

MÉTODOS MIXTOS DE INVESTIGACIÓN EN LAS CONTRIBUCIONES A LOS SIMPOSIOS DE LA SEIEM (1997-2010)³¹

Castro, W. F.¹, Godino, J. D.²

¹Universidad de Antioquia (Colombia)

²Universidad de Granada

“Los estudios cualitativos a pequeña escala y los estudios cuantitativos a gran escala son esenciales para construir conocimiento base teóricamente fundamentado y útil para la práctica de la enseñanza. Ninguno [de estos tipos de estudios] es suficiente; ambos son necesarios” (Hiebert y Grouws, 2007, p. 398).

Resumen. *En este trabajo analizamos los trabajos publicados en las Actas de los Simposios de la SEIEM desde el punto de vista del uso de metodologías de investigación de tipo mixto (cualitativas y cuantitativas). En dichas investigaciones se describe el área problemática que abordan, el nivel educativo, tiempo de permanencia del investigador en el campo, métodos e instrumentos de recogida de datos, fuentes de información y tamaño de muestra. Se estudia también la prevalencia de los métodos mixtos en relación con los trabajos que usan preferentemente métodos cualitativos y cuantitativos y se comparan con resultados de otros estudios similares. Tras analizar un caso de una investigación realizada con este enfoque metodológico concluimos con algunas recomendaciones para la mejora del uso de las metodologías mixtas en la investigación sobre educación matemática.*

Palabras claves: Metodologías de investigación; métodos cualitativos, cualitativos y mixtos; fortalezas y debilidades; estudio de caso; integración de métodos.

Abstract. *In this paper we analyze the works published in the Proceedings of the SEIEM Symposia from the point of view of using mixed research methodologies (qualitative and quantitative). For these investigations the problem area addressed, the educational level, the researcher's time of permanence in the field, methods and tools for data collection, data sources and sample size are described. We also study the prevalence of mixed methods in connection with works preferably using qualitative and quantitative methods and compared with the results of the meta-analysis by Hart et al. (2009). After analyzing a case of research with this methodological approach we conclude with some recommendations for improving the use of mixed methodologies in research on mathematics education.*

³¹ Castro, W. F. y Godino, J. D. (2011). Metodos mixtos de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010). En, M. Marín et al (Eds), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 99). Ciudad Real: SEIEM.

Key words. Research methodologies; qualitative, quantitative and mixed methods; strengths and weaknesses; case study; integration of methods

1. INTRODUCCIÓN

En educación matemática, y otros campos de investigación en ciencias sociales, se observa un creciente interés por el empleo de métodos cualitativos de investigación, aunque esto no supone descartar el uso de los métodos cuantitativos cuando se pretende obtener resultados más ampliamente generalizables. Se está reconociendo la complejidad de los problemas que se abordan en la investigación en ciencias sociales y la necesidad de adoptar una perspectiva pragmatista sobre el uso de metodologías mixtas. Estas metodologías permiten comprender las actividades educativas en el contexto en que tienen lugar y al mismo tiempo aportar recomendaciones generalizables que apoyen la toma de decisiones de política educativa.

En este trabajo vamos a centrar la atención en el uso de métodos mixtos en las investigaciones publicadas en las Actas de la SEIEM desde su primera edición en 1977 hasta 2010, lo que dará una visión aproximada³² del perfil de la comunidad de investigadores españoles en educación matemática. Este análisis será contrastado con otros informes sobre el análisis metodológico de las investigaciones a nivel nacional (Torrалbo, Vallejo, Fernández y Rico, 2004) y a nivel internacional, para lo cual nos basaremos en el trabajo de Hart, Smith, Swars y Smith (2009). Torralbo et al., realizan un análisis metodológico de 135 tesis doctorales sobre educación matemática presentadas en las universidades españolas en el periodo 1976 - 1998, mientras que Hart et al. (2009), estudian la prevalencia de los métodos cualitativos, cuantitativos y mixtos aplicados en 710 artículos de investigación publicados en seis revistas de educación matemática de alto nivel en el periodo 1995-2005. Estos autores abordan, entre otras, las siguientes cuestiones, de interés para nuestro análisis:

- ¿De qué manera están los métodos cuantitativos y cualitativos equilibrados (o integrados) en métodos mixtos en el caso de una de las revistas examinadas?
- ¿Qué problemas hay en la interpretación del texto de los artículos para (a) identificar los métodos de investigación, (b) evaluar el balance relativo de las facetas cuantitativas y cualitativas en las cuestiones de investigación, la recogida de datos, o el análisis, y (c) evaluar la medida y el tipo de cualquier integración de resultados de cada faceta en las inferencias o conclusiones?

