

ESTUDO DE TRIÂNGULOS: ANÁLISE EPISTÊMICA DE UM MATERIAL

Andrielly Viana Lemos - Carmen Teresa Kaiber
andriellylemos@gmail.com - carmen_kaiber@hotmail.com
Universidade Luterana do Brasil - Brasil

Tema: Pensamento Geométrico

Modalidad: Comunicação breve

Nível educativo: Médio

Palabras clave: Triângulos. Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. Geometria

Resumo

Apresenta-se, neste artigo, uma análise sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) de um material de estudo sobre Triângulos. Este material, assim como a análise produzida, fazem parte de uma investigação mais ampla que desenvolveu uma proposta de estudos de recuperação para a Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental. As noções teóricas que compõem o EOS podem ser aplicadas à análise de um processo de estudo a ser implementado em uma aula, ao planejamento ou ao desenvolvimento de uma unidade didática. Assim, este constructo teórico permite realizar diferentes tipos e níveis de análises dos processos de estudo matemático contribuindo, cada um deles, com informações úteis para o planejamento, implementação e avaliação de tais processos. Especificamente, neste artigo, discute-se a dimensão epistêmica, visando analisar se o material desenvolvido, contempla e em que medida, os componentes: situações-problema, linguagem, regras, argumentos e relações. Os resultados da análise apontam que os componentes se fazem presente no material de estudo, com uma maior representatividade nos componentes regras, argumentos e relações. Considera-se que estes se destacaram pela características das atividades propostas, que privilegiaram a construção do objeto matemático em estudo e as conjecturas, relações e argumentações produzidas a partir das mesmas.

Introdução

O ambiente escolar é múltiplo e heterogêneo, onde convivem estudantes com competências, habilidades, interesses, motivações e tempos de aprendizagem distintos. Assim, nem todos conseguem se apropriar e desenvolver os conhecimentos necessários para uma aprendizagem satisfatória, o que remete à necessidade de que sejam promovidos espaços, condições e meios para que a aprendizagem possa se desenvolver satisfatoriamente, incluindo-se aí a possibilidade de estudos de recuperação.

Neste contexto, e a partir dos resultados alcançados em Lemos (2013) considera-se que um caminho possível para a superação de dificuldades e lacunas adquiridas ao longo da

vida estudantil é o desenvolvimento de propostas de estudos de recuperação. Pondera-se, porém, que estas devem ser pensadas e organizadas visando uma retomada de conceitos e procedimentos, onde o foco está no conhecimento a ser desenvolvido e aprofundado e não em uma “nota a ser recuperada”. Estudos de recuperação estão previstos na legislação educacional brasileira, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Brasil, 1996), onde é destacado que é papel da escola garantir oportunidades de aprendizagem a todos os estudantes, redirecionando ações de modo que sejam superadas as dificuldades e/ou defasagens diagnosticadas no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, por se considerar que a organização de propostas de estudos de recuperação é desafio a ser enfrentado e repensado pelos agentes envolvidos no contexto escolar, surge o trabalho em andamento, que tem como objetivo investigar o desenvolvimento de uma proposta de estudos de recuperação no âmbito da Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental, estruturada sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS).

A proposta desenvolvida visa retomar situações problemas, conceitos, definições, propriedades, procedimentos, relações, argumentações e representações, ou seja, elementos fundamentais em torno dos conteúdos de Geometria trabalhados nos anos finais, nos quais os estudantes apresentem dificuldades ou não tenham estudado. Neste contexto, a proposta foi constituída a partir que quinze tópicos estruturados em materiais de estudos que integram diferentes estratégias, como o uso das tecnologias digitais a partir de atividades online, softwares, objetos de aprendizagem, hipertextos e jogos, como também, atividades concretas como construções com uso de régua e compasso, dobraduras, manipulação de figuras e sólidos.

