesidad de tener más desarrollo en ciencia y tecnología en los países "avanzados". Por ello varias universidades crearon departamentos de matemáticas que aunque estuvieron anclados a carreras relacionadas con la ingeniería, poco a poco fueron independizándose posiblemente debido a las nacientes organizaciones de matemáticos en el mundo y sus intentos de fundamentar y organizar el conocimiento matemático.

En este período hubo más atención al desarrollo de la disciplina, lomque provocó que de las universidades, europeas principalmente, egresaran más matemáticos, aunque el número total seguía siendo reducido.

El gran proyecto de unificación de la matemática adquirió importancia porque fue encabezado por los matemáticos más prestigiados de la época, la mayor parte franceses. Esto se llevó a cabo por la conformación de grupo Bourbaki, el cual inicio la organización de la matemática a partir de la lógica, enfatizando el papel de los accionas y los procesos de demostración para formalizar el conocimiento matemático, la Teoría de conjuntos como base y un énfasis en las estructuras matemáticas.

Con esta corriente creció el "formalismo" y se afinaron algunas ideas sobre lógica y los sistemas axiomáticos que fueron los primeros tropiezos de la obra de Bourbaki, que debió abandonarse hacia la mitad del siglo XX por el surgimiento de la teoría de las categorías (la cual incluye a los conjuntos como una categoría "pequeña") y la teoría de topos. Sin entrar en detalles en las teorías de categorías y la de los topos, basta decir que han sido candidatos para fundamentar la matemática.

Las enormes posibilidades de la lógica y la teoría de conjuntos fascinaron a matemáticos como a responsables de sistemas educativos de muchas partes del mundo y se emprendió una cruzada a favor de estructuras los planes y programas de estudio con base en la lógica y la teoría de conjuntos y enfatizar las estructuras matemáticas ¿Cómo no hacer caso de las recomendaciones de las mentes más brillantes del siglo?

Así enseñar matemáticas implicaba enseñar algunas estructuras matemáticas y recorrer un camino paulatino para hacer énfasis en la demostración y el uso de axiomas. Nuevamente. Se repitió el enseñar por medio de repetición y memorizando, pues los contenidos resultaban confusos y demasiado abstractos.

Algunas propiedades numéricas como que $a \times 0 = 0$ debían demostrarse a partir de los “axiomas de campo”, lo cual implicaba demostrar antes que: $a \times (-b) = -(a \times b)$, de esta forma aplicando la existencia de inversos aditivos y la propiedad distributiva se tenía:

$$a \times 0 = a \times (b + (-b)) = a \times b + a \times (-b) = a \times b + (-(a \times b)) = 0$$

La geometría se explicaba a modelos de la “vida real” como la “geometría de las abejas”:

Términos indefinidos:

Abeja, colmena y la relación “estar en”

Axiomas

A1. Hay por lo menos 2 abejas diferentes.

A2. Dadas dos abejas distintas, pertenecen a una y solo una colmena.

A3. Dada cualquier colmena, hay por lo menos una abeja que no está en ella.

Teoremas

T1. Hay, por lo menos tres abejas.

Demostración: por A1 hay por lo menos dos abejas, Por A2 hay una y solo una que las contiene. Por A3 hay por lo menos una abeja fuera de esa colmena. Entonces, Hay por lo menos tres abejas.#

T2 Dos colmenas distintas tienen a lo más, una abeja en común.

Demostración: Supongamos que no es así, es decir que hay por lo menos dos colmenas que contienen a dos abejas. Esto contradice A2.#

T3 Hay, por lo menos, tres colmenas.

Demostración: Por T1 hay por lo menos tres abejas, digamos D, F y G, por A2 hay una sola una colmenas que contienen a las abejas D y F, otra columna contiene a las abejas F y G y otra más a las abejas D y G. Por tanto, hay por lo menos tres colmenas.#

Y así se continua, pensando en abejas y colmenas en vez de puntos y rectas, para hacer más “real” el manejo matemático del sistema axiomático.