La investigación que hemos realizado sobre los métodos usados en los trabajos de los Simposios tiene un componente de tipo interpretativo en el proceso de clasificación de los trabajos en las distintas categorías, mientras que el estudio de la prevalencia de los métodos mediante estadísticas descriptivas es propio de los métodos cuantitativos. Se trata de codificar datos cualitativos, asignar números a los códigos, y registrar el número

³² En nuestro caso los trabajos que se analizan son principalmente comunicaciones a los Simposios de la SEIEM, por lo que se trata de trabajos de extensión breve, donde la metodología se describe de manera sucinta. Este no es el caso del estudio cuantitativo realizado por Torralbo (2001) que versa sobre tesis doctorales, o el de Hart et al. (2009) que analizan artículos de revistas.

de veces que aparecen los códigos. Analizar descriptivamente datos cuantitativos para determinar la frecuencia de ocurrencia y comparar los conjuntos de datos obtenidos son procedimientos característicos de los procedimientos analíticos de los métodos mixtos.

Comenzaremos esta ponencia indicando algunas características básicas de los métodos mixtos de investigación, incluyendo una síntesis de sus fortalezas y debilidades, así como de los requisitos que deben reunir para ser calificados como aportaciones de alta calidad metodológica. En la sección 3 se incluye un resumen cuantitativo de los trabajos presentados en los Simposios de la SEIEM, y se comparan estos resultados con los del estudio de Hart et al. (2009), cuando procede. En la sección 4 se hace un estudio más detallado de variables relacionadas con la “calidad metodológica” de los trabajos de la SEIEM, para el caso de una comunicación clasificada como mixta, aplicando la “Guía para la Reflexión Metodológica” incluida como anexo en la ponencia conjunta de este Seminario (Godino et al., 2011). Esta parte permitirá clarificar el uso de la mencionada guía como recurso para la reflexión metodológica. Finalmente, se concluye con algunas recomendaciones sobre posibles mejoras en el uso de metodologías mixtas en la investigación española sobre educación matemática que se presenta en el Simposio.

2. CARACTERÍSTICAS DE LOS MÉTODOS MIXTOS DE INVESTIGACIÓN

Creswell (2009, 18) describe de la siguiente manera los métodos mixtos de investigación: “El investigador basa la indagación sobre el supuesto de que la recogida de diversos tipos de datos proporciona una mejor comprensión del problema de investigación. El estudio comienza con una amplia encuesta con el fin de generalizar los resultados a una población y después, en una segunda fase, se centra en entrevistas abiertas y cualitativas para conocer los puntos de vista detallados de los participantes”

Se da prioridad a la recogida y análisis de datos tanto cualitativos como cuantitativos en un único estudio en el que los datos son recogidos concurrentemente o secuencialmente, e implica la integración de los datos en una o más etapas en el proceso de investigación. A veces se usan datos y análisis cualitativos o cuantitativos, pero se mezclan de manera marginal, pero los tipos de cuestiones y las inferencias son o bien cuantitativas o cualitativas. Otras definiciones de los métodos mixtos requieren una combinación sinérgica entre los aspectos cualitativos y cuantitativos en lugar de una combinación de dos métodos discretos.

Otros autores requieren que se trate de una pregunta de investigación en cuya respuesta se usen datos y técnicas cualitativas y cuantitativas. En este sentido Bryman (2007) afirma que existen dos discursos en relación con el uso de la metodología mixta: el particularista, que considera pertinente el uso de los métodos mixtos en función de las preguntas de investigación, y el universalista que considera que los métodos mixtos se deben usar en todo caso, con independencia de los objetivos de la investigación.

El discurso universalista está vinculado con la perspectiva pragmatista que asume el uso de una amplia variedad de métodos que deben ser aplicados para abordar cuestiones de investigación complejas (Johnson y Onwuegbuzie, 2004). En un mismo proyecto de investigación se pueden aplicar métodos cualitativos y cuantitativos con una planificación cuidadosa y reconociendo la contribución potencial de cada aproximación.

Greene (2008) estudia dos aspectos en el uso de la metodología mixta: la lógica de uso, que hace referencia a las motivaciones para usar la metodología mixta, y la forma como

ésta se debe usar. Bryman (2007) incluye la lógica de uso como uno de cuatro criterios para los métodos mixtos: relevancia, transparencia, necesidad de integración de los hallazgos, y lógica de uso de la investigación mixta.

La investigación de procesos educativos sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas es un proceso complejo, por lo que la elección de métodos mixtos de investigación puede ser apropiada para aportar una mayor generalizabilidad a los resultados, al tiempo que se mantiene suficiente detalle sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje para ser válidos y replicables.

“Como una disciplina aplicada donde la investigación debería mejorar la educación, esta integración [de métodos] es necesaria no solo para conocer *si* unos experimentos educativos particulares mejoran el aprendizaje con comprensión sino también *cómo* estos resultados se lograron y *por qué* podemos esperar que se puedan replicar en otros lugares” (Hart et al., 2009, 39).

La Tabla 1 incluye una síntesis de las fortalezas y debilidades de las investigaciones mixtas, de acuerdo con Johnson et al., (2004).

