

## ESCENARIOS DE APRENDIZAJE PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON GEOGEBRA

Alfonso Meléndez Acuña  
alfonso.melendez@escuelaing.edu.co  
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Colombia

Tema: La resolución de problemas como vehículo del aprendizaje matemático (II.2).  
Modalidad: Mini Curso (MC)  
Nivel educativo: Terciario – universitario.  
Palabras clave: Matemática dinámica, Geogebra, Solución de problemas, Escenarios de aprendizaje.

### Resumen

*La solución de problemas es un tema importante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los educadores y matemáticos George Pólya (1887-1985) y Alan H. Schoenfeld (1943- ), con sus continuos e importantes aportes en el área han destacado dos aspectos que enfatizaremos en el Mini Curso. El elemento integrador de diferentes áreas matemáticas y el aspecto formativo, en lo que tiene que ver con el desarrollo de habilidades creativas y estrategias heurísticas.*

*El surgimiento de la matemática dinámica<sup>1</sup>, ha contribuído a la creación de ambientes educativos computacionales de apoyo a la solución de problemas en sus diferentes etapas (comprensión, exploración /descubrimiento, justificación/validación) y ha permitido potenciar las capacidades creativas y heurísticas del estudiante y la percepción de una matemática integrada en sus diferentes disciplinas (geometría, álgebra, etc.).*

*En el Mini Curso se construirán escenarios de aprendizaje en Geogebra para apoyar a las diferentes etapas del proceso de solución de problemas. Estos escenarios servirán de base para generar reflexión y discusión por parte de los asistentes sobre el rol de la matemática dinámica y, en general, de las TICS en los procesos de enseñanza y aprendizaje.*

### Desarrollo del Mini Curso

En las sesiones del Mini Curso se presentará una actividad de solución de problemas. Para cada actividad planteada se discutirá el uso de Geogebra como apoyo a los siguientes aspectos:

1. El entendimiento del enunciado del problema
2. La exploración y el descubrimiento de soluciones
3. La validación y la justificación de las soluciones encontradas.

---

1 Colette Laborde (Cabri), Markus HohenWarter (GeoGebra).

## Actividad 1. Problema de los postes

### Enunciado del Problema

Hay dos postes clavados en la tierra, uno mide 6 metros de alto y otro mide 3. En la parte superior de cada poste hay un lazo atado a la base del otro poste. ¿Cuál es la altura del punto Q? (Figura 1).