No se tomó en cuenta el nivel de abstracción y desarrollo que se debería tener para acceder a este tipo de conocimiento. Por otro lado, se hizo polvo a consignas pedagógicas de Comenius (1592 a 1670) y Pestalozzi (1746 – 1827): “Ir de lo particular a lo general” o “ Iniciar de lo sencillo para ir a lo complejo. Consignas ampliamente aceptadas y vigentes.

**¿Contenidos o significados? ¿Secuencias de pasos o argumentación?**

La reforma de la matemática moderna se derrumbó al poco tiempo pues matemáticos, maestros y gente común hizo causa común para derrocarla. En estas revueltas se distinguió Morris Kline, quien en la introducción de uno de sus libros (Morris Kline, 1973) presenta el caso de una maestra que le pregunta a su alumno Juanito sobre una suma de números naturales

Maestra: ¿Cuánto es 3 + 2?

Juanito: 3 + 2 = 2 + 3

Kline argumenta lo siguiente: "Lo cual es estrictamente cierto, pero casi siempre inútil si se trata de hacer el cálculo. La conclusión implícita es que Juanito conoce la ley de la conmutatividad de la suma, pero no tiene idea de cómo llegar a 5 pasando por 2 más 3".

El párrafo anterior resume uno de los argumentos principales de la contrarreforma.

Pero no se quería regresar a lo anterior a pesar de la demanda sobre regresar a los "hechos básicos" al "saber hacer". Seguramente ya existía consciencia de que lo anterior no era el camino correcto. Regresar a lo anterior sería caer en la repetición y la memoria de contenidos matemáticos sacrificando la comprensión y la profundidad.

Entonces se inició un camino para tratar de comprender lo que entendían los estudiantes, lo que hacían los maestros, el sentido que tenían las aplicaciones y se revisaron muchos aspectos más por las crecientes comunidades de educación matemática.

A pesar del frecuente rechazo a los anglosajones de América del Norte, su organización de maestros de matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) organizó una discusión y presentó un documento de gran impacto, mayor fuera de USA que al interior, en el cual se retoman algunos aspectos relevantes de las matemáticas. En efecto, Los "Principios y Estándares para la Educación Matemática" (NCTM, 2000) establecen varios aspectos de interés. Una primera versión de este esfuerzo se presentó en 1989 y el resultado de la revisión de éste es el trabajo de referencia en este documento.

Se plantearon seis principios: Igualdad, currículo, enseñanza, aprendizaje, evaluación y tecnología. Con ellos se perfila el tipo de normas y prácticas educativas que son deseables en la enseñanza de la matemática, aspecto que en planes y programas de estudio frecuentemente se mencionan de manera parcial. Los principios son establecidos para influir el ámbito del diseño curricular.

Los estándares, resultan muy interesantes pues se distribuyen en cinco estándades de contenidos (números y operaciones, Álgebra, geometría, medida y análisis de datos y probabilidad) y cinco estándares de proceso (resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación). Es decir la perspectiva de este planteamiento nos hace considerar a cada contenido involucrado con diferentes procesos que se van definiendo de acuerdo con el grado escolar que se trate. Así los estándares de contenidos y procesos se refieren a temas generales que deben ser cubiertos parcial o totalmente en los grados escolares acompañados de un trabajo didáctico orientado por los estándares de procesos. En este sentido los estándares de contenidos y procesos están orientados al trabajo en aula.

Es decir, como reflejo de la actividad en educación matemática a nivel mundial se estaba conformando una perspectiva diferente del currículo y el trabajo en clase, pues varios planteamientos de NCTM correspondían con recomendaciones o resultados de investigación. Pero, la organización y los ejemplos desarrollados fueron trascendentes en la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas. Esto representó un gran esfuerzo de trabajo colegiado.

Posteriormente, la NCTM promovió otro documento trascendental que define una posición para todos los aspectos relacionados con la enseñanza de la matemática, aunque está dirigido a un nivel educativo particular: Focus in high school mathematics. Reasoning and sense making (NCTM, 2009). En efecto, el poner en un lugar protagónico los significados y el razonamiento induce varios cambios en la perspectiva de la enseñanza.