A escolha da Geometria como objeto de investigação está relacionado ao fato de que a Geometria, apesar de constar nas diretrizes curriculares (Ministério da Educação, 1998) como um conhecimento a ser desenvolvido ao longo de toda a Educação Básica e ter forte presença nos currículos escolares, não se faz presente com essa mesma força em sala de aula (Pavanello, 1989; Lorenzato, 1995; Andrade, 2004).

Assim, por se considerar que o trabalho com os objetos da Geometria possibilita aos estudantes desenvolverem um tipo de pensamento não contemplado em outras áreas, mas

importante e necessário, entende-se pertinente pesquisas, discussões e reflexões sobre o ensino e aprendizagem da Geometria na Educação Básica.

A investigação proposta, que tem como foco um conteúdo matemático específico, bem como seu ensino e aprendizagem, encontrou no Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) o respaldo teórico necessário tanto para a estruturação da proposta de estudos de recuperação como para a realização das análises qualitativas relativas ao processo de desenvolvimento da proposta junto a um grupo de estudantes.

Assim, apresentam-se, aqui, resultados parciais alcançados e as reflexões produzidas a partir de uma análise epistêmica de um material de estudos produzido sobre Triângulos. Destaca-se que o material analisado é um dos temas contemplados na proposta de estudos. No que segue, são discutidos os aspectos teóricos que embasam a investigação, assim como a apresentação e análise dos dados.

Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática

Os constructos do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução (EOS) Matemática ao se voltarem para o conteúdo do conhecimento, para o ambiente escolar, para as ações e interações do professor, e para o pensamento do estudante permitem lançar um olhar para o processo educativo considerando uma multiplicidade que possibilita não mais se olhar para o conteúdo ou para o método, para o professor ou para o aluno, para o ensino ou para a aprendizagem, isoladamente, ou em dicotomias que se alternavam no interesse de professores e pesquisadores. É nesse espaço interativo que a investigação que está em andamento se situa.

Entende-se que a multiplicidade mencionada se revela na visão da Matemática dada pelo EOS. Godino, Batanero e Font (2008) apontam que a Matemática, no EOS, é considerada a partir de um triplo aspecto: como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e como um sistema conceitual logicamente organizado.

Segundo Godino (2012), o conjunto de noções teóricas que compõem, atualmente, o EOS estão articulados em cinco grupos: *Sistemas de Práticas, Configurações de Objetos e Processos Matemáticos, Configurações e Trajetórias Didáticas, Dimensão Normativa e*

Idoneidade Didática. Cada um destes grupos, permite um nível de análise do processo de ensino e aprendizagem de tópicos específicos, objetivando descrever, explicar e avaliar as interações e práticas educativas presentes nas salas de aula de Matemática. O quinto nível de análise proposto, a Idoneidade Didática, que neste estudo é tomado como referência, baseia-se nos quatro níveis iniciais e constitui-se em uma síntese final orientada a identificação de potenciais melhoras do processo de estudo em novas implementações. É com base nos elementos da Idoneidade Didática que as análises apresentadas neste artigo são desenvolvidas.

Considerando a necessidade de estabelecer e investigar critérios que possam qualificar e tornar o processo mais “idôneo”, a Idoneidade Didática pode ser utilizada como ferramenta de análise e reflexão, fornecendo critérios gerais de pertinência e relevância das ações dos educadores, do conhecimento posto em jogo, dos recursos utilizados, dos significados atribuídos pelos estudantes, a partir da articulação coerente e sistêmica de seis dimensões: idoneidade epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica (Godino, 2011), as quais pode ser atribuído um grau de idoneidade ou adequação (alto, médio ou baixo). Na tabela 1 apresentam-se os principais aspectos compreendidos em cada uma delas.

Tabela 1. Quadro síntese das dimensões da Idoneidade Didática.