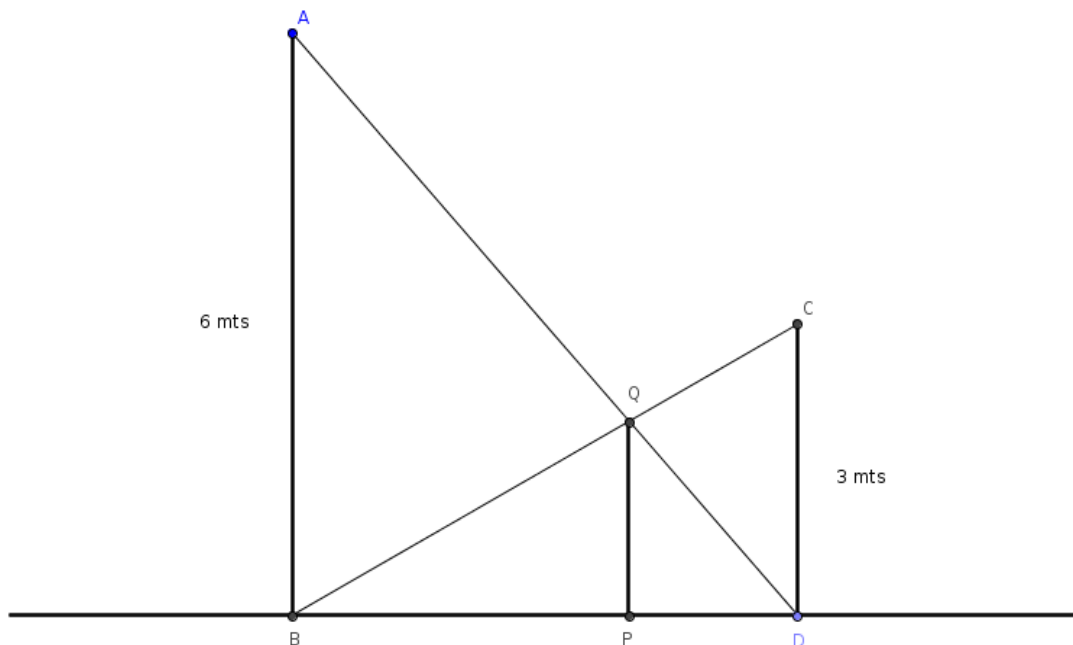


Figura 1

### 1. Entendimiento del enunciado del problema

Una simulación física revela algunos detalles del problema, pero tiene limitaciones: los estudiantes no pueden manipular fácilmente el problema o extender y modificar sus parámetros. Al solicitar la construcción de un modelo en GeoGebra, la mayoría de estudiantes utiliza líneas y segmentos sin atender a las relaciones geométricas del problema. Al realizar la prueba del arrastre el modelo colapsa, este es un “buen” error, ya que motiva al estudiante a entender las limitaciones de un modelo visual y lo lleva a observar los aspectos geométricos del problema. Luego de obtener un modelo “matemático” en GeoGebra, donde están plasmadas las relaciones entre los datos del problema, se puede entablar una breve conversación con la clase, que conduce

rápida a la observación de que, por ejemplo, los postes deben ser perpendiculares al piso y que éste no necesariamente debe estar horizontal en un modelo matemático dinámico.

## 2. Exploración y descubrimiento de una solución

Una vez se cumple la etapa de “expresar” en GeoGebra la estructura geométrica del problema y se tiene una discusión sobre su validez, se puede resolver la pregunta planteada ¿A qué altura está el punto Q!? Empleando el modelo se puede observar que el punto Q está a una altura de 2 metros del piso (Figura 2). Una exploración posterior permite determinar que la distancia entre los postes es irrelevante, incluso la altura se mantiene si el piso no es horizontal.