## Tribus matemáticas

Lo anterior ha servido para revelar dos tribus que trabajan en el contexto de la matemática: Los matemáticos profesionales y los educadores matemáticos (que incluye a los docentes), pero hay una tribu que no se ha mencionado: los matemáticos aplicados. Esta tribu tiene una fuerte relación con las dos anteriores pues siempre ha existido, desde su inicio la matemática ha estado vinculada con determinados problemas relacionados con asuntos de la ciencia o la sociedad. Cuando surgió la organización del conocimiento matemático, creció una tendencia que desdeñaba la relación de la matemática con las aplicaciones, varios matemáticos de renombre advirtieron que la Matemática, como unidad, no puede ser planteada a partir de las aplicaciones, pues el desarrollo de la matemática se resuelve desde dentro, al interior de la disciplina, por eso se hace referencia a la Matemática Pura. Una matemática libre de contaminaciones.

El matemático aplicado busca la resolución de problemas en varios campos del conocimiento, cometen pecados graves como hablar de infinitesimales, no preocuparse por condiciones que aseguren la continuidad, integrabilidad o diferenciabilidad de funciones, entre otras escandalosas omisiones fuera de los rigores de la matemática pura.

Sin embargo, ante el desdén de quienes se dedican a la matemática pura, hay una mayor conexión con los educadores matemáticos quienes se ocupan de la modelación, procesos de aproximación, tratamiento de la información y otros temas que constituyen una parte importante de la matemática aplicada.

Hay una frase que plantea la problemática entre las tribus de la matemática pura y la matemática aplicada:

"Las proposiciones matemáticas, en cuanto tienen que ver con la realidad, no son ciertas; y en cuanto que son ciertas, no tienen nada que ver con la realidad" Albert Einstein (1879-1955).

La enseñanza de la matemática se aleja mucho de la Matemática pura y se acerca tenuemente a la matemática aplicada.

## La formación de maestros

El triángulo didáctico (contenido, maestro y alumno) nos indica el vértice que se requiere considerar principalmente para realizar acciones tendientes a mejorar el estado del rendimiento escolar en matemáticas.

El contenido ha sido muy estable, en realidad desde la revolución industrial se enseñan los mismos contenidos de matemáticas. Han cambiado en su nivel de profundidad o del lugar en planes y programas de estudio, pero siguen presentes hasta la fecha.

Los alumnos son los usuarios del sistema educativo e independientemente, de sus nivel de responsabilidad, actitud y posición socioeconómica, son los principales afectados en el servicio educativo.

Los cambios en planes y programas de estudio no pueden ser efectivos en la medida que quien los opera no está preparado para hacerlo de manera creativa y dinámica. Es así que adquiere mucha importancia la formación inicial y la que se da en servicio, como formación continua o extensión, a quienes tendrán responsabilidades como maestros de matemáticas.

Veamos algunos tipos de planes de estudio al respecto.

## Reparto curricular

Los planes de formación inicial o continua de maestros generalmente asignan un porcentaje a la preparación matemática (generalmente referida al manejo de la demostración en contextos de sistemas axiomáticos implícitos o explícitos), a la pedagógica (referida a las teorías de la evaluación, desarrollo curricular, de aprendizaje, entre otros temas), práctica docente (equivalente a dar clases en escuelas regulares durante un período de tiempo determinado) y tecnología (el uso de distintos medios, aunque la tendencia es el uso de computadoras).

Estos rubros definen la formación de profesores, así se generan distintos tipos de maestros.

## Maestro matemático

Es quien se forma en un plan donde la formación matemática se lleva el 100%, sin dedicar tiempo a los asuntos pedagógicos, de práctica docente y de uso de la tecnología, aunque está ultima también puede ocupar un porcentaje de los estudios, pero por lo general no es mucho.

En general, este tipo de formación es equivalente a la de un matemático, la eligen quienes desean ser maestros de matemáticas y consideran que la mejor opción es estudiar una carrera en matemáticas, aunque de entrada la intención sea ser maestro.