Fortalezas	Debilidades
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se pueden incluir palabras, figuras y narrativas para añadir significado a los números. ▪ Se pueden usar números para añadir precisión a las palabras, figuras y narrativas. ▪ Aportan las fortalezas de las investigaciones cualitativas y cuantitativas ▪ El investigador puede generar y contrastar una teoría a partir de las observaciones (grounded theory) ▪ Se puede responder a un más amplio y completo rango de cuestiones de investigación porque el investigador no está limitado a un único método o aproximación. ▪ Un investigador puede usar las fortalezas de un método adicional para superar las debilidades de otro método usando ambos métodos en un estudio. ▪ Puede proporcionar evidencia más fuerte para una conclusión mediante la convergencia y corroboración de los hallazgos. ▪ Puede añadir comprensiones que pueden perderse cuando se usa un solo método. ▪ Se pueden usar para incrementar la generalizabilidad de los resultados 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Puede ser difícil para un único investigador realizar ambas investigaciones, cualitativas y cuantitativas, especialmente si se espera usar de manera concurrente dos o más aproximaciones; puede requerir un equipo. ▪ El investigador tiene que aprender sobre múltiples métodos y aproximaciones y comprender como combinarlas apropiadamente. ▪ Los metodólogos puristas defienden que se debería trabajar siempre dentro de un paradigma, bien cualitativo o cuantitativo. ▪ Es más costoso y consume más tiempo ▪ Algunos de los detalles de la metodología mixta continúan siendo objeto de trabajo por los metodólogos (p.e., los problemas de la mezcla de paradigmas, cómo analizar

Métodos mixtos de investigación en las contribuciones de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010)

▪ El uso conjunto de la investigación cualitativa y cuantitativa produce un conocimiento más completo necesario para informar la teoría y la práctica.	cualitativamente datos cuantitativos, cómo interpretar resultados conflictivos)
--	---

Tabla 1. Fortalezas y debilidades de las investigaciones mixtas

En la Guía para la Reflexión Metodológica (Godino et. al., 2011) se proponen un conjunto de indicadores de calidad de las investigaciones cualitativas, cuantitativas y mixtas que serán aplicados al caso descrito en la sección 4.

3. INVESTIGACIONES DE TIPO MIXTO EN LAS PONENCIAS Y COMUNICACIONES DE LA SEIEM

En el periodo 1997 a 2010 se han presentado un total de 45 trabajos (16.6% del total de 271 trabajos) cuya metodología la consideramos como mixta, de los cuales 9 son ponencias y 36 comunicaciones. En la tabla 1 clasificamos las ponencias y comunicaciones según el tipo de metodología.

	Comunicaciones	Ponencias	Total por fila
Cuantitativo (uso de estadística descriptiva y/o inferencial; predominio de variables cuantitativas)	28 ⁽¹⁾	3	31
	90,32 ⁽²⁾	9,68	
	17,28 ⁽³⁾	2,75	11,44
Mixto con estadísticas descriptivas	36	9	45
	80,00	20,00	
	22,22	8,26	16,61
Cualitativo (interpretativa, estudio de casos, descripciones narrativas, etc.)	73	21	94
	77,66	22,34	
	45,06	19,27	34,69
Teórico / filosófico / ensayo	25	76	101
	24,75	75,25	
	15,43	69,72	37,27
Total por columna	162	109	271
	59,78%	40,22%	100,00%

Contenido de las celdas: ⁽¹⁾Frecuencia observada; ⁽²⁾Porcentaje de la fila; ⁽³⁾Porcentaje de la columna

Tabla 2. Frecuencias de los métodos según el tipo de trabajo

En el estudio de Hart et al. (2009), del total de 710 artículos analizados el 29% son clasificados como investigaciones mixtas (el 16% usa estadísticas descriptivas, mientras que el 13% usa estadísticas inferenciales). Dado que en nuestro caso hemos incluido los estudios que usan estadísticas inferenciales en la categoría de cuantitativos, el porcentaje de investigaciones mixtas (descriptivas) es similar.

En cuanto a las tesis doctorales españolas analizadas por Torralbo et al. (2004), el 31,1% son clasificadas como realizadas dentro del paradigma mixto. Hay que tener en cuenta que en el estudio de Torralbo no se consideró la categoría de estudios de tipo ensayo teórico. Torralbo et al., consideran que los valores que se reflejan en la metodología están íntimamente relacionados y son consecuentes con los de la variable paradigmas. La metodología mixta fue utilizada en 48 tesis doctorales (35,6%). En ellas se entremezclan técnicas típicamente cualitativas con ciertas técnicas y análisis de naturaleza eminentemente cuantitativas: “en concreto, es muy usual utilizar estadísticos descriptivos del tipo: media, porcentaje y tabla de contingencia; junto con informes

Métodos mixtos de investigación en las contribuciones de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010)

narrativos textuales, producto de entrevistas en profundidad, o con exposiciones del análisis de desempeño en una prueba *ad hoc*” (p. 46).

3.1. Distribución temporal

En el diagrama de barras de la Figura 1 se muestra el número de trabajos presentados de tipo mixto según el año de celebración del Simposio. No es posible adelantar alguna hipótesis en relación con las razones probables que justifiquen el incremento del número de investigaciones realizadas con metodologías mixtas, presentadas durante algunos años.

