

UN PROYECTO DE INTERVENCIÓN A PARTIR DE TAREAS DE GENERALIZAR Y PARTICULARIZAR: TRABAJO COLABORATIVO ENTRE INVESTIGADOR Y FORMADOR DE PROFESORES

Victoria Mesa Pais – Verónica Molfino Vigo
vickymesa_16@hotmail.com – veromolfino@gmail.com
Instituto de Perfeccionamiento y Estudios Superiores - Uruguay

Tema: Experiencias de trabajo colaborativo

Modalidad: Comunicación breve

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Formación de profesores de Matemática – Intervención en Matemática Educativa – Prácticas docentes – Tareas de generalizar y particularizar.

Resumen

Presentaremos una intervención realizada en el año 2016 en un instituto de formación de profesores de Matemática de Uruguay, con un docente de Profundización en Geometría, donde se abordó el concepto de baricentro. Dicha intervención consiste en instancias de trabajo colaborativo entre un investigador y profesores de cursos de Matemática de formación de profesores en las cuales se propone acercar a los docentes metodologías de enseñanza para formación docente recomendadas por investigaciones en Matemática Educativa (ME), a la vez que contribuir al aprendizaje de los estudiantes. En el caso reportado, se utilizaron específicamente actividades de generalizar y particularizar un problema o enunciado matemático, pensadas como actividades de final abierto. Entendemos que este tipo de tareas constituyen un medio posible para que los estudiantes de profesorado de Matemática vinculen los conocimientos que aprenden en sus clases de Matemática de la carrera y los que deberán enseñar en enseñanza media. Proponemos que dichas actividades sean desarrolladas en una metodología de clase que fomente la producción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes y sea el docente un facilitador y promotor del aprendizaje.

Las prácticas docentes en la formación de profesores de Matemática: la necesidad de un cambio y una propuesta de trabajo colaborativo

Investigaciones en ME (Mellado, 1996; Marcelo, 1994) reportan que la manera en que los estudiantes de profesorado aprenden los conocimientos matemáticos y el modo en que se les ha enseñado influyen en sus prácticas futuras como docentes.

Por otro lado, investigaciones recientes (Dalcín, Ochoviet y Olave, 2011; Olave, 2013) realizadas en un instituto de formación del profesorado del país, dan cuenta que, en la formación de profesores de Matemática para el nivel medio, “se hace necesario un

cambio en las prácticas de los formadores, que sea más acorde a la que se espera desarrollen en sus clases los futuros docentes” (Dalcín et al., 2011, p. 86). En este sentido, proponen: “emprender proyectos de trabajo que atiendan el diseño y gestión de las clases de Matemática de formación docente” (Dalcín et al., 2011, p. 95).

Es por estos motivos que nos proponemos realizar una intervención en cursos de Matemática del profesorado. Pretendemos contribuir, desde un conjunto de instancias de trabajo colaborativo, al enriquecimiento de las prácticas docentes a través del acercamiento de herramientas metodológicas para el trabajo en el aula, producto de resultados de investigaciones en ME. Ponemos el foco en el diseño y planificación de actividades, su análisis a priori, implementación y análisis a posteriori.

Entendemos por *intervención en ME* una propuesta de acción original y creativa, programada en el tiempo y desarrollada en forma colaborativa entre un investigador y un profesor de Matemática, desde una concepción teórica determinada, que busca contribuir o generar cambios en las prácticas docentes con el objetivo de mejorar los aprendizajes (Mesa, 2016; Scorza, 2016).

El objetivo de la intervención consiste en ofrecer una experiencia de desarrollo profesional para quienes se desempeñan como formadores de profesores de Matemática, enmarcada en las recomendaciones mencionadas: los formadores de profesores deberían poder ofrecer ambientes donde se desarrolle la producción de ideas matemáticas y además, deberían poder establecer conexiones explícitas con la Matemática que los estudiantes, futuros profesores, habrán de enseñar.

Tareas de generalizar y particularizar

Las tareas que proponemos a nuestros estudiantes influyen de manera significativa en su aprendizaje, tanto lo relacionado con su consigna como con su implementación en el aula. La elección de las tareas matemáticas para la clase y la manera en que se pide a los estudiantes que se aproximen a ellas, determinan la calidad de la Matemática en la clase (Simon, 1997; Steinbring, 1998). Es por esto que decidimos poner el foco de nuestro proyecto de trabajo colaborativo, en el diseño de tareas.