En esta corriente se tienen propuestas didácticas que tienden a revisar detenidamente secuencias de pasos para realizar un proceso y relacionar la matemática trabajando las relaciones abstractas con objetos, a modo de ejemplo.

Una preparación de este tipo aleja a los futuros maestros o a los maestros en servicio de los acercamientos que deben considerar al ser maestros.

## Maestro cuasi matemático y cuasi pedagogo

En esta tendencia se prepara a los maestros en un marco que considera al menos la mitad de preparación matemática, que corresponde generalmente a la mitad de la formación requerida para quien desea obtener una licenciatura en matemáticas.

La formación pedagógica se lleva el mayor porcentaje de la mitad restante, dejando algo para el uso de tecnologías y la práctica docente. Puede ser matemáticas 50%, pedagogía 30%, práctica docente 10% y uso de tecno9logías 10%. Aunque puede llegarse al caso extremo de 50% para la formación matemática y 50% dedicado a la formación pedagógica.

Lo que distingue a este tipo de planteamientos de la formación matemática es que a ésta les corresponde el 50% al menos.

Los maestros egresados de este tipo de programas no llegan a tener una perspectiva adecuada de los aspectos que requiere considerar la docencia en la asignatura de matemáticas, ni tampoco de la pedagogía o de la matemática.

Los cursos de matemáticas se desarrollan con énfasis en los sistemas axiomáticos y las demostraciones, sin vínculos con las aplicaciones. Por otro lado, los contenidos de matemáticas que se abordan en la formación de este tipo, y la anterior, suelen ser más de los que se trabajarán en el ejercicio de la docencia.

**Maestro conocedor**

En contraste con los tipos anteriores aquí es 0% dedicado a los cursos de la disciplina, parten del supuesto de que maestro, por haber cursado el nivel en el que se va a trabajar, conoce suficientemente los contenidos y por tanto no requieren cursos sobre ellos.

En este tipo de programas de formación inicial o continua, el énfasis está en las teorías del aprendizaje, los aspectos de didáctica y evaluación pero el tratamiento de estos temas, por lo general, tiene poca referencia al contenido.

Puede darse más peso en este tipo a la práctica docente.

En este caso, más que en los anteriores, se suele ofrecer cursos sobre habilidades, competencias o del tema que tenga relación con los requerimientos de enfoques o tendencias de moda.

En ocasiones, sin importar el tipo de maestro que se está formando, se incorporan cursos que traten sobre los temas de la educación matemática a partir de teorías reconocidas o que aborden aspectos como la construcción de significados o resolución de problemas

## ¿Qué matemática?

Hay diferencias entre los planes de formación de maestros sobre las matemáticas que deben enseñarse. En la preparación de docentes para preescolar se piensa que no se requieren cursos de matemáticas y se da más atención a los aspectos pedagógicos, para los planes orientados a formar maestros de primaria (siguientes 6 grados escolares) se pone mayor atención a la educación matemática y ahí se trabajan aspectos de contenidos como parte de dichos cursos.

En la formación de maestros para preescolar y primaria la atención está puesta en el desarrollo del niño, fundamentalmente.

La atención cambia para los siguientes seis grados (educación media básica y media superior) que abarcan los estudios preuniversitarios, pues la atención se pone en la disciplina y en el futuro maestro.

Recientemente, en algunas instituciones se incorporan algunos cursos de educación matemática como parte de la formación pedagógica, el problema es que los avances en investigación para este nivel atienden también fundamentalmente al contenido.

Esto refleja de alguna manera lo que sucede en la investigación en educación matemática, pues hay bastante dedicada a los niveles de preescolar y primaria, baja el desarrollo de investigación para los niveles medios y el universitario es todavía menor.

Esto coincide con el desarrollo de la pedagogía, hebegogía y andragogía.

El bajo desarrollo de investigación en los niveles medios ha producido exportación de teorías diseñadas para los niveles anteriores y para utilizarlas se “adaptan” a estos niveles.

