

NUEVAS PREGUNTAS EN TORNO AL COPIADO DE FIGURAS CON EL GEOGEBRA

Horacio Itzcovich
yayohiz@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional. Argentina

Tema: <<Nombre del tema>>

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Primaria-Media-Formación Docente

Palabras clave: Geogebra-Construcciones-Figuras-Igualdad

Resumen

Es compartido por diferentes actores del sistema educativo que una de las finalidades que se propone dentro del trabajo geométrico en la escuela es que los alumnos se apropien de las relaciones que caracterizan a las figuras geométricas, identificando aquellas propiedades que las definen. Un proyecto que contemple esta perspectiva requiere de un tiempo prolongado que involucra varios años de la escolaridad.

Un tipo de tarea que frecuentemente se propone a los alumnos involucra copiar un dibujo, tarea que puede constituir, bajo ciertas condiciones, una manera de comenzar a concebir las figuras en términos de las relaciones que las caracteriza. Estas actividades de copiado suelen trabajarse en “lápiz y papel” con los instrumentos clásicos de geometría. El modo de validar que el dibujo realizado es una copia del original suele efectuarse mediante la superposición.

Con la incorporación del programa GeoGebra se nos abren diversos interrogantes: ¿qué significado adquiere ahora la idea de copia, cuando original y copia ya no son objetos estáticos sino dinámicos?, ¿Cómo se decide si el dibujo obtenido es efectivamente una copia del original?, ¿Qué maniobras novedosas incorpora el hecho de que el dibujo original también pueda ser transformado? Sobre estos interrogantes rondará este taller.

Desarrollo

En los últimos años, a raíz de revisar nuestras prácticas docentes en el Seminario de Geometría que ofrecemos en la Carrera de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática para la Escuela Primaria (destinados a maestros de nivel primario) que se dicta en la Universidad Pedagógica Nacional de Argentina, hemos identificado¹ un conjunto de

¹ Estas ideas son producto de un debate con mi colega Rodolfo Murúa, con quien hemos compartimos el dictado del seminario y hemos presentado un artículo en la Revista Yupana que ha sido aprobado y está en prensa.

nuevos interrogantes que emergieron a partir de los trabajos desarrollados por nuestros alumnos y que tienen origen en la resolución de diferentes problemas geométricos, usando el geogebra. Los primeros desafíos involucran actividades de construcción de figuras, bajo diferentes condiciones, y que tienen por finalidad, por un lado, revisar propiedades de dichas figuras, y por otro lado enfrentarse al uso del programa dinámico, comenzar a explorarlo y lograr cierto nivel de dominio.

Entendemos que el estudio de las figuras geométricas supone un recorrido en el que a través de la resolución de problemas se ponen en juego relaciones -conocidas o nuevas- entre sus elementos, se encuentran modos de validar esas relaciones a través de argumentos que puedan ir estructurándose en un discurso deductivo que vaya prescindiendo de la constatación empírica y se llegue a una caracterización de las figuras en términos de algunas de las relaciones -propiedades- estudiadas. Es decir, las propiedades de las figuras se conciben como el resultado de un recorrido de trabajo y no como enunciados cerrados en cuya elaboración y fundamentación no se ha participado. Entre los muchos tipos de problemas geométricos que se pueden proponer, en este recorrido, las construcciones de figuras ocupan un lugar muy destacado porque le atribuimos a esta actividad una gran riqueza. Esto se basa en un supuesto que asumimos: la exigencia de construir una figura dada requiere en primer lugar analizarla, inspeccionar sus elementos para seleccionar algunos que se consideren relevantes para concretar la construcción en función de los datos que se ofrecen, establecer relaciones con los otros para imaginar la sucesión de pasos que lleven a “completarla”. Estos procedimientos, en diferentes medidas según las condiciones en las que se realicen, ponen en funcionamiento esa estructuración de relaciones de la que hablábamos antes favoreciendo que se entablen dependencias, jerarquías y equivalencias que contribuyan a internarse en prácticas deductivas. Entre el momento en que un sujeto toma contacto con un dibujo (inicialmente viéndolo) que va a reproducir considerando ciertas condiciones y el que concreta la construcción, elabora una cantidad de relaciones que modifican su saber inicial. En este sentido las construcciones son un medio para producir conocimientos sobre las figuras. Un caso particular de construcciones refiere a aquellas que implican copiar una figura. Esta tarea remite a varias de las cuestiones recientemente mencionadas y frecuentemente

los procesos de validación se remiten a la superposición del original con la copia, cuando la tarea se lleva a cabo con lápiz y papel.

¿Qué transformaciones sufre este mismo tipo de tarea cuando se incorpora la computadora y el programa Geogebra?

Este “nuevo” recurso tiene una particularidad: al realizar un dibujo de una figura, según las herramientas que se utilicen, dicho dibujo puede moverse transformarse, o deformarse en función de la manipulación de puntos que tienen diferentes grados de libertad. Esta condición hace que el trabajo resulte sustancialmente diferente al que se despliega con lápiz, papel, regla, compás, escuadra, etc.

