

ANÁLISE DO CONCEITO DE FUNÇÃO SOB A PERSPECTIVA DA IDONEIDADE EPISTÊMICA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Valmir Ninow – Carmen Teresa Kaiber
vninow@gmail.com – kaiber@ulbra.br
Universidade Luterana do Brasil, Brasil

Tema: Investigación didáctica

Modalidad: Comunicación Breve (CB)

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: Enfoque Ontosemiótico. Análise Epistêmica. Função. Livro Didático.

Resumo

Esse artigo apresenta uma análise da noção/conceito de Função, estabelecido em um livro didático de Matemática do primeiro ano do Ensino Médio da educação básica brasileira, utilizado por escolas da rede estadual de educação do município de Farroupilha, Rio Grande do Sul, sob a perspectiva da Idoneidade Epistêmica, categoria da Idoneidade Didática, no âmbito do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS). O EOS busca comparar e articular diferentes pressupostos teóricos e metodológicos da Educação Matemática visando o conhecimento matemático, bem como, seu ensino e aprendizagem. Esta análise torna-se pertinente pois o livro didático, em muitos casos, é utilizado como uma fonte de pesquisa ou orientador do trabalho do professor. A mesma, também faz parte, juntamente com análises similares de outros materiais (orientações curriculares, planos de estudos e teses) de uma investigação que visa desenvolver um projeto educativo, com foco no estudo de Funções, tomando como referência os pressupostos do EOS. A pesquisa será de base qualitativa uma vez que visa analisar/compreender/descrever todo o processo. A análise produzida permitiu perceber a presença dos componentes da Idoneidade Epistêmica, destacando-se situações-problema, regras e linguagem observando-se, porém, que argumentos e relações não tiveram presença significativa no material analisado.

Palavras chave: Funções. Idoneidade Epistêmica. Enfoque Ontosemiótico.

1.Introdução

O Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), apresentado em Godino (2012) e em Godino, Batanero e Font (2008), busca lançar um olhar para a Matemática, seu ensino e aprendizagem, considerando diferentes perspectivas e noções teóricas, se constituindo em espaço para discussão e reflexão para o entendimento do que sejam objetos matemáticos, a negociação de significados atribuídos a esses objetos no âmbito escolar e sua articulação em projetos de ensino e

aprendizagem que podem ser amplos, como quando se pensa em organizar um currículo, ou específicos quando se pensa em desenvolver um determinado conteúdo ou conceito.

Por outro lado, quando se lança um olhar para o currículo de Matemática do Ensino Médio da Educação Básica brasileira, no que se refere aos conteúdos a serem desenvolvidos (Brasil, 2006), identifica-se um conteúdo que se entende ser basilar para o desenvolvimento da Matemática, no próprio Ensino Médio, e Cursos Superiores da área científica e tecnológica: Funções. Assim, considera-se pertinente e necessária a elaboração de propostas que aprofundem e fortaleçam aspectos referentes ao conhecimento sobre o tema, enquanto conteúdo a ser levado à escola básica, encontrando-se no EOS aporte que pode contribuir para a elaboração de propostas de trabalho que favoreçam a apropriação de conceitos e procedimentos, por parte dos alunos, relativos a essa temática.

Nesse contexto, está em desenvolvimento uma pesquisa que tem por objetivo investigar a viabilidade de estruturação/organização de um projeto educativo para a Matemática, no Ensino Médio, na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática com foco no estudo de Funções. No âmbito da pesquisa em andamento enfoca-se, neste artigo, uma análise do conceito de Função, apresentado em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio, sob a perspectiva da Idoneidade Epistêmica, dimensão da Idoneidade Didática no EOS.

No que segue apresentam-se noções teóricas do EOS, com destaque para a Idoneidade Epistêmica, bem como, ideias em torno do conceito de Função e a análise e discussão da proposta de estudo apresentada no livro didático analisado.

2. Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS)

O EOS é o resultado da análise de fundamentos, questões e métodos de distintos marcos teóricos da Didática da Matemática e da Didática Fundamental da Matemática, além da aplicação e ampliação de distintas ferramentas teóricas que surgiram a partir de

trabalhos experimentais desenvolvidos por Juan D. Godino¹ e demais participantes do grupo de pesquisa como Carmen Batanero, Vicenç Font, Ángel Contreras, Miguel Wilhelmi e Núria Planas, entre outros.