Idoneidade	Síntese
Epistêmica	Se refere ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados, ou pretendidos, com relação a um significado de referência.
Cognitiva	Focada no grau em que os significados pretendidos/implementados estão na área de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como, o grau de proximidade entre os significados pessoais atingidos e os significados pretendidos/implementados.
Interacional	Um processo de ensino e aprendizagem terá maior idoneidade, quando as configurações e trajetórias didáticas implementadas permitem identificar conflitos semióticos potenciais bem como resolver os conflitos que são produzidos durante o processo de ensino.
Mediacional	Refere-se ao grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.
Emocional	Contempla o grau de envolvimento dos alunos no processo de ensino. Esta dimensão está relacionada com fatores que dependem tanto da instituição como do aluno e da sua história escolar prévia.
Ecológica	Se refere ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional, a escola, a sociedade e ao ambiente em que se desenvolve.

Fonte: adaptado de Godino, Batanero e Font (2008)

Cabe destacar que a idoneidade de uma dimensão não garante a idoneidade global do processo de ensino e aprendizagem, sendo que estas devem ser integradas, considerando

interações entre as mesmas (Godino, 2012). A Idoneidade Didática correspondente a um processo de estudo pretendido ou programado, no qual se supõe um grau máximo das idoneidades parciais.

Neste artigo, os pressupostos teóricos do EOS são utilizados para realizar uma análise do material de estudo sobre triângulos produzido no âmbito da proposta de estudos de recuperação. Mais especificamente, será destacada uma análise epistêmica do material visando estabelecer o grau de idoneidade alcançado com o mesmo. A dimensão epistêmica toma como referência os componentes situações-problema, linguagens, regras (definições, proposições e procedimentos), argumentos e relações os quais serão explicitados na análise apresentada no que segue.

Material de estudos sobre Triângulos: uma análise epistêmica

Apresenta-se, aqui, a análise produzida a partir de um material de estudo sobre Triângulos, que faz parte de uma proposta mais ampla que trata dos conceitos de Geometria trabalhados nos Anos Finais do Ensino Fundamental. A proposta desenvolvida está estruturada a partir de diferentes estratégias, as quais buscam um estudo dinâmico e individualizado, onde cada estudante poderá seguir seu ritmo de aprendizagem, apesar de realizarem as tarefas em espaço compartilhado, com possibilidade de interação. Assim, os estudos de recuperação foram organizados a partir de materiais de estudos, construídos em Power Point e salvos em *html*, atividades e jogos online, objetos de aprendizagem, uso de *software*, assim como atividades de manipulação e construção. Considera-se que esta diversidade de recursos possibilita uma maior interação entre o estudante e o objeto de estudo, já que são disponibilizadas diferentes mídias para o desenvolvimento do conteúdo.

O material de estudos que trata da temática Triângulos foi estruturado e planejado objetivando retomar a definição, condição de existência, elementos, propriedades e classificações, assim como, a utilização destas noções na resolução de situações-problema e de contextualização. Ressalta-se que, no anexo deste artigo, apresenta-se telas do material de estudo aqui analisado, a fim de evidenciar e ilustrar os aspectos discutidos na análise epistêmica (tabela 2) produzida considerando os componentes e indicadores epistêmicos.