Al trabajarse en un entorno de geometría dinámica aparecen nuevas preguntas, distintas a las trabajadas en la geometría del “lápiz y papel”. Por ejemplo: ¿cómo se establece la validez de una copia hecha en GeoGebra?, ¿cómo se analiza la unicidad o no de posibles dibujos que cumplen ciertas condiciones?, ¿qué significa obtener un dibujo que sea “el doble” que un original, ¿cuándo dos Dibujos-GeoGebra son semejantes?, ¿qué significado adquiere ahora la idea de copiar un dibujo dado?, ¿cuándo dos “Dibujos-GeoGebra” son iguales?

Numerosos autores (Fregona, 1995; Berthelot y Salin 1994; etc.) sostienen que una *“figura es el objeto geométrico descrito por el texto que la define, una idea, una creación del espíritu, en tanto que el dibujo es una representación de este objeto”* (Parzys). Sobre esta misma cuestión Duval (1998) sostiene que *la distinción entre un objeto y su representación es, pues, un punto estratégico para la comprensión de las matemáticas.*

Laborde (1997) incluye la idea de dibujo en tanto significante de un referente teórico. Y va un poco más allá: *la figura geométrica consiste en el emparejamiento de un referente dado con todos sus dibujos, queda entonces definida como el conjunto de pares formados por dos elementos, siendo el primer elemento el referente, el segundo uno de los dibujos que lo representa; el segundo elemento se toma del universo de todos los dibujos posibles del referente. El término figura geométrica así entendido remite al establecimiento de una relación entre un objeto geométrico y sus posibles representaciones.*

Esta idea se pone de relieve, en particular, cuando se recurre a la computadora. El programa GeoGebra se basa en diferentes herramientas que habilitan, entre otras cuestiones, la realización/construcción de dibujos. La selección de una determinada herramienta favorece la puesta en juego de algunas relaciones que permitirían caracterizar a dichas figuras. Pero el resultado del trabajo no es “un dibujo”, resulta ser *una familia de dibujos* que cumple ciertas condiciones, comandadas por las herramientas seleccionadas -consciente o inconscientemente. Esta familia se evidencia a partir del “arrastre” o movimiento que se le puede impregnar al dibujo realizado, en función de algunos de los elementos utilizados en la construcción. De allí que sería posible considerar ahora que una figura, en el GeoGebra, sería el emparejamiento -en términos de Laborde- de un *referente* y todas las *familias de dibujos que lo representan*. Pero nos surgen ciertos interrogantes, es decir, ahora la figura ¿estaría definida como el conjunto de pares formados por dos elementos, siendo el primer elemento el referente (en tanto propiedades geométricas) y el segundo **una de las familias de dibujos** que lo representa? O bien, ¿podríamos sospechar que la figura, en la geometría dinámica, podría ser considerada como el único par formado por el referente y **la familia de dibujos** que la representa? Estos interrogantes resultan cruciales al momento de pensar la igualdad de figuras en el entorno Geogebra.

Cuando se copia una figura en Geogebra recurriendo al mismo procedimiento y herramientas con las cuáles se hizo el original, es esperable que el comportamiento de ambos dibujos sea el mismo. Pero en ciertas oportunidades, el original y la copia se elaboran mediante procedimientos y herramientas diferentes, sin embargo la copia genera la misma *familia de dibujos* que el original. Ya no alcanza entonces con detenerse en el comportamiento para analizar el asunto de la igualdad, sino en esas familias de dibujos que se generan.

Un último asunto a destacar: ¿cómo se establece la validez de la copia?, ¿será posible realizarlo usando únicamente el geogebra? Hasta el momento sospechamos que dicha validez requiere el uso del lápiz y el papel ya que se trata ahora de comparar referentes y familias y, por el momento, no hemos encontrado otro modo de llevar a cabo la tarea de

Referencias bibliográficas

- Berthelot, R.; Salin, M.H (1995); *La enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Laboratorio de Didáctica de las Ciencias y Técnicas Universidad Bordeaux I - IUFM de Aquitania. Traducción: B. Capdevielle; L. Varela; P. Willson. Para el Programa de Transformación de la Formación Docente (PTFD). Dirección Nacional de Gestión de Programas y Proyectos. Ministerio de Cultura y Educación. Argentina.
- Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. Hitt F. (Ed.), Investigaciones en Matemática Educativa II, pp. 173–201. México. Cinvestav.
- Duval, R.; Godin M.; Perrin-Glorian M.J. (2005) *Reproduction de figures à l'école élémentaire* in Castela C. & Houdement C. (eds) Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2004, ADIREM et IREM de Paris 7, p. 5-89.
- Fregona, D. (1995). *Las figuras planas como milieu en la enseñanza de la geometría; interacciones, contratos y transposiciones didácticas*. Tesis de doctorado, Universidad Bordeaux I, Francia.
- Laborde, C (1997), *Investigar y enseñar. Variedades de la Educación Matemática, Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría* (pp 33-49). México, Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica.
- Laborde, C et Capponi, B (1994): *Cabri Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique*. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 14, n 1.2, p 165-210, Ed Le Pensée Sauvage, Grenoble.
- Sadovsky, P; Parra, C; Itzcovich, H; Broitman, C (1998): *Matemática. Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*. Dirección de Currículum. Secretaría de Educación. G.C.B.A.
- Sadovsky, P y otros (2011): *Programa del Seminario de Geometría en simultáneo con el Trayecto de Formación en Análisis de la Prácticas*. Carrera Licenciatura en Enseñanza de la Matemática para Nivel Primario. Universidad Pedagógica Nacional. Argentina.