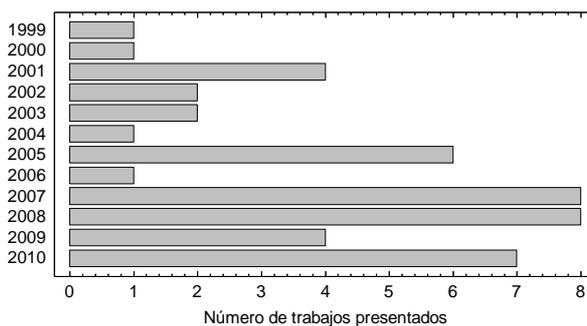


Figura 1. Distribución temporal del número de trabajos presentados

Sobre los resultados de la prevalencia de métodos Hart et al. (2009) encontraron que la proporción anual de métodos mixtos publicados en las revistas analizadas durante el periodo no cambia significativamente. Sin embargo, hay una variación considerable en la prevalencia de los métodos entre las revistas examinadas. El *Journal for Research in Mathematics Education* aporta el mayor número de artículos que usan métodos mixtos con estadística inferencial (37) que supone el 40% del total de artículos de esa categoría (92). *Educational Studies in Mathematics* y *Journal of Mathematics Teacher Education* publicaron bastante más investigación cualitativa que cuantitativa, y los artículos con metodología mixta consistían principalmente en estudios cualitativos con estadísticas descriptivas. Estas dos revistas publicaron muy pocos trabajos considerados como investigación cualitativa con estadísticas inferenciales.

3.2. Área problemática principal de las investigaciones mixtas

La Tabla 3 muestra el área temática sobre la cual han versado las investigaciones mixtas en las comunicaciones y ponencias del Simposio.

Área temática	Frecuencia	Porcentaje
Didáctica de la estadística, probabilidad y combinatoria.	9	20,00
Didáctica de la matemática como disciplina científica	2	4,44
Pensamiento numérico y algebraico	9	20,00
Historia de la educación matemática	1	2,22
Didáctica del análisis	1	2,22
Conocimiento, formación y desarrollo profesional	2	4,44
Aprendizaje de la geometría y medición	11	24,44
Estudio de procesos matemáticos genéricos	8	17,78
TIC (Ordenadores, calculadoras y otros recursos tecnológicos)	2	4,44
Total	45	

Tabla 3. Frecuencia del área principal investigada

El área de “aprendizaje de geometría y medición” es la de mayor frecuencia (24,4%), seguida de “didáctica de la estadística, probabilidad y combinatoria” y “pensamiento numérico” con el 20%. No se han presentado trabajos cuyo tema se refiera al área de “Aspectos afectivos, socioculturales y de género”, ni tampoco sobre “Actitudes, creencias y concepciones”

3.2. Nivel educativo

El nivel educativo o académico con mayor frecuencia investigado corresponde al de universidad (29%), seguido de secundaria (22,2% y primaria (17,8%), como se muestra en la Tabla 4.

Métodos mixtos de investigación en las contribuciones de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010)

Nivel	Frecuencia	Porcentaje
Educación infantil	3	6,67
Primaria	8	17,78
Secundaria obligatoria	10	22,22
Bachillerato y FP	4	8,89
Universidad	13	28,89
Varios niveles	5	11,11
No pertinente	2	4,44
Total	45	

Tabla 4. Frecuencias de la variable nivel educativo

La Tabla muestra que estos tres niveles educativos concentran el 69% del total de las investigaciones presentadas en el Simposio.

3.3. PERMANENCIA TEMPORAL DEL INVESTIGADOR EN EL CAMPO DE ESTUDIO

En cuanto a la variable “permanencia temporal del investigador en el campo de estudio” encontramos que los “estudios puntuales”, esto es, en los que se realiza una única observación, o varias simultáneas, tiene la frecuencia más alta (51,1%), seguidos de los estudios de tipo transversal (22,2%). En este caso se comparan grupos que tienen diferentes valores en la variable edad en un único momento. Los estudios lineales (donde se realizan varias observaciones a lo largo del tiempo) aparecen en 9 ocasiones, mientras que los estudios de tipo longitudinal (sin duda más exigentes en cuanto a recursos, ya que en ellos se compara al mismo grupo de sujetos en diferentes edades) solo se han presentado en 2 ocasiones (Tabla 5).

Tipo de estudio	Frecuencia	Porcentaje
Estudio puntual	23	51,11
Lineal (varias observaciones)	9	20,00
Transversal	10	22,22
Longitudinal	2	4,44
No pertinente	1	2,22

Tabla 5. Frecuencia para la variable tiempo de permanencia en el campo

3.4. MÉTODOS E INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN UTILIZADOS

El uso de métodos no interactivos de recogida de información (empleo de cuestionarios, materiales docentes, ...) son los que tienen mayor frecuencia (64,4%) (Tabla 6), seguido de los métodos interactivos (entrevistas, observación participante, etc.) con el 26,7%. Estos últimos métodos suponen una interacción estrecha entre investigador y participantes y como resultado se producen reacciones en estos últimos que pueden afectar a la información recogida.