Tabela 2. Síntese da Análise

Componentes	Indicadores	Análise	Grau de idoneidade
Situações-problema	<p>a) apresenta-se uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações;</p> <p>b) propõem-se situações de generalização de problemas (problematização).</p>	<p>- O material apresenta um conjunto de situações-problema pertinentes ao estudo de triângulos, caracterizadas, predominante, em formato de exercícios, nos quais os estudantes tinham que relacionar os conceitos e propriedades estudadas.</p> <p>- No que se refere a generalização, são propostas situações que possibilitam os estudantes a generalizarem, deduzirem e verificarem propriedades.</p>	Média
Linguagem	<p>a) uso de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica), tradução e conversão entre as mesmas;</p> <p>b) nível de linguagem adequado;;</p> <p>c) propor situações de expressão matemática e interpretação.</p>	<p>- O material sobre triângulos é proposto por meio de linguagem acessível e de acordo com o nível dos estudantes.</p> <p>- Foram utilizadas diferentes formas de expressão matemática, predominando a verbal e gráfica.</p>	Alta
Regras (definições, proposições, procedimentos)	<p>a) as definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem;</p> <p>b) apresentam-se enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado;</p> <p>c) propõem-se situações onde os estudantes tenham que generalizar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.</p>	<p>- No material definições, proposições e procedimentos são trabalhados de forma clara e de acordo com o nível educativo dos estudantes. O estudo das propriedades e dos procedimentos foram desenvolvidos por meio de situações que os estudantes tivessem que observar, conjecturar e concluir a partir de manipulações ou construções, buscando regularidades, particularidades e generalizações.</p>	Alta
Argumentos	<p>a) as explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem;</p> <p>b) promovem-se situações onde os estudantes tenham que argumentar.</p>	<p>- São propostos momentos, nos quais os estudantes tenham que argumentar a partir de uma situação dada, seja por meio da discussão de uma propriedade ou a partir de um conjunto de ações realizadas por ele como uma construção, por exemplo.</p>	Alta
Relações	<p>a) os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições) se relacionam e se conectam entre si.</p>	<p>- Sempre que pertinente, considera-se que foi possível estabelecer relações entre as propriedades do objeto matemático em estudo.</p>	Média

Fonte: a pesquisa.

A partir dos aspectos destacados na Tabela 3 é possível observar que os componentes e indicadores epistêmicos estão fortemente presentes no material de estudo, sendo que a

análise buscou identificar em que medida se conseguiu implementar os mesmos para o trabalho com Triângulos.

Considerações Finais

Entende-se que a idoneidade alta alcançada nos componentes Linguagens, Regras e Argumentos, se deve ao fato que o material de estudo sobre Triângulos foi planejado visando privilegiar o desenvolvimento de um trabalho com diferentes representações e atividades nas quais os estudantes devam mobilizar os conceitos, definições, propriedades e procedimentos estudados para resolver uma situação, como também seja capazes que justificar e argumentar sobre os que está sendo estudado.

Já no que se refere aos componentes situações-problema e relações terem apresentado uma idoneidade média, especificamente nas situações, se deve ao fato de, no material, ter um predomínio de atividades com características de exercícios, mesmo contemplado situações de contextualização. Grande parte do trabalho envolve a aplicação de conceitos, propriedades e procedimentos estudados, o que de certa forma influencia no estabelecimento das relações que acabam ficando restritas ao conteúdo estudado, não fazendo conexões com outros objetos matemáticos ou situações extramatemática, o que justifica a idoneidade média também para esse componente.

A título de síntese, apresenta-se na figura 1 a representação do grau de idoneidade alcançado no material de estudo no que se refere a dimensão epistêmica.

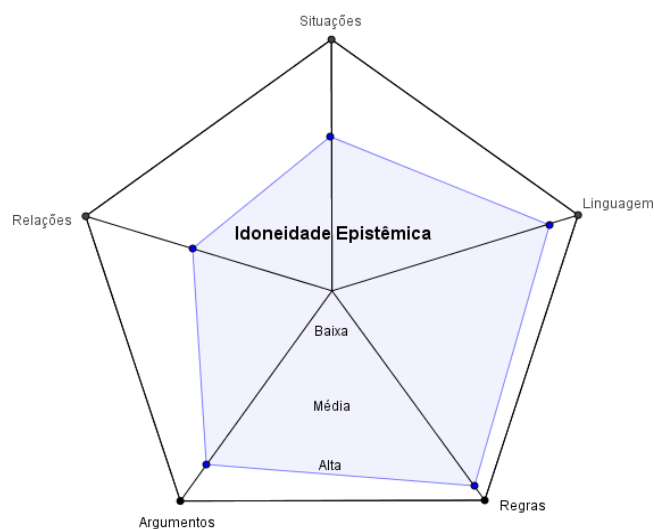


Figura 1. Representação do grau de Idoneidade Epistêmica alcançado no material Triângulos

Destaca-se, por fim, que os pressupostos do EOS discutem tanto elementos teóricos em torno dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, bem como abrange ferramentas de análise tanto para a constituição como para a avaliação destes processos. Nesse sentido, o EOS trata e aproxima questões referentes ao próprio conhecimento matemático, como também a instrução matemática, ampliando a visão e o conceito do objeto matemático, atribuindo significados pessoais e institucionais, assim como a pertinência e relevância das ações realizadas, dos conhecimentos apresentados e dos recursos utilizados em um processo de ensino e aprendizagem de matemática.