Las tendencias en preparación en educación matemática abarca principalmente aspectos relacionados con la aritmética y después con respecto al álgebra, poca atención se da a la geometría y aún es mayor en lo que se refiere al tratamiento de datos.

Los significados asociados a los números o las literales tienen más presencia, le sigue el tratamiento de la resolución de problemas o la modelación.

Así los contenidos de matemática se van substituyendo por contenidos de educación matemática que prestan mayor atención al desarrollo conceptual y dejan de lado las técnicas, el trabajo operativo.

Este es un tema central ¿Qué matemática o qué de educación matemática debe plantearse a los maestros de los diferentes niveles educativos? ¿Los maestros deben conocer el tratamiento formal de los contenidos matemáticos? ¿se debe prestar mayor atención a los significados de los objetos matemáticos que a sus aspectos operativos? ¿se deben enfatizar los aspectos relacionados con la demostración o la argumentación?

Respecto tema hay más creencias y supuestos que investigación. Los aspectos relativos a la preparación matemática de los maestros se deciden con poco respaldo, sobre todo cuando se dice que el currículo está orientado por competencias o la resolución de problemas y al revisar los cursos siguen teniendo la misma connotación y se expresa en los programas que se cambia el enfoque, es decir hay que hacer lo mismo, pero de otra manera ¿quién puede hacer eso?

Trabajar los significados de los números pone de relieve estructuras diferentes a las que se acostumbran tratar en los cursos de matemáticas formales. Por ejemplo atender la estructura matemática de las razones se contrapone a la estructura matemática asociada a los números racionales.

Por otro lado, trabajar aspectos relacionados con la demostración sin hacer referencia a los sistemas axiomáticos es algo poco factible de hacer, aunque se puede enfatizar el razonamiento deductivo, pero en la enseñanza se procede más por inducción y analogía.

Hay contenidos importantes en matemáticas que no tienen relación con situaciones de la “vida cotidiana”, nacen de las necesidades de la propia teoría como agregados necesarios para tratar problemáticas específicas, no necesariamente, con asuntos de modelación o problemáticas “reales” ¿Qué hacer con esos contenidos?

Hay mucho por aclarar y hacer respecto a este tema.

## Problemáticas por enfrentar

Se piensa que los cambios en las currícula pueden ayudar a mejorar la enseñanza, pero por otro lado la investigación señala que hay cierta estabilidad en las prácticas de enseñanza. De tal modo que se debe prever un tiempo de transición antes de poder saber el efecto que producen ciertos cambios. No hay resultados inmediatos, en educación se requieren tiempos más largo que en otras actividades para poder valorar el impacto de los cambios.

No necesariamente se obtienen los mismos resultados al importar o exportar modelos de enseñanza o de prácticas docentes. Aunque ayudan mucho a la generación de ideas y procedimientos para situaciones específicas.

Los requerimientos actuales para el desarrollo de habilidades y competencias se enfrentan con problemáticas relacionadas con la estabilidad de concepciones tradicionales ¿Cómo se va a desarrollar la competencia si se debe seguir la línea del contenido, pues el desarrollo de competencias suelen requerir la intervención de contenidos diferentes? ¿Cómo se va a desarrollar una competencia si no se interactúa con los diversos medios que permiten la interacción entre distintas representaciones de objetos matemáticos?

Muchas aplicaciones están en un contexto donde se hacen de lado factores importantes o que tienen poca influencia en el resultado que se encontrará con un modelo matemático, así que se requiere considerar que no se trabaja la realidad como tal sino una versión de esta que se acomoda a cierto tipo de modelos. Además hay otros cuestionamientos sobre la relación teoría – realidad, que tanto se aplica en la enseñanza de la matemática: ¿Cómo resolver la problemática derivada del tratamiento formal del contenido con las dispensas necesarias en las aplicaciones? ¿Cómo promover aplicaciones que no reproducen la realidad sino que requieren de omisiones y adaptaciones para ser posible la aplicación de modelos matemáticos?