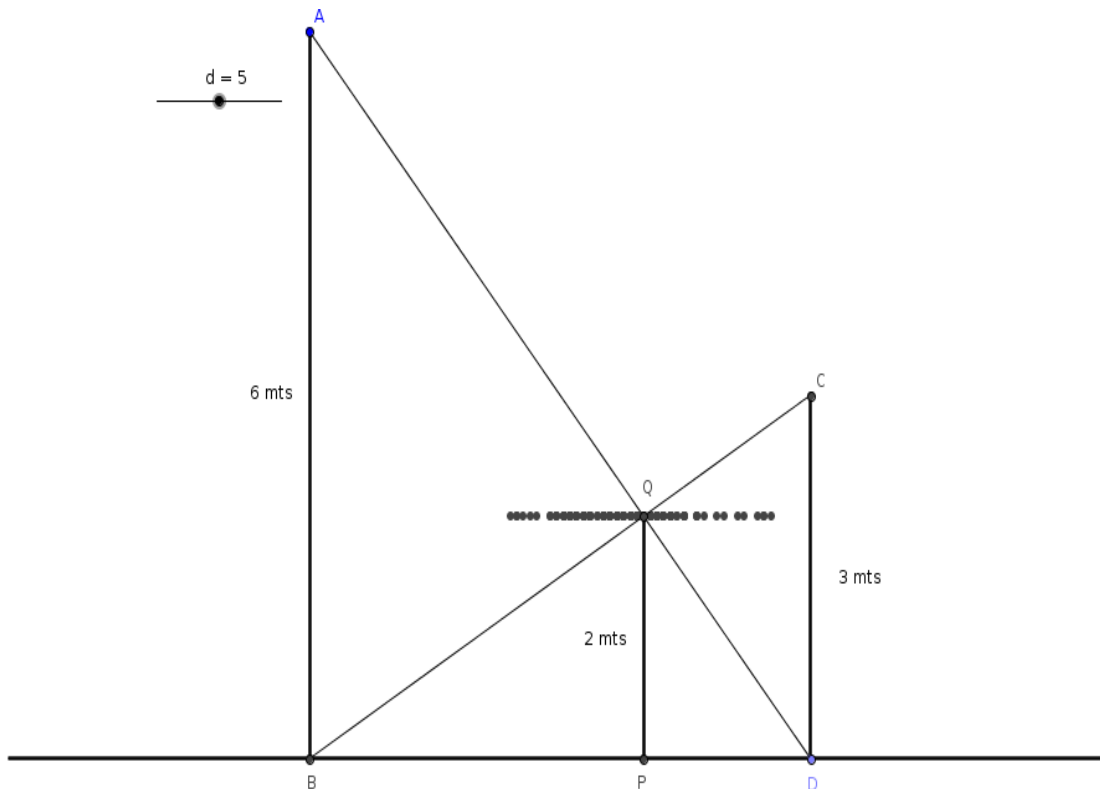


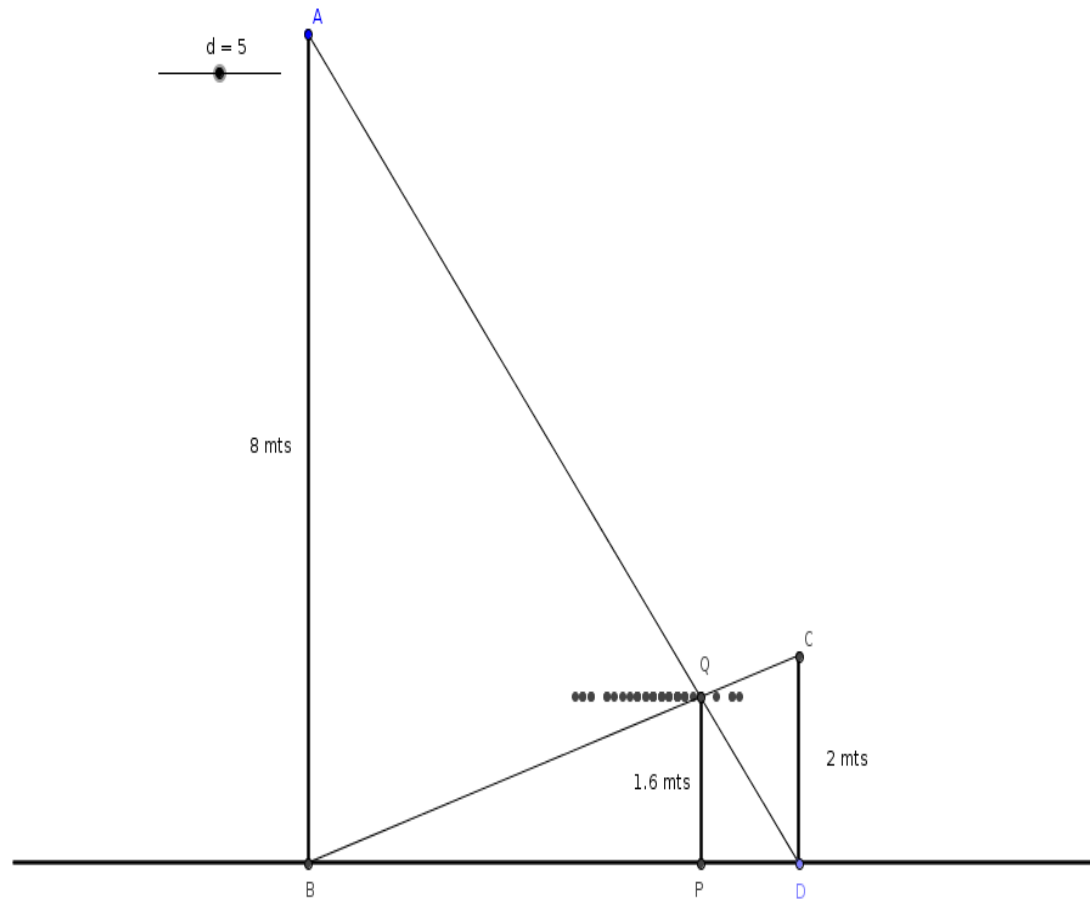
Figura 2

En un modelo de GeoGebra la discusión no termina cuando se encuentra la altura del punto Q, de hecho, este no es el objetivo final de la actividad, los estudiantes son “inducidos” por el modelo dinámico al siguiente nivel de exploración. ¿Cómo está relacionada la altura del punto Q con la altura de los dos postes? Muchos estudiantes se lanzan a formular una hipótesis rápida:

La altura de  $P$  es el cociente entre las longitudes del poste más largo y el más corto.

Esta hipótesis es cierta numéricamente para el enunciado del problema, se puede investigar inmediatamente cambiando la longitud de los postes y determinar que no se cumple (Figura 3).