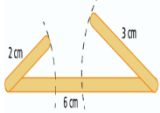
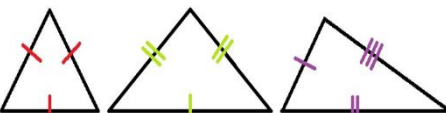

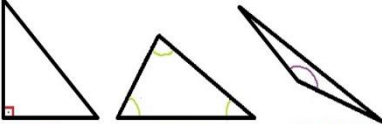
Referências

- Andrade, J. A. (2004). *O ensino de geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos anais dos ENEM's*, Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Estudos Pós-graduados em Educação, Universidade São Francisco.
- Brasil. Ministério da Educação. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasil: Brasília.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Em *XIII CIAEM – IACME. Anais*. Disponível em, http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp.49-68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J., Batanero, C. e Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 7- 37.
- Lemos, A. (2013). *Recuperação de Conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática sobre equações de 1º grau disponível no sistema integrado de ensino e aprendizagem (SIENA)*. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – Universidade Luterana do Brasil.
- Lorenzato, S. (1995). Por que Não Ensinar Geometria? *Educação Matemática em revista*, 3(4), 3-13.
- Pavanello, R. M. (1989). *O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica*. Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Educação.

Anexos

Apresenta-se a seguir telas do material de estudos sobre Triângulos, visando ilustrar a forma como o trabalho foi conduzido, assim como evidenciar os aspectos discutidos na análise epistêmica (tabela 2) produzida neste artigo. Ressalta-se as imagens destacadas a seguir, são apenas partes do material, as quais não se constituem na totalidade e também não se refere a ordem de apresentação do mesmo.

Figura 1 - Telas do material de estudos Triângulos

 <p>Mariana tentou construir um triângulo com 3 varetas com comprimentos iguais a 2 cm, 3 cm e 6 cm. Veja o que aconteceu:</p>  <p>Percebeu que nem sempre é possível construir um triângulo conhecendo as medidas de 3 segmentos. Há uma condição para que isso aconteça.</p> <p>Você consegue perceber que condição é esta?</p>	<p>A forma de um triângulo depende das medidas dos seus lados e ângulos!</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Compare as medidas dos lados dos triângulos dados, utilizando a abertura do compasso; ✓ Separe-os em três grupos: <p>Como poderíamos separar estes três grupos? Podemos olhar para as medidas dos lados:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ os que têm os três lados com a mesma medida; ✓ os que têm apenas dois lados com a mesma medida; ✓ E os que têm os três lados com medidas distintas;
<p>Assim, quanto aos lados os triângulos podem ser classificados em:</p>  <p>Equilátero Isóceles Escaleno</p> <p>Três lados congruentes (mesma medida) Dois lados congruentes (mesma medida) Três lados com medidas distintas</p>	<p>Os triângulos podem ser classificados, também, quanto aos ângulos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Utilizando os triângulos da atividade anterior, separe-os em três grupos: ➤ Possui um ângulo reto (90°); ➤ Três ângulos agudos (menores que 90°); ➤ Possui um ângulo obtuso (maior que 90°); <p>Para medir os ângulos, utilize como base o ângulo reto (90°), que podemos encontrar no canto de uma folha de papel. Com ele poderá determinar se os ângulos são maiores, menores ou igual a 90°.</p> <p>Lembre-se</p>  <p>Igual a 90° Menor que 90° Maior que 90°</p>
<p>Assim, quanto aos ângulos os triângulos podem ser classificados em:</p>  <p>Retângulo Acutângulo Obtusângulo</p> <p>Um ângulo reto (90°) Três ângulos agudos (menores que 90°) Um ângulo obtuso (maior que 90°)</p>	<p>Soma dos ângulos internos de um Triângulo</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Desenhe em uma folha um triângulo escaleno qualquer; ➤ Recorte o triângulo desenhado; ➤ Numere os ângulos do triângulo e recorte-os; ➤ Junte os três ângulos sobre uma reta; <p>Qual ângulo foi formado com a união dos três ângulos do triângulo? O que se pode concluir sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo?</p> <p>Vamos ver suas conclusões estão corretas? Clique aqui</p>