Métodos	Frecuencia	Porcentaje
Interactivos	12	26,67
No interactivos	29	64,44
Mixtos	3	6,67
No pertinente	1	2,22
Total	45	

Tabla 6. Frecuencia para la variable métodos de recogida de datos

3.5. TIPO DE INFORMANTES O FUENTES DE INFORMACIÓN

Como se muestra en la Tabla 7 los alumnos son la principal fuente de información en las investigaciones de tipo mixto (77,8%), seguido con gran diferencia de los profesores (8,9).

Informantes	Frecuencia	Porcentaje
Alumnos	35	77,78
Profesores	4	8,89
Materiales	3	6,67
Documentos oficiales	1	2,22
Profesores y documentos	1	2,22
No pertinente	1	2,22
Total	45	

Tabla 7. Frecuencia para la variable fuente de información

3.6. TAMAÑO DE MUESTRA

La distribución de la variable “tamaño de muestra” presenta una fuerte asimetría en los 37 casos en que hemos podido obtener esta información, como se muestra en el diagrama de cajas de la Figura 2. La mediana tiene un valor de 56, el máximo es de 504, el mínimo de 16, y el recorrido intercuartílico de 111. En algunas investigaciones no se menciona el tamaño de la muestra, en otros se indican porcentajes, pero sin señalar el número de sujetos.

En general los estudios clasificados en esta categoría no pretenden generalizar los resultados a las poblaciones de donde se han extraído las muestras.

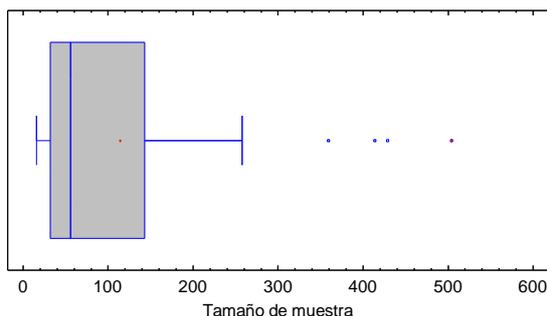


Figura 2. Diagrama de caja del tamaño de muestra

Como síntesis podemos informar que, en el periodo estudiado, se aprecia un incremento en el número de trabajos que usan los métodos mixtos, de tal manera que el número de trabajos que usan este enfoque ocupa el segundo lugar, después de los correspondientes al uso de métodos cualitativos. Los métodos mixtos son mayoritariamente usados en las áreas temáticas correspondientes a geometría, didáctica de la estadística, junto con pensamiento numérico y algebraico, estudio de procesos genéricos y finalmente en didáctica del análisis e historia de la educación matemática. Los niveles educativos donde más se utilizan métodos mixtos son, en orden decreciente: universidad, secundaria obligatoria, primaria, y finalmente educación infantil.

4. VALORACIÓN DE LA CALIDAD METODOLÓGICA. ESTUDIO DE UN CASO

En este apartado realizamos un análisis más detallado de la metodología aplicada en una de las comunicaciones presentadas en el Simposio de la SEIEM celebrado en 2010 y que fue clasificada como de tipo mixto. El trabajo seleccionado ha sido el de Godino, Gonzato y Fernández titulado, *¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática.*

Hacemos un "análisis crítico" de la metodología empleada en la realización de la investigación y del reflejo de la misma en el informe incluido en las actas del Simposio.

Consideramos que este análisis puede ser útil para clarificar el uso de la "Guía para Reflexión Metodológica (GRM)"³³ en el caso de las metodologías de tipo mixto.

El resumen del trabajo que presentan los autores es el siguiente:

En el marco de un proyecto de investigación sobre evaluación y desarrollo de competencias matemáticas y didácticas de futuros profesores de educación primaria presentamos resultados parciales sobre dichas competencias referidas a la justificación de una proposición y a la identificación de conocimientos puestos en juego en dicha actividad. Presentamos también una herramienta teórica, cuya apropiación por los futuros profesores estamos experimentando, que facilita la realización del análisis de los conocimientos puestos en juego en la actividad matemática.

El trabajo tiene un componente experimental ya que se recogen datos de una muestra de 32 estudiantes, futuros profesores de educación primaria, aplicando un "cuestionario" formado por dos preguntas:

a) *¿Cuánto suman los ángulos interiores de cualquier triángulo? Justifica la respuesta.*

b) *¿Qué conocimientos se ponen en juego en la resolución de este problema?*

Estas cuestiones se plantean para evaluar el estado de los conocimientos de la muestra de sujetos sobre dos aspectos del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2001; Godino, 2009): (1) conocimiento sobre las características de la demostración de una proposición matemática, y (2) competencia de análisis epistémico (conocimiento sobre los conocimientos puestos en juego en la resolución de tareas matemáticas).