No todos los conceptos y procedimientos de la matemática sueles ser extraídos de la realidad, hay necesidades internas de la disciplina que inducen a incorporarlos para preservar estructuras anteriores ¿cómo enfrentar estas situaciones sin la preparación adecuada en la teoría?

En varias experiencias sobre resolución de problemas se ha observado una tendencia en los maestros a usar el álgebra para resolver cualquier problemática, incluso en problemas que requieren principalmente el uso de la geometría hay persistencia de usar métodos algebraicos, para muchos docentes matemáticas es el álgebra. Esto ha provocado que se poca atención a los momentos de los cursos donde se trabaja la geometría. ¿Cómo evitar la tendencia a usar el álgebra para todo y enfatizar la atención a la geometría?

## Un intento para influir en el cambio de perspectiva sobre la matemática

Se desarrolló un proyecto con los siguientes objetivos:

1. Apoyar el rendimiento escolar de los estudiantes de educación secundaria en la asignatura de matemática.
2. Generar una perspectiva diferente del estudio y la enseñanza de la matemática.
3. Crear espacios en los que no se restrinja el uso nociones o procedimientos, sino que sirvan para generar ideas, se discutan y se valoren.
4. Propiciar la reflexión personal y grupal.
5. Favorecer la comprensión de las matemáticas a partir de la resolución de problemas.

La estrategia desarrollada se conformó de acuerdo con los siguientes propósitos:

1. Formular el proyecto general e involucrar a cuerpos directivos y de supervisión de la estructura.
2. Generar un ambiente de confianza y propositivo.
3. Analizar conjuntamente los avances
4. Retroalimentar a los participantes.

Los alcances de la operación del proyecto fueron:

1. El proyecto de desarrolló en: 14 escuelas secundarias
2. Con la participación total de profesores: 25
3. Participación de alumnos: 750

Momentos principales de la experiencia

**Primer momento**

El maestro inicia planteando un problema a los estudiantes pide que se resuelva en grupos dando un tiempo determinado.

Se pide a los estudiantes entregar una solución individual posteriormente.

El problema debe satisfacer las siguientes condiciones:

De preferencia que el contenido matemático implícito esté vinculado con la aplicación en la medida de lo posible

Que no inmovilice, es decir, debe entenderse y hablar de él sin dificultad. En ocasiones, el uso de términos o contextos poco conocidos puede afectar la comprensión de lo que se plantea. También es importante que no se requiera usar dispositivos especiales para resolverlo (como sensores, calculadoras especiales, software, materiales manipulativos, etc.) pues ello afectaría la realización de intentos por resolverlo y distraería la atención a los dispositivos en vez de centrarla en el problema.

Que pueda resolverse casi de inmediato, por métodos intuitivos, lo cual generalmente se consigue poniendo datos adecuados para que surjan relaciones casi inmediatamente. Esto permite atrapar la atención de los estudiantes y si pueden hacer algo para resolverlo se incrementará su autoestima.

**Segundo momento**

El maestro pide que se cambien los datos del problema y pide que se resuelva.

Los estudiantes podrán ver que algunos de los procedimientos que se emplearon para resolver el problema ya no son adecuados o son limitados.

Los alumnos tienen una oportunidad de valorar el uso de nociones y procedimientos, lo cual no se consigue restringiendo la atención a contenidos y procedimientos específicos.

**Tercer momento**

El maestro pide que se planteen "problemas similares" haciendo referencia a "otros contextos" la única condición es que se resuelvan con los mismos procedimientos que han visto.

En esta etapa del trabajo con el problema el estudiante: podrá reconocer la utilidad de los métodos matemáticos para resolver, no solamente un problema, sino una familia de problemas, que no hay solamente una forma de resolver los problemas y que es importante tener a la mano diferentes herramientas para encontrar soluciones. Tendrá la oportunidad de ver que la forma de expresar la solución puede ser diferente y algunas de esas formas pueden entenderse y expresarse con claridad y otras pueden ser confusas.