Agora que conhecemos as classificações do triângulos, vamos construí-los com régua e compasso?

Construção sem o uso de medidas

✓ **Material necessário:** folha, lápis, régua e compasso (construa o seu também, enquanto assiste o vídeo).

CONSTRUÇÃO DE UM TRIÂNGULO EQUILÁTERO CONSTRUÇÃO DE UM TRIÂNGULO ISÓSCELES CONSTRUÇÃO DE UM TRIÂNGULO ESCALENO

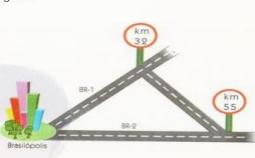
Aprendemos a construir os triângulos no papel, vamos utilizar o Geogebra para isso?



Agora é com você, construa os triângulos da atividade anterior no geogebra

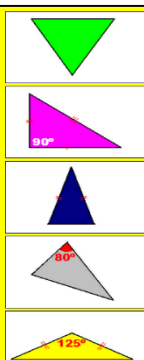
Question 7

Deseja-se fazer uma ligação entre o km 32 da BR-1 e o km 55 da BR-2, como mostra a figura.



Sabendo que essa ligação terá um número inteiro de quilômetros, quais as medidas, mínima e máxima, respectivamente, que poderá ter?

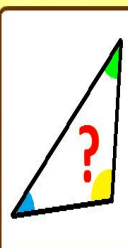
A 24 km e 87 km.
B 24 km e 86 km.
C 23 km e 86 km.
D 23 km e 87 km.



Triângulo Isósceles Obtusângulo
 Triângulo Escaleno Retângulo
 Triângulo Isósceles Retângulo
 Triângulo Isósceles Acutângulo
 Triângulo Escaleno Obtusângulo

6. Um triângulo pode ter:

A - Ângulos externos de 120°, 135° e 125°.
 B - Ângulos internos de 120°, 135° e 125°.
 C - Ângulos externos de 80°, 45° e 55°.
 D - Ângulos internos de 80°, 45° e 55°.
 E - Um ângulo externo de 200°.



Carlos Magalhães Costa

$PQ = RQ = 3 \text{ cm}$
 $\hat{PQR} = 110^\circ$

1. ? - Triângulo Equilátero.
2. ? - Triângulo Escaleno Obtusângulo.
3. ? - Triângulo Isósceles Retângulo.
4. ? - Triângulo Isósceles Obtusângulo.
5. ? - Triângulo Escaleno Acutângulo.
6. ? - Triângulo Isósceles Acutângulo.
7. ? - Triângulo Escaleno Retângulo.

Verificar

Um triângulo em que os lados medem 2cm, 2cm, 5 cm Impossível :-)

Um triângulo cujos ângulos têm as seguintes amplitudes: 90°, 70°, 30° ???

Um triângulo cujos lados medem 3 cm, 4 cm, 5 cm ???

Um triângulo com dois ângulos rectos ???

Um triângulo com as seguintes amplitudes dos ângulos: 40°, 60°, 80° Possível :-)

Um triângulo rectângulo em que os outros dois ângulos têm de amplitude, respectivamente, 25° e 65° ???

Um triângulo equilátero em que um dos ângulos tem 50° de amplitude Impossível :-)

Um triângulo isósceles em que dois dos ângulos têm de amplitude 40° e 70°, respectivamente ???