La herramienta didáctica que seleccionamos para proponer en la intervención es la de las tareas de generalizar y particularizar objetos matemáticos. En Maldonado, et al. (2015) se identifican estas actividades como un tipo de tareas de atención a similitudes y diferencias entre objetos matemáticos según Zaslavsky (2008), dentro de lo que ella denomina tareas de final abierto (Zaslavsky, 1995).

A partir de las definiciones dadas por Polya (1965) de los constructos “generalizar” y “particularizar” en la resolución de un problema matemático, en Maldonado et. al. (2015) se conceptualizan las *tareas de generalizar* como actividades que “invitan a atender propiedades de uno o más objetos matemáticos particulares y proponer que los alumnos investiguen si conjuntos de objetos, que incluyen al particular, conservan la o las propiedades originales” (pp. 83-84). Mientras que, en las *tareas de particularizar*, “partiendo de una situación o problema se recurre a un caso particular para realizar ciertas conjeturas y brindar argumentos para la misma” (p. 84). En ambos tipos de tareas se busca que el estudiante analice no solo si un cierto resultado es válido para el caso particular o el general, sino también si los argumentos dados son válidos al pasar de un contexto al otro.

Pensamos que las tareas de generalizar o particularizar constituyen interesantes problemas matemáticos. Específicamente en la formación docente consideramos además que este tipo de actividades permiten el acercamiento del estudiante, futuro profesor, a problemas que tratan un cierto saber desde distintas perspectivas, lo que brinda herramientas para pensar su abordaje en los diferentes niveles educativos. Así como el acercamiento a metodologías de trabajo donde el eje central es, a través de un trabajo conjunto entre estudiantes y docente, la construcción del conocimiento matemático en el aula actuando la misma como escenario de desarrollo de una comunidad matemática.

El vínculo entre la Matemática avanzada y la Matemática escolar en la formación de profesores de Matemática

Ticknor (2012) reporta una investigación sobre la dificultad que presentan los estudiantes de profesorado para realizar conexiones interesantes entre los conocimientos

matemáticos avanzados que son abordados en un curso de su formación, concretamente en álgebra abstracta, y los conocimientos matemáticos que luego deberán enseñar a sus alumnos de educación media. Buscando atender a esta problemática, el autor plantea la necesidad de hacer esas conexiones explícitas para contribuir a que los estudiantes profundicen su comprensión de los conocimientos matemáticos para su abordaje en todos los niveles.

Consideramos que dos aspectos importantes para hacer explícitas dichas conexiones son: el contenido abordado, que debe ser tal que lleve al estudiante a preguntarse sobre contenidos de enseñanza media, y el rol del docente en la implementación de las actividades. Pero pensamos que el tipo de tarea propuesta también es influyente para lograr ese objetivo. Entendemos que las tareas de generalizar y particularizar pueden conducir a vincular la Matemática que los futuros profesores aprenden en su formación inicial con la que ellos habrán de enseñar al menos en dos sentidos. Uno, el revisitar un tema que tienen que enseñar en enseñanza media, tanto cuando a partir de un resultado que se maneja en ese ciclo se intenta generalizar a otro contexto como cuando se logra detectar que un determinado conocimiento a enseñar en ese ciclo es un caso particular de algo más general que están viendo en su clase de formación docente. El otro, porque favorecen que los estudiantes comprendan que muchos de los conceptos o propiedades que se enseñan en nivel medio son casos particulares de otras más generales, y, como tales, adoptan sus características. Esto posibilita una mayor comprensión de los fundamentos, argumentos y explicaciones de los contenidos abordados y las relaciones entre ellos.

Relato de un caso: la intervención realizada

La intervención fue implementada en el año 2016 en un instituto de formación de profesores del país, con un profesor de la asignatura Profundización en Geometría del último año de la carrera de profesorado de Matemática.

La misma se desarrolló en cinco etapas, que se describen a continuación.

Etapa 1: Presentación del proyecto. Se presenta en qué consiste la intervención, cuáles son sus objetivos y cuál es el rol del investigador.

El profesor acuerda con la propuesta, se muestra abierto e interesado en participar.

Se reflexiona de manera conjunta sobre las prácticas docentes recomendadas para la formación docente por investigaciones en ME así como la problemática planteada por Ticknor (2012) sobre las dificultades que presentan los estudiantes de profesorado, produciéndose diferentes puntos de vista que enriquecen la reflexión.