Figura 3



### 3. Validación y justificación de las soluciones

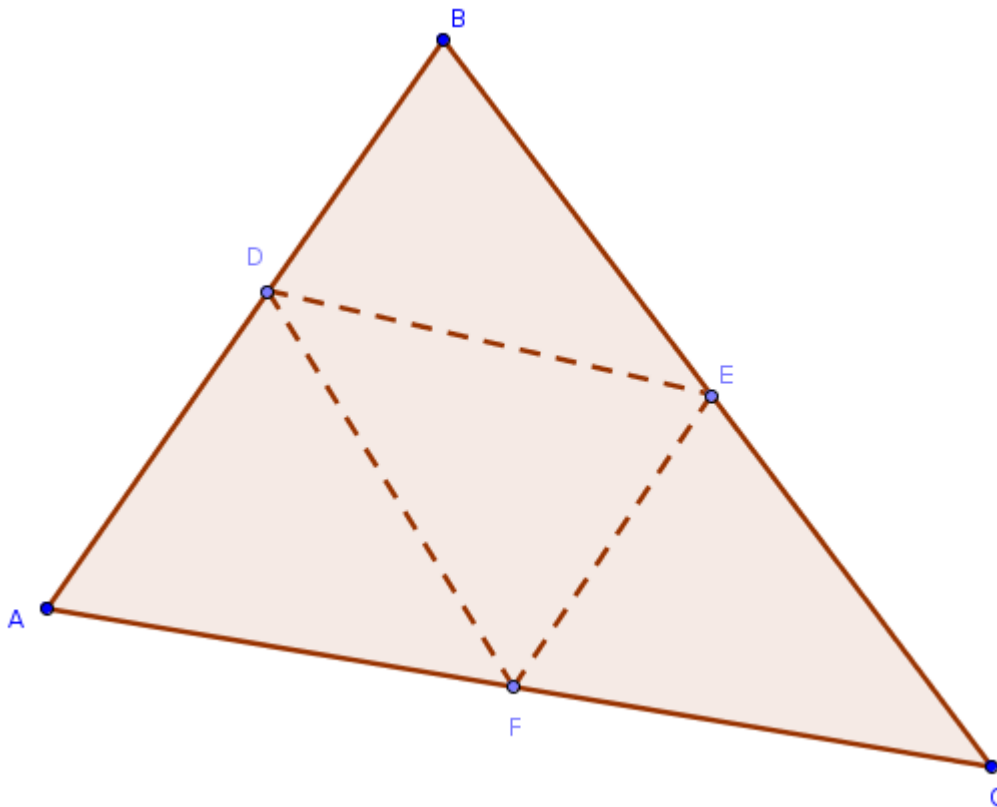
Cuando los estudiantes interactúan con el modelo dinámico pueden formular y rechazar hipótesis en un significativo y auténtico proceso de aprendizaje.

Potencialmente

pueden encontrar la estructura invariante subyacente al problema y pueden ser guiados (o descubrir por su propia cuenta) que siempre hay dos triángulos similares involucrados, cuya relación es:  $(AB \times CD) / (AB + CD)$

### Actividad 2. Problema de las carreteras alternas

Dadas tres ciudades: A, B y C, con carreteras principales (líneas continuas), se desea construir tres carreteras alternas (líneas punteadas). ¿En que lugares D, E y F, a lo largo de las carreteras principales, se deben comenzar a construir las carreteras alternas, de tal manera que la suma de su longitud sea mínima?



## Conclusiones

Aunque el descubrimiento de la solución a un problema es interesante, lo más importante es la experiencia holística que ayuda a los estudiantes a apreciar las formas matemáticas de razonamiento y la “racionalidad” detrás de las leyes matemáticas. A lo largo del aprendizaje, GeoGebra ayuda a desarrollar una gran variedad de roles cognitivos:

- Ayuda a los estudiantes a entender el problema y a identificar falencias en su conocimiento matemático.
- Ayuda a resolver el problema original y abre la puerta a futuras exploraciones.
- Ayuda al estudiante a razonar paralelamente con el modelo, formulando y rechazando hipótesis.
- Sirve como un modelo conceptual para el razonamiento, que eventualmente se puede incorporar en un modelo mental del estudiante, útil en un posible encuentro con modelos similares.
- Por último, muestra cómo las herramientas soportan y limitan nuestra percepción de los procesos matemáticos.

## Bibliografía

- L. Bu y R. Schoen (Eds.) (2011). *Model-Centered Learning, Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press, Inc.
- Moreno-Armella, L., & Hegedus, S. (2009). Co-action with digital technologies. *ZDM Mathematics Education*, 41, 505–519.