O EOS apresenta como principais características a articulação das facetas institucionais e pessoais do conhecimento matemático, a atribuição de um papel-chave à atividade de resolução de problemas e à incorporação coerente de pressupostos pragmáticos e realistas sobre o significado dos objetos matemáticos. Desta forma, o ponto de partida do EOS é a organização de uma ontologia dos objetos matemáticos que considere e articule três aspectos da Matemática: como atividade de resolução de problemas socialmente compartilhada, como linguagem simbólica e como sistema conceitual logicamente organizado (Godino, Batanero e Font, 2008).

Segundo Godino (2012) as noções teóricas que compõem o EOS estão articuladas em cinco grupos ou níveis: *Sistemas de Práticas*, *Configurações de Objetos e Processos Matemáticos*, *Configurações e Trajetórias Didáticas*, *Dimensão Normativa e Idoneidade Didática*. Porém, são aqui destacados elementos da Idoneidade Didática e as ferramentas de análise que a compõe, uma das quais será utilizada na análise apresentada neste artigo.

Godino, Batanero e Font (2008), apontam que a Idoneidade Didática de um processo de instrução é definida como a articulação coerente e sistêmica de seis dimensões/níveis relacionadas entre si, as quais são apresentadas e caracterizadas no quadro da figura 1. Essas dimensões ou níveis de análise são avaliadas conforme o grau de representatividade (alto, médio ou baixo) em um processo de estudo pretendido ou implementado.

Componente	Características
Idoneidade Epistêmica	Se refere ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos, com relação a um significado de referencia.
Idoneidade Ecológica	Grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional, a escola, a sociedade e ao ambiente em que se desenvolve.
Idoneidade Cognitiva	Expressa o grau em que os significados pretendidos/implementados estão na área de desenvolvimento potencial dos estudantes, bem como o grau de proximidade entre os significados pessoais atingidos e os significados pretendidos/implementado.

¹ O conjunto de trabalhos que foram desenvolvidos em torno do EOS estão disponíveis em: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.

Idoneidade Afetiva	Grau de envolvimento dos alunos no processo de ensino. Está relacionada com fatores que dependem da instituição, do aluno e da sua história escolar prévia.
Idoneidade Interacional	Está relacionada ao processo de ensino e aprendizagem. Volta-se para a identificação e resolução dos conflitos semióticos produzidos durante o processo de ensino.
Idoneidade Mediacional	Grau de disponibilidade e adequação dos recursos necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

Figura 1. Componentes e características da Idoneidade Didática.

Fonte: adaptado de Godino, Batanero e Font (2008).

Apresentam-se, na figura 2, os componentes e indicadores que constituem a idoneidade epistêmica, a qual foi utilizada para a análise do conceito de Função em um livro didático de Matemática do Ensino Médio, aqui apresentada.

Componentes	Indicadores
Situações-problema	a) apresenta-se uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações; b) propõem-se situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagem	a) são utilizadas diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica), tradução e conversão entre as mesmas; b) o nível de linguagem é adequado aos estudantes; c) propõem-se situações de expressão matemática e interpretação.
Regras: definições, proposições, procedimentos	a) as definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem; b) apresentam-se enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado; c) propõem-se situações onde os estudantes tenham que generalizar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.
Argumentos	a) as explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem; b) promovem-se situações onde os estudantes tenham que argumentar.
Relações	a) os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições) se relacionam e conectam entre si.

Figura 2. Quadro dos componentes e Indicadores Epistêmicos.

Fonte: Godino (2012)

Godino (2012) considera que um ponto essencial para se conseguir uma alta idoneidade epistêmica é a seleção e adaptação de situações problemas, a utilização de diversas representações, meios de expressão, definições, proposições, procedimentos, assim como as justificações das mesmas, o que permite uma análise coerente e profunda do processo de ensino e aprendizagem a ser desenvolvido ou em desenvolvimento.

3.O objeto matemático Função

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006), o ensino de Funções deve ser introduzido por meio da exploração qualitativa de relações entre duas grandezas, em diferentes situações, sendo importante incentivar os estudantes para que

apresentem outras relações funcionais, esboquem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, destacando o significado da representação de Funções.