4.1. Antecedentes y motivación de la investigación

Se plantea un problema de naturaleza principalmente teórica relacionado con la caracterización del conocimiento matemático necesario para la enseñanza, enmarcándolo dentro de una línea de investigación que vienen desarrollando, entre otros investigadores, Ball y colaboradores. También se cita como referencia Morin (1977) como apoyo al planteamiento del problema epistemológico y cognitivo de la naturaleza del conocimiento. El problema que se menciona es el de evaluación y desarrollo del conocimiento común y especializado de futuros profesores de educación primaria sobre la matemática. Se formulan dos objetivos:

- 1) describir una experiencia de formación de futuros profesores sobre "matemáticas para la enseñanza" que articula la formación matemática y la reflexión epistémica;
- 2) presentar una "guía" para el reconocimiento de objetos y procesos puestos en juego en las prácticas matemáticas que hace operativos algunos aspectos del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007).

³³ Incluida como anexo en la ponencia conjunta presentada en este Seminario de Investigación de la SEIEM.

De este modo el estudio se enmarca dentro del desarrollo del marco teórico enfoque ontosemiótico en educación matemática. El trabajo informa de una experiencia docente con un grupo de 32 estudiantes para profesor de primaria en la que se pide demostrar una proposición geométrica (considerado como conocimiento avanzado del contenido) y que expliciten los conocimientos geométricos puestos en juego en la demostración (aspecto del conocimiento especializado del contenido).

Se puede concluir que en el apartado “antecedentes y motivación de la investigación” este informe se puede evaluar positivamente en sus distintos ítems.

4.2. Desarrollo teórico

Este apartado de la Guía para la reflexión metodológica también se puede evaluar positivamente por las siguientes razones: 1) El trabajo se enmarca dentro de un marco teórico que se describe con detalle en diversas referencias publicadas en revistas de alto nivel en educación matemática, citándose los autores correspondientes. 2) En la parte cualitativa se presenta una “guía para el reconocimiento de objetos y procesos matemáticos (GROP)”, que es una aportación original de esta comunicación, útil para promover la reflexión epistemológica (uno de los objetivos del trabajo).

4.3. Diseño metodológico

El trabajo carece de una sección dedicada a describir la metodología de la investigación. Se pueden distinguir tres tipos de contribuciones: teórica, cuantitativa y cualitativa. Por tanto, es una investigación de tipo mixto, no solo por los componentes cuantitativo y cualitativo, sino también por la aportación de tipo teórico. Estos tres componentes están presentes, aunque no de manera explícita, al constatar las dificultades de los futuros profesores para responder a la cuestión: *b) ¿Qué conocimientos se ponen en juego en la resolución de este problema?*, reveladas en el estudio cuantitativo con un muestra de 32 estudiantes.

Se formula, de manera implícita, una hipótesis: los estudiantes no “entienden” lo que se pide porque la noción de conocimiento es conflictiva, desde el punto de vista epistemológico y cognitivo, y es necesario adoptar modelos explícitos que ayuden a identificar diferentes tipos de conocimientos. En este caso se presenta una GROP, la cual es un desarrollo del “enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático”. El componente cualitativo de la investigación está en la aplicación de la GROP al análisis del contenido de la tarea geométrica y su solución, tratándose en este caso de un tipo de análisis de contenido de índole semiótico.

La lógica del proceso de investigación seguido se podría haber descrito de la siguiente manera: a) el profesor de matemáticas necesita unos conocimientos especiales para una enseñanza idónea, en particular, que sea capaz de identificar los tipos de objetos y procesos matemáticos que se ponen en juego en la solución de tareas matemáticas escolares; b) comprobemos si efectivamente los profesores tienen esos conocimientos (estudio empírico cuantitativo); c) ¿qué se quiere decir cuando pedimos que identifiquen los conocimientos? (estudio teórico de índole epistemológica, desarrollo de una pauta de análisis); d) ¿Cómo se aplica dicha pauta? (aplicación de la GROP al análisis de una tarea y su solución); e) Conclusiones: los profesores deberían ser capacitados para que conozcan, comprendan y apliquen de manera competente la guía.

Características de la metodología cuantitativa

Se describe la población y la muestra (estudiantes de educación primaria, una muestra no aleatoria de 32 estudiantes). Se presenta como un estudio de caso (el grupo particular seleccionado).

- No se formulan hipótesis o expectativas fundadas sobre los resultados que se esperan obtener.
- El cuestionario construido para operativizar el constructo, “conocimiento común y especializado del contenido”, formado por dos únicas cuestiones, es insuficiente para evaluar dicho constructo. La validez de contenido queda, por tanto, limitada a los conocimientos puestos en juego en dichas tareas. No se pueden generalizar a otros contenidos matemáticos o modos de formular las cuestiones.
- Se describen y analizan cuantitativamente dos variables categóricas: “tipos de justificaciones” del teorema a demostrar propuesto; “tipos de conocimientos identificados”. Estas variables pueden depender del tipo de tarea seleccionada (probar un teorema clásico de geometría elemental); se pueden elegir otros contenidos matemáticos, u otros tipos de teoremas, las cuales serían las variables independientes.