Etapa 2: Presentación del marco teórico: caracterización y ejemplificación de las actividades de generalizar y particularizar (Polya, 1965, 1966; Davis y Hersh, 1989); caracterización de tareas de atención a similitudes y diferencias (Zaslavsky, 2008) y presentación de las tareas de generalizar y particularizar como un tipo de aquellas (Maldonado et al., 2015). Se reflexiona sobre la importancia de las tareas que proponemos a nuestros estudiantes y sobre el rol del docente en la implementación de estas actividades para un mejor aprovechamiento de las mismas (Swan, 2008).

En esta etapa además el docente nos expresa los objetivos y contenidos del curso, buscando identificar en conjunto en qué momentos puede ser conveniente implementar este tipo de tareas.

Etapa 3: Elaboración de tareas de generalizar y particularizar desde un trabajo colaborativo entre docente e investigador. Se analiza su adecuación a los objetivos y contenidos del curso, su implementación en la clase, las metodologías de trabajo convenientes para un mayor aprovechamiento de la propuesta y el potencial a priori de las actividades pensadas.

En concreto se elaboran las siguientes consignas: “*particularizar la noción de baricentro de un triángulo a un segmento*” (para ser trabajada en una clase previa a la visitada por el investigador) y “*generalizar la noción de baricentro de un triángulo a un cuadrilátero*” (para ser trabajada en la clase visitada por el investigador). Se propone para su abordaje en el aula una modalidad de taller, donde los estudiantes trabajarán en parejas con el software GeoGebra, teniendo la posibilidad de conjeturar y dando tiempo para que esto ocurra.

Etapa 4: Puesta en escena. El profesor implementa las actividades con sus estudiantes, el rol del investigador en esta instancia es el de acompañar para facilitar el análisis crítico posterior a la puesta en escena.

Los estudiantes desarrollaron diversas estrategias de resolución, algunas de ellas previstas en el análisis a priori de la actividad y otras nuevas.

Etapa 5: Entrevista final entre el profesor y el investigador para un análisis a posteriori de la propuesta en relación a la potencialidad de las actividades y de la metodología de trabajo utilizada, y a la posibilidad de continuidad.

El profesor valora positivamente la dinámica de la clase y que surgiera de los estudiantes alguna idea frente a la propuesta y se mostraran animados con la misma. De todos modos, manifiesta que para que los estudiantes puedan demostrar, además de conjeturar, necesitan tener una base teórica que según deja entrever se lograría a través de clases más ‘tradicionales’. Sí considera factible la construcción de conocimientos para una etapa posterior.

Plantea además que tiene en mente trabajar a futuro con la generalización del concepto de ortocentro y por ende la generalización de la recta de Euler. En cuanto a lo metodológico, percibe como favorable trabajar con una dinámica de clase muy similar a la dada, apostando a que con el tiempo surjan otras ideas nuevas y adquiriendo así otra dinámica de trabajo.

Respecto a la idea de generalizar y particularizar, afirma que la misma siempre aparece en las clases de Matemática de los distintos cursos, incluso en las clases más tradicionales, donde el docente puede mostrar y los estudiantes pueden observar distintas generalizaciones. Sin embargo, concibe viable proponerlo como actividad a estudiantes principalmente en los cursos de Geometría, no visualizando inmediatamente cómo hacerlo en otras asignaturas, pero no descartando la posibilidad.

Por otro lado, menciona que si bien el conocimiento matemático en juego en la propuesta ya era previamente conocido por él, la intervención le permitió conocer determinados materiales que le dieron la posibilidad de mirar ese conocimiento desde otro lugar, logrando organizarlo mejor y por ende plantearlo mejor. Agrega: “yo lo

pienso como una idea progresiva de ir incorporando cierto [...] tipo de ideas para poder generar actividades de este tipo y hacerlo más fluido”.

Consideraciones finales

Consideramos como uno de los aportes de la intervención acercar al profesor un marco metodológico específico que permitiera arrojar un conocimiento matemático previamente investigado por él en una tarea de aula para los estudiantes de profesorado que implique la construcción del conocimiento. Por otro lado, la intervención le permitió al docente poner en práctica con sus estudiantes una nueva metodología de trabajo, tanto en lo concerniente a la consigna de la tarea como su implementación en la clase. El hecho de que el docente mencione otro contenido en el que tiene pensado trabajar de manera similar denota cierto interés por incorporar a sus clases nuevas metodologías que enfatizan en la producción de conocimientos por parte de los estudiantes, por más que no sea de manera constante.