Sobre o ensino e aprendizagem de Funções, Kaiber (2002) considera que a aquisição do conceito de Função necessita de um trabalho com situações e problemas que deem significado ao mesmo, do desenvolvimento prévio das ideias básicas de regularidade, variável e dependência, e também de um trabalho significativo que possibilite ao estudante transitar entre a concepção de variável discreta e a atribuição de significado a variáveis que assumam valores no universo dos números reais.

Já em Bergeron e Herscovics (1982), encontra-se uma visão que direciona o trabalho com Funções na escola. De acordo com os autores, o ensino de Funções envolve quatro níveis de compreensão, embasados em princípios construtivistas, mas que refletem aspectos epistemológicos e cognitivos acerca do conceito de Função que, no entendimento de Kaiber e Andrade (2013), estão alinhados com os pressupostos do EOS.

Bergeron e Herscovics (1982), salientam que cada um desses níveis apresenta características próprias que vão desde a exploração do conhecimento informal e noções intuitivas (níveis de compreensão e matematização inicial) até a generalização, a utilização da linguagem simbólica e a formalização (níveis de abstração e formalização).

Neste contexto, está em desenvolvimento uma pesquisa que tem como objetivo investigar a viabilidade de estruturação/organização de um projeto educativo para a Matemática, no Ensino Médio, na perspectiva do EOS com foco no estudo de Funções.

4.Aspectos Metodológicos

A investigação está sendo desenvolvida junto a um grupo de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio em uma Escola da Rede Privada do Município de Farroupilha, Rio Grande do Sul, Brasil, em uma abordagem de cunho qualitativo.

Particularmente, neste artigo, apresenta-se um recorte do trabalho que está em processo, referente a análise de materiais didáticos no que diz respeito ao conceito de Função. Assim, é apresentada a análise realizada em um livro didático do 1º ano do Ensino

Médio, sob a perspectiva da Idoneidade Epistêmica, dimensão da Idoneidade Didática no EOS. O livro analisado é utilizado tanto por escolas da rede privada como da rede pública de educação do município de Farroupilha.

5. Análise do conceito de Função em um livro didático

A análise produzida buscou identificar os componentes e indicadores epistêmicos do conceito de Função apresentados em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio.

As ideias iniciais em torno de Função são apresentadas no segundo capítulo do livro, sendo abordadas a partir de um texto que aborda as relações entre grandezas e um breve histórico do desenvolvimento das ideias em torno do conceito de função. São apresentadas três situações de contextualização: duas envolvendo o cotidiano e uma relacionada à Geometria, ambas enfocando a relação de dependência entre variáveis a partir de dados dispostos em tabelas, a partir das quais são apresentadas as leis de formação, bem como a identificação das variáveis dependente e independente.

Dando continuidade ao trabalho, são apresentadas atividades relacionadas com situações problemas do cotidiano as quais retomam as situações apresentadas inicialmente como exemplo, buscando um aprofundamento. A seguir são apresentadas as definições de produto cartesiano e relações, com um exemplo não contextualizado para cada caso, a partir do que são apresentados exercícios os quais levam o aluno a reproduzir os procedimentos realizados nos exemplos.

O conceito formal de Função é apresentado logo em seguida, desenvolvido a partir da relação de dependência entre dois conjuntos, com a aplicação de três leis de formação diferentes, onde são construídos diagramas de Venn para representar as relações e os pares ordenados em cada caso. São apresentadas as definições de domínio, contradomínio, conjunto imagem. Para o aprofundamento desses conceitos são disponibilizadas atividades resolvidas, bem como propostas atividades (situações problemas do cotidiano e exercícios). Ainda, para o aprofundamento das noções de domínio de uma função, o tema é apresentado novamente, em item separado, sendo o estudo realizado por meio de três exemplos onde são analisados intervalos reais, com representações na reta real e suas representações formais.

Já a ideia da construção de um gráfico, e sua análise, é apresentada a partir de três exemplos, referentes às funções afim, quadrática e de uma função composta, onde são construídas tabelas de valores que levam às representações gráficas. Na sequência são apresentadas situações problema onde é solicitado que o aluno analise os gráficos, faça construções gráficas e responda questionamentos em torno das situações apresentadas.