Características de calidad de los ensayos teóricos

La cuestión teórica planteada en el trabajo se refiere a clarificar la naturaleza del conocimiento matemático, explicitando los tipos de objetos y procesos que participan en la práctica matemática, lo que es de interés para la educación matemática en cualquiera de sus niveles. En este trabajo se aporta una guía que orienta la identificación sistemática de objetos y procesos matemáticos, ejemplificada mediante su aplicación a la demostración de un teorema geométrico elemental. El origen y conexiones de este modelo epistemológico se desarrollan en otras publicaciones del marco teórico subyacente a la comunicación, las cuales se citan en las referencias.

Características de la metodología cualitativa

El informe incluye ejemplos particulares de tipos de respuestas dadas por los sujetos a las dos cuestiones, con la intención de dar información del significado de las categorías de respuestas cualitativas elaboradas. Este es un rasgo de las metodologías cualitativas.

El análisis del texto del teorema y su solución como aplicación de la GROPE es un análisis de contenido de tipo semiótico, desarrollado por Godino y otros en otras publicaciones (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007). En este caso se presenta como un ejemplo de un tipo de metodología de análisis de datos textuales cuya generalizabilidad queda a cargo del lector: las categorías de análisis (tipos de objetos y procesos) se proponen como aplicables a cualquier tipo de tarea matemática.

No se aporta ninguna información sobre la fiabilidad de los datos presentados: dos o más analistas distintos, ¿identificarán los mismos objetos y procesos para la tarea?

4.4. Datos, resultados y análisis

Las respuestas de los estudiantes se clasifican según las variables cualitativas, tipos de justificaciones y tipos de conocimientos identificados; se calculan las frecuencias absolutas y porcentajes de cada valor (tabla de frecuencias), análisis que es apropiado para hallar la mayor o menor incidencia de cada valor. Como la muestra es pequeña y no se pretende generalizar los resultados no se realizan estimaciones de los intervalos de confianza de las proporciones encontradas. No se menciona el estadístico de posición central pertinente para las distribuciones de frecuencias de variables categóricas, en este caso, la moda.

4.5. Interpretación y discusión de resultados

En el caso de los resultados sobre los tipos de justificaciones dadas por los estudiantes se pone en relación con la investigación de Recio y Godino (2001), manifestando esquemas personales de prueba (Harel y Sowder, 2007) de tipo “convicción externa” (ritual o autoritario), o de tipo empírico-inductivo. Dichos tipos de respuestas no aparecen explícitamente entre las categorías de respuestas estudiadas, lo que resulta incongruente. La explicación teórica de la falta de competencia para el análisis epistémico que muestran los estudiantes para el apartado b) del cuestionario es lo que motiva la inclusión del apartado de desarrollo teórico de la sección 3. La explicación de los resultados se hace en términos de la complejidad ontosemiótica de la tarea pedida.

4.6. La comunicación de los resultados a la comunidad científica

La inclusión de un apartado para describir la metodología de cada tipo de componente de la investigación (cuantitativo, teórico, cualitativo y mixto), explicando la conexión y coherencia de cada uno, ayudaría a mejorar la comprensión del problema y su relevancia a la comunidad científica. Dada la complejidad del tema abordado, en particular el componente teórico (desarrollo del EOS) y su aplicación al análisis semiótico de objetos y procesos matemáticos, posiblemente el informe no es suficiente y será necesario que el lector amplíe la información en las fuentes documentales citadas.

4.7. Referencias bibliográficas

El informe incluye referencias, en formato APA, representativas y adecuadas de cada componente de la investigación: formación de profesores, aprendizaje de la demostración en geometría, análisis epistémico de tareas, así como sobre el propio enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS). Las fuentes documentales son específicas del campo tratado, actuales y de tipo científico.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En la investigación de Torralbo et al. (2004), se concluye que aunque se observa una primacía en el uso del paradigma interpretativo, se destaca que el paradigma mixto emerge con una presencia significativa. Con este paradigma se alude a la unión sincrética y asistemática de fundamentos del paradigma nomotético (positivista/cuantitativo) e interpretativo. En cuanto a las metodologías de investigación, el análisis

indica el predominio de una metodología eminentemente mixta o complementarista seguida de una metodología cualitativa. De aquí se infiere una clara visión del cambio metodológico que está emergiendo en el mundo científico y concretamente, en las ciencias sociales. “Cambio relacionado con una visión de un mundo más plural y complejo, que necesita por ello de metodologías que apuesten por dicha pluralidad” (Torralbo et al., 2004, 56).

Hart et al. (2009) concluyen en su estudio que los autores de las investigaciones calificadas como mixtas en cuanto a la metodología empleada (29% de los 710 artículos analizados) podían y deberían haber sido más sistemáticos en: (a) anticipar la coordinación de resultados entre las facetas cualitativas y cuantitativas de sus cuestiones, (b) describir los propósitos de mezclar los métodos particulares con un equilibrio y dominancia apropiada, y (c) mejorar la integración de resultados de las facetas cualitativas y cuantitativas en sus inferencias y conclusiones. Estos autores consideran necesario que todos los que usan métodos mixtos de investigación en sus investigaciones describan claramente y justifiquen sus elecciones particulares de los métodos dentro del contexto de sus propósitos y perspectivas.