**Cuarto momento**

El maestro solicita que plantee un problema "similar" donde la solución sea establecida por el maestro, es decir, los estudiantes deberán encontrar los datos que se acomodan a la solución que se planteó.

El estudiante tendrá la oportunidad de valorar la importancia de conocer y manejar relaciones matemáticas, dado que tienen la posibilidad de utilizarse en diferentes situaciones. También reconocerá que basta un problema para explorar muchos aspectos de la matemática y que lo importante no es la repetición y la memorización sino darse cuenta de las relaciones que se pueden establecer en una situación dada.

**Quinto momento**

El maestro destaca la importancia de "jugar con los contenidos matemáticos" para aprender matemáticas

Los estudiantes tendrán la oportunidad de comprender lo que implica hacer un plan para obtener un resultado y conocer formas de relacionarse con el contenido matemático, modificándolo y adaptándolo a los recursos que tiene y no tratando de reproducir o memorizar procedimientos ajenos a su experiencia.

Entre los resultados relevantes del proyecto se considera que los siguientes puntos son relevantes:

1. Hay un primer acercamiento en la introducción de nuevas ideas y perspectivas sobre la enseñanza de la matemática que pueden adaptarse a la Escuela Secundaria.
2. La experiencia resultó de interés para la mayoría de los docentes y de los estudiantes.
3. Los docentes y los estudiantes reconocen que esta forma de resolver situaciones problemáticas dentro del aula implica mayor trabajo y esfuerzo, pero a su vez posibilita el desarrollo de competencias.
4. En muchos casos los docentes realizaron adaptaciones a la metodología propuesta sin trastocar su esencia pero tomando en cuenta las características de su centro de trabajo.
5. Los estudiantes paulatinamente adquirieron autonomía en sus estrategias y procesos de resolución y planteamiento de problemas, fortaleciendo su autoestima así como su auto-concepto respecto a su desempeño en matemáticas
6. Sin tenerlo como un objetivo inicial, se incentivó en algunos casos la participación familiar en las etapas de la metodología propuesta fortaleciendo los vínculos: familia-estudiantes, familia-escuela
7. Se inició el desarrollo, fortalecimiento o en su caso consolidación de competencias docentes necesarias para la aplicación del enfoque actual de la enseñanza de las matemáticas.
8. Los maestros reconocieron que les falta conocer más procedimientos para resolver problemas o explorar distintas maneras de resolverlos.
9. Los maestros pudieron reconocer las diferencias individuales en sus grupos y detectar estudiantes avanzados que antes pasaban desapercibidos.

Esta experiencia tenía la finalidad implícita de hacer que los maestros conocieran otras versiones del trabajo matemático y que pueden servir de método para el estudio de las matemáticas, en todo caso se trató de enfatizar lo que expresó Einstein: "Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo."

## Bibliografía

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática. La Educación matemática desde una perspectiva cultural.* Temas de Educación. Barcelona, España: Paidós.

Bourbaki, N. (1962). La arquitectura de las matemáticas. En F. Le Lionasis, *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Universitaria Buenos Aires.

Chabert, J et al (1999). *A history of algorithms, from the pebble to the microchip*. París, Francia, Editions Belín.

Courant, R. y Robbins, H. (2002). *¿Qué son las Matemáticas?* México: Fondo de Cultura Económica.

Devlin, K. (2000) The four face of mathematics. En M. Burk. y F. Curcio, *Learning mathematics for a new century.* The 2000 Yearbook. Virginia, USA, National Council of Teachers of Mathematics

Dieudonné, J. (1973). ¿Debemos enseñar las “matemáticas modernas”? En Hernández J.

M. Kline, *Why Johnny Can´t Add: The Failure of the New Math*. New, York, USA. St. Martin´s Press.

Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia y Epistemología* Madrid, España: Alianza Editorial S.A.

NCTM (2000). *Principles and standars of Schoolo Mathematics*. Virginia USA: NCTM

NCTM (2009).. *Focus in high school mathematics . Reasoning and sense making.* Virginia USA: NCTM.