En lo que refiere al conocimiento de los estudiantes, consideramos que la intervención pudo aportar implícitamente a la problemática detectada por Ticknor (2012). Al generalizar el concepto de baricentro a un cuadrilátero, que constituye un conocimiento avanzado, los estudiantes deben revisar sus concepciones, argumentos y justificaciones sobre el baricentro de un triángulo y otros conceptos o propiedades geométricas, que incluyen conocimientos más básicos o previamente conocidos. De esa manera los estudiantes deben vincular el conocimiento nuevo que están aprendiendo con conocimientos que deberán enseñar en sus clases de enseñanza media. Además, para que el problema tuviera sentido para los estudiantes, primeramente se tuvo que recordar de manera explícita qué era el baricentro de un triángulo, cómo se construye y sus propiedades principales: métricas y físicas. Cuando los estudiantes proponen la generalización, lo hacen a partir de esas ideas, intentando mantener las propiedades abordadas pero ahora para los cuadriláteros. Por otro lado, de manera implícita la intervención buscó aportar al conocimiento didáctico de los futuros profesores, al mostrar una modalidad de trabajo basada en la construcción de conocimientos por parte de los estudiantes. Teniendo presente el planteo de Mellado (1996) acerca de que los profesores proponen en sus clases las metodologías que vivenciaron como estudiantes

de profesorado, elegimos proponer una metodología acorde a las recomendaciones didácticas de investigaciones en ME.

Consideramos, finalmente, que el trabajo colaborativo es siempre una instancia de enriquecimiento profesional para todos, docentes e investigadores.

Referencias bibliográficas

- Dalcín, M., Ochoviet, C. y Olave, M. (2011). Una mirada a las prácticas de los formadores de los futuros profesores de matemática: el profesor, el conocimiento y la enseñanza. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 28, pp.85-97.
- Davis, P. y Hersh, R. (1989). *Experiencia matemática*. Sección: Generalización. pp. 105-107. Barcelona: MEC y Labor.
- Maldonado, A., Medina, L., Mesa, V., Molfino, V., Ochoviet, C., Pagés, D., Rivero, F. (2015). Tareas enfocadas a similitudes y diferencias como motor para el aprendizaje de la matemática: nuevas categorías. En Buendía, G., Molfino, V., Ochoviet, C. *Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa*. Vol. II. Consejo de Formación en Educación. Departamento de Matemática. Uruguay.
- Marcelo, C. (1994). Investigaciones sobre prácticas en los últimos años: qué nos aportan para la mejora cualitativa de las prácticas. Ponencia presentada al III Symposium Internacional sobre Prácticas Escolares, Poio.
- Mellado, V. (1996). Concepciones y prácticas de aula de profesores de ciencias, en formación inicial de primaria y secundaria. En *Investigación y experiencias didácticas*. Enseñanza de las ciencias, 14 (3), 289-302.
- Mesa, V. (2016). *Actividades de generalizar y particularizar como medio para vincular la Matemática avanzada y la Matemática escolar en la formación de profesores de Matemática* (tesina de Diploma no publicada). Consejo de Formación en Educación – Universidad de la República. Montevideo, Uruguay.
- Olave, M. (2013). Modelos de profesores formadores de Profesores de Matemática: ¿cuáles son y en qué medida se transmiten a los futuros docentes? Un estudio de casos. Tesis doctoral no publicada. CICATA, IPN. México. Recuperado desde http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/olave_2013.pdf
- Polya, G. (1965): *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas. México.
- Polya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento pausable*. Madrid: Tecnos.
- Scorza, V. (2016). *Las tareas de final abierto y su potencial para la enseñanza de la matemática en la formación de profesores* (tesina de Diploma no publicada). Consejo de Formación en Educación – Universidad de la República. Montevideo, Uruguay.
- Simon, A. M. (1997). Developing new models of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. En E. Fennema & B. Scott-Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 55–86). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 157–189.
- Swan, M. (2008). The design of multiple representation tasks to foster conceptual development. Recuperado desde <http://tsg.icme11.org/document/get/289>
- Ticknor, C. (2012). Situated learning in an abstract algebra classroom. *Educ Stud Math* 81: 307-323.
- Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 15-20.
- Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. En 11th International Congress on Mathematics Education (ICME-11), México. Recuperado desde <http://tsg.icme11.org/document/get/290>.