Los mencionados autores observaron falta de claridad en los manuscritos sobre los métodos usados. Aunque los elementos cuantitativos usan básicamente estadística descriptiva, el análisis de tendencias va más allá de ese nivel de los métodos cuantitativos; así mismo, los elementos cualitativos constituyen inicialmente una actividad de cuantificación, pero los análisis posteriores sobre balance e integración fue muy interpretativo, aunque dirigido también al uso de estadística descriptiva.

En nuestro análisis de los 45 trabajos de tipo mixto incluidos en las Actas de la SEIEM hemos podido constatar las mismas características que describen Hart et al. (2009), en su investigación. Estos trabajos, si bien utilizan criterios de metodología cualitativa y cuantitativa, no parecen integrar ambos métodos en función de los problemas investigados ni explicitan el paradigma dentro del cual se sitúan sus autores. Parece que los autores se decantan por algunas de las fortalezas de los métodos mixtos (ver Tabla 1), sin embargo no las explicitan en su escrito. En consecuencia, sería altamente deseable que las investigaciones sobre educación matemática que se realicen bajo el enfoque metodológico mixto,

- Justifiquen adecuadamente la pertinencia del uso de un enfoque mixto de investigación.
- Usen adecuadamente de los métodos cualitativos y cuantitativos.
- Integren de manera coherente los resultados e interpretaciones de los datos y técnicas de análisis cualitativos y cuantitativos.

Los métodos mixtos ofrecen ventajas cuando se investigan preguntas complejas: el análisis estadístico provee una valoración numérica de las respuestas, mientras que los datos cualitativos y su interpretación ofrecen comprensión de los aspectos no cuantificables. Sin embargo, el proceso es costoso en recursos y en tiempo, además de la dificultad para justificar, vincular y equilibrar las dos componentes.

Se reconoce que la complejidad de la educación y los contextos diversos en donde se desarrolla parecen imponer exigencias a los investigadores que proponen aproximaciones investigativas que suelen ser particulares e intentan adaptarse a las

condiciones del problema investigado. Si bien Howe y Eisenhart (1990) consideran que existen múltiples métodos, todos legítimos, para investigar los problemas en educación, consideramos que se debe lograr acuerdos mínimos en términos de uso de métodos, de metodologías, y de uso de los tres paradigmas: cualitativo, cuantitativo y mixto. Las variaciones del método usado en atención a problemáticas peculiares deberían ser justificadas y la lógica de uso de los métodos y los vínculos entre las componentes de la investigación debería ser explicitados.

Referencias

- Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Bryman, A. (2007). Barriers to integrating quantitative and qualitative research. *Journal of Mixed Methods Research*, 1 (1), 8-22.
- Bryman, A., Becker, S. y Sempik, J. (2008). Quality criteria for quantitative, qualitative and mixed methods research: A view from social policy. *International Journal of Social Research Methodology*, 11 (4), 261-276.
- Buela-Casals, G. (2003). Evaluación de la calidad de los artículos y de las revistas científicas: Propuesta del factor de impacto ponderado y de un índice de calidad. *Psicothema*, 15 (1), 23-35.
- Creswell, J.W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135. [Versión en español, ampliada y actualizada disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino>].
- Godino, J. D., Carrillo, J., Castro, W. F., Lacasta, E., Muñoz-Catalán, M. C. y Wilhelmi, M. R. (2011). Métodos de investigación en educación matemática. Análisis de los trabajos publicados en los simposios de la SEIEM (1997-2010). En M. Marín et al (Eds.), *Investigación en educación matemática XV* (pp.). Ciudad Real: SEIEM.
- Godino, J. D., Gonzato, M. y Fernández, T. (2010) ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 341-352). Lleida: SEIEM.

- Harel, G. y Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. En, F. J. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 805-842). Charlotte, NC: NCTM.
- Hart, L. C., Smith, S. Z, Swars, S. L. y Smith, M. E. (2009). An examination of research methods in mathematics education (1995-2005). *Journal of Mixed Methods Research*, 3: 26-41.
- Hiebert, J. y Grouws D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Charlotte, NC: NCTM. & IAP.
- Howe, K., y Eisenhart, M. (1990). Standards for qualitative (and quantitative) research: A Prolegomenon. *Educational Researcher*, 19(4), 2-9.
- Johnson, R. B. y Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33 (3), 14-26.
- Lincoln, Y. S., y Guba, E. G. (2000). Paradigmatic controversies, contradictions, and emerging confluences. En N. K. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 163-188. Thousand Oaks, CA: Sage
- Morin, E. (1977). *El método I; la naturaleza de la naturaleza*. Madrid: Cátedra, 1986.
- Recio, A. M. y Godino, J. D. (2001). Institutional and personal meanings of mathematical proof. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 83-99.
- Torralbo, M., Vallejo, Fernández, A. y Rico, L. (2004). Análisis metodológico de la producción española de tesis doctorales en educación matemática (1976-1998). *RELIEVE (Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa)*, 10 (1), 41-59.