Com relação aos zeros de uma função, a definição é apresentada diretamente sem uma contextualização ou exemplo. Para finalizar esse item são apresentados um conjunto de atividades (caráter de exercício) que solicitam a análise de gráficos, determinando o zero e valor de uma função, seu domínio e o conjunto imagem.

Com relação a funções crescentes, decrescentes e constante, seu estudo é desenvolvido por meio de uma situação do cotidiano a partir de sua representação gráfica. Posteriormente são apresentadas definições e, novamente, exemplos resolvidos de caráter de exercício.

A análise epistêmica permitiu evidenciar que a noção de Função desenvolvida no livro analisado, abrange os componentes e indicadores propostos pela ferramenta, mesmo que alguns deles de forma pouco relevante. Com relação as *situações-problemas*, considerou-se sua representatividade média, pelo fato das ideias e noções introdutórias, principalmente as de análise gráfica, bem como o trabalho com funções crescente, decrescente e constante são apresentados por meio de situações de contextualização, porém, nas noções de domínio, contradomínio, conjunto imagem, zero de uma função e a construção de gráficos, as atividades foram predominantemente exercícios. Nestas, a resolução envolvia somente a aplicação de conceitos e procedimentos, o que levou a considerar os componentes *Regras* com média representatividade e os *Argumentos* baixa.

De modo geral as atividades propostas necessitam de pouca ou nenhuma apresentação de justificativas e argumentações, mesmo considerando que o conjunto final das atividades tenha se caracterizado por apresentar situações problema do cotidiano.

Com relação a *Linguagens*, considerou-se sua idoneidade média, pois foi possível perceber o uso de diferentes representações, tanto em língua natural, algébrica e gráfica, a qual foi explorada por meio de figuras para ilustrar as situações apresentadas e fazer

referência a exemplos do cotidiano. Porém não ficou evidenciado que essas diferentes formas de representação se referem a um mesmo objeto, sendo apresentadas disjuntas. Já, o componente *Relações* foi considerado com representatividade baixa, pois evidenciou-se somente relações entre a noção de função e análise de gráficos com situações do cotidiano, porém ficou pouco evidenciado as relações estabelecidas entre os objetos matemáticos.

6. Considerações finais

A análise realizada permitiu perceber que nenhum dos componentes referentes a idoneidade epistêmica alcançou um grau alto de idoneidade. Porém, pondera-se que, mesmo não atingindo grau máximo, as atividades analisadas apresentam pontos fortes, no contexto dos componentes utilizados na análise, como a proposta de situações problema ligadas a questões do cotidiano, a presença de procedimentos adequados nas explicações, bem como na resolução das situações propostas, as quais, eventualmente, são abordadas sob diferentes perspectivas. Porém, poucas atividades apresentadas exploram a possibilidade de generalizações.

Foi possível estabelecer que os componentes situações-problemas, linguagens, regras, alcançaram um grau médio de idoneidade, já os argumentos e relações um grau baixo. Salienta-se, também, que em nenhum momento é utilizada a mesma situação problema para analisar as diferentes noções envolvendo Função, ou uma situação que permitisse realizar análises, interpretações, construções e cálculos, ficando evidente que cada atividade foi utilizada para um pequeno conjunto de noções e não para uma consolidação de conceitos e procedimentos em torno da noção de Função de modo mais amplo.

Referencias bibliográficas

Bergeron, J. C. e Herscovics, N. (1982). Levels in the Understanding of the Function Concept. En *Proceedings of the Workshop on Functions. Foundation of Curriculum Development*. Enschede, Netherlands.

- Brasil. Ministério da Educação (2006). *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias/ Secretaria da Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: MEC/ SEF.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de La perspectiva ontosemiótica de investigación em Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García e L. Ordóñez (Eds.) *Actas del congreso Investigación em Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae*, 10(2), 7- 37.
- Kaiber, C. T. (2002). A prática da resolução de problemas no estudo de funções reais. Em
Anais do IV Simpósio de Educación Matemática. Chivilcoy, Argentina.
- Kaiber, C. T. e Andrade, L. S. (2013). Reflexões sobre o Ensino de Funções sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico. *Educação Matemática em Revista-RS*, 14(2